

Akademie

Wien

Philosophisch-

historische

Klasse

Sitzungsberichte

203

1925

101

AX

20100

-

203,

1/5

Akademie der Wissenschaften in Wien

Philosophisch-historische Klasse

Sitzungsberichte, 203. Band, 3. Abhandlung

---

# Die Grundformen der wissenschaftlichen Methoden

Von

Dr. Viktor Kraft

Professor an der Universität Wien

Vorgelegt in der Sitzung am 23. April 1926

Gedruckt aus dem Mitteln des Julius und Margaret Steindler-Fonds

---

1926

Hölder-Pichler-Tempsky A.-G.

Wien und Leipzig

Kommunikations-Versager der Akademie der Wissenschaften in Wien



	8
Arslan, H. v.: Zum Kallimachos. 8 <sup>e</sup> . 1919.	1.10
— Sprachliche Untersuchungen zur Chronologie der Platonischen Dialoge. 8 <sup>e</sup> . 1911.	9.66
— Zur Entstehungsgeschichte der aristotelischen Politik. 8 <sup>e</sup> . 1924.	5.33
— Die drei aristotelischen Ethiken. 8 <sup>e</sup> . 1924.	7.20
Bartsch, R.: Das etruskische Güterrecht in der Stemma Raymonds von Wiener Neustadt. 8 <sup>e</sup> . 1911.	2.70
Bauer, A.: Die Herkunft der Botaniker. 8 <sup>e</sup> . 1917.	1.30
Bauerl, P.: Die Miltiadehandschriften der Nationalbibliothek in Athen. 1 <sup>e</sup> . 1917.	16.—
Bonaszewski, A. v.: Bellum Maricum. 8 <sup>e</sup> . 1923.	1.50
Feiler, A. L.: Studien zu Hieronymus von Poitiers. I. Die sogenannten „Fragmenta historica“ und der sogenannte „Liber I ad Constantium imperatorem“ etc. 8 <sup>e</sup> . 1909.	7.85
— II. Bischofthum und Bischofsstühle des Hieronymus von Poitiers. 8 <sup>e</sup> . 1910.	5.70
— III. Überlieferungs-geschichte und Echtheitskritik des sogenannten Liber II ad Constantium etc. 8 <sup>e</sup> . 1912.	6.—
Galloh, E.: Die Bibliothek des Jesuitenkollegiums in Wien XIII (Lainz) und ihre Handschriften. 8 <sup>e</sup> . 1910.	1.30
— Die griechische Literatur in den Handschriften der Bibliothek in Wien I. Teil. 8 <sup>e</sup> . 1910.	2.50
Gilliberg, A.: Kritische Beiträge zum 31., 32. und 33. Buch des Livius. 8 <sup>e</sup> . 1910.	1.50
— Zur Kritik von Ciceros Schrift de officiis. I. 8 <sup>e</sup> . 1921.	1.15
— — II. 8 <sup>e</sup> . 1922.	3.35
Gumpertz, Th.: Platonische Aufsätze III. Die Composition der „Gorgias“. 8 <sup>e</sup> . 1902.	1.30
Häcker, A.: Abhängigkeitsbeziehungen zwischen Abhängigkeitsbeziehungen: 8 <sup>e</sup> . 1917.	2.40
— Naturwissenschaft und Philosophie. I. 8 <sup>e</sup> . 1920.	5.10
— II. 8 <sup>e</sup> . 1921.	6.40
Hofmann, K. B.: Kenntnisse der klassischen Völker von den physikalischen Eigenschaften des Wassers. I. und II. 8 <sup>e</sup> . 1909.	3.65
— — III. 8 <sup>e</sup> . 1910.	2.70
— — IV. 8 <sup>e</sup> . 1911.	1.75
Hulstinger, K. von: Die Aristophaneshandschriften der Wiener Hofbibliothek. I. 8 <sup>e</sup> . 1910.	5.10
— — II. 8 <sup>e</sup> . 1912.	4.50
Hopfer, Th.: Thomas Megister, Demetrios Trikliniar, Manuel Moscopulos. Eine Studie über ihren Sprachgebrauch. 8 <sup>e</sup> . 1919.	3.90
— Der Tierkult der alten Ägypter. 8 <sup>e</sup> . 1916.	22.40
Kallinka, K.: Aus der Werkstatt des Hölzlers. 8 <sup>e</sup> . 1902.	2.70
— Die Eltatschschicht Abschrift des Verzeichnisses der Werke Augustins. 8 <sup>e</sup> . 1923.	1.90
Karabacek, J. v.: Abendländische Künstler zu Konstantinopel im 15. und 16. Jahrhundert. I. Italienische Künstler um Hofe Mohammeds II. des Eroberers, 1451—1461. Mit 9 Tafeln und 55 Textbildern. 8 <sup>e</sup> . 1918.	27.85
Kreibitz, J. K.: Über Wahrnehmung. 8 <sup>e</sup> . 1912.	1.50

Akademie der Wissenschaften in Wien

Philosophisch-historische Klasse

Sitzungsberichte, 203. Band, 3. Abhandlung

---

Die Grundformen  
der  
**wissenschaftlichen Methoden**

Von

**Dr. Viktor Kraft**

a. Professor an der Universität Wien

Vorgelegt in der Sitzung am 29. April 1925

Gedruckt aus den Mitteln des Jérôme- und Margaret Stonborough-Fonds

---

1925

Hölder-Pichler-Tempsky A.-G.

Wien und Leipzig

Kommissions-Verleger der Akademie der Wissenschaften in Wien





## **I. Die Methode der Wissenschaftslehre.**

### **1. Der dogmatische Charakter der gegenwärtigen Erkenntnistheorie und die Notwendigkeit einer methodischen Begründung.**

Auch jener Teil der Philosophie, der heute in Hinsicht auf Wissenschaftlichkeit ihr fortgeschrittenster ist, die Erkenntnistheorie, zeigt im Grunde immer noch die Züge des alten Bildes: Schulen und Richtungen stehen sich gegenüber, für jede wichtige Frage gibt es mehrfache Antworten und das allgemein anerkannte Ergebnis ist dürftig genug. Die eine Ursache dafür, vielleicht die hauptsächlichste, darf man wohl in der Art und Weise sehen, wie die Erkenntnistheorie auch gegenwärtig noch bei ihren Problemstellungen und -Beantwortungen vorgeht. Sie kommt zu ihren Ergebnissen teils auf dem Weg einer Analyse des Bewußtseins überhaupt (z. B. Ziehen, Cornelius), teils der Erkenntnis im allgemeinen (so die Neu-Kantianer). Diese Analyse vollzieht sich gewöhnlich nicht an konkretem Material, sondern sie bewegt sich in allgemeinen Überlegungen: sie entwickelt logische Konsequenzen aus den eingeführten Begriffen und Sätzen, sie argumentiert in einer höchst abstrakten Dialektik, sie polemisiert gegen andere Meinungen, aber sie bemüht sich nur selten um einen methodischen Nachweis ihrer Aufstellungen. Eine Basierung auf das tatsächliche Erkennen, eine Verifizierung am Konkreten ist nicht üblich. Die Erkenntnistheorie geht fast durchwegs dogmatisch vor: sie stellt ihre Ergebnisse einfach hin, sie reiht Behauptungen an Behauptungen, ohne zu zeigen, wieso sie dazu gekommen ist. Ihre Ergebnisse sind — im günstigsten Fall — intuitiv gewonnen: die Unterlagen dafür bleiben jedoch im Dunkeln. Aber allzuoft sind die erkenntnistheoretischen Aufstellungen auch bloße Konstruktionen ohne Beziehung zum wirklichen Erkennen. Das wird ihr darum so leicht, weil sie sich fast ausschließlich in Allgemeinheiten allerhöchsten Grades bewegt, diese aber nur selten an das konkrete Erkennen anknüpft, und auch dann nur in einzelnen Beispielen

und Hinweisen. So kann sie willkürlich konstruieren und Behauptungen aufstellen, weil ein Widerspruch derselben mit den Tatsachen des Erkennens nicht offenkundig wird.

Daß das nicht eine Übertreibung oder eine vorschnelle Verallgemeinerung und Aburteilung ist, ließe sich durch eine Analyse erkenntnistheoretischer Schriften der Gegenwart, und zwar auch führender Denker, geschweige denn von Jüngern und Schülern, in Hinsicht auf ihren methodischen Charakter unschwer erweisen. Mir erscheint aber die dogmatische und konstruktive Art, in der die Erkenntnistheorie gewöhnlich vorgeht, so offenkundig, daß ich die ausführliche Analyse einiger erkenntnistheoretischen Schriften der jüngsten Zeit, welche hier folgte, glaubte streichen zu dürfen, um Raum zu sparen. Wer mit den Ansprüchen an Wissenschaftlichkeit, wie sie in den Spezialwissenschaften üblich sind — und nicht bloß in den Naturwissenschaften, auch in den Geschichts- und den Sprachwissenschaften — an die Erkenntnistheorie herantritt, wird es nicht bestreiten, daß die Erkenntnistheorie im allgemeinen auch heute noch auf eine sehr unsolide Weise vorgeht. Ein krasses Beispiel dogmatischen Verfahrens und beziehungsloser Allgemeinheit bietet Cohens Logik der reinen Erkenntnis (<sup>2</sup> 1914), die gleich in den ersten Abschnitten die schwerwiegendsten allgemeinsten Sätze einfach hinstellt: die Erzeugung der Erkenntnis aus dem reinen Denken ohne Anschauung (S. 13), die Identität von Denken und Sein (S. 15), den Ausgang der Erkenntnistheorie speziell von der mathematischen Naturwissenschaft (S. 19)! Und dabei ist es doch Cohen gewesen, der die erkenntnistheoretische Auffassung Kants (gegenüber der metaphysischen) vor allem eingeleitet und die Vorherrschaft der Erkenntnistheorie im letzten Drittel des 19. Jahrhunderts mitbegründet hat. Einige wenige gibt es allerdings, welche Erkenntnistheorie methodisch auf Grund der tatsächlichen wissenschaftlichen Erkenntnis treiben. In erster Linie sind da Mach und Poincaré zu nennen, auch Enriques. Aber auch Vaihinger, Becher, Dingler, Reichenbach. Schlick suchen ihre erkenntnistheoretischen Aufstellungen vom einzelwissenschaftlichen Erkennen aus zu erweisen.

Damit ist aber auch schon der Weg klar, der beschritten werden muß, wenn es anders werden soll: die Erkenntnis-



theorie muß ihre Aufstellungen durchgängig begründen wie jede andere Wissenschaft. Sie muß methodisch ihre Grundlagen aufsuchen und von diesen aus ihre Allgemeinheiten erarbeiten, den Nachweis für sie erbringen, sie nicht einfach intuitiv und dogmatisch hinstellen. Der Zustand willkürlicher Konstruktion wird sofort unmöglich, wenn die Erkenntnistheorie gehalten ist, immer wieder an eine Instanz zu appellieren, welche ihre Behauptungen unleugbar und eindeutig als richtig oder falsch erweist.

Und diese konkreten Grundlagen liegen wenigstens für jenen Teil der Erkenntnistheorie, welcher sich mit der wissenschaftlichen Erkenntnis befaßt, für die Wissenschaftslehre, in reichlichstem Maß offen zutage. Die Erkenntnis, wie sie in den Wissenschaften konkret und tatsächlich vorliegt, muß für die Wissenschaftslehre die Tatsachengrundlage bilden, von der sie ausgehen und auf die sie rekurrieren muß. Die Tatsächlichkeit der wissenschaftlichen Erkenntnis ist darum für sie eine erste und unbedingte Voraussetzung.

Man hat allerdings in kritischer Rigorosität geglaubt, auch diese Voraussetzung fallen lassen zu müssen. Die Erkenntnistheorie darf Erkenntnis nicht als eine feststehende Tatsache voraussetzen, sondern soll sie überhaupt erst begründen. Den Ausgangspunkt der Erkenntnistheorie muß daher eine vorläufige Skepsis in bezug auf alle Erkenntnis bilden. Alle die Einzelwissenschaften können nur als Anspruch darauf, Erkenntnis zu sein, gelten; dessen Berechtigung ist erst allgemein zu erweisen — durch die Erkenntnistheorie. Diese soll sich aufbauen als die einzige völlig voraussetzungslose Wissenschaft. Das ist das Programm, wie es vor allem Volkelt<sup>1</sup> entwickelt hat. „Erkenntnistheorie ist die Wissenschaft vom Gültigkeitsanspruch des Erkennens.“ Auch Windelband in seiner Einleitung in die Philosophie (S. 194): „Die Tatsache, von der die Erkenntnistheorie ausgeht, ist nicht die, daß es Erkenntnis gibt, sondern daß wir sie in den Wissenschaften zu haben beanspruchen; und die Aufgabe der Erkenntnistheorie ist es, zu untersuchen, ob dieser Anspruch berechtigt ist.“

Ganz abgesehen davon, daß man gar nicht im Ernst unsere Wissenschaften bezweifeln kann — wenn man aber

einmal alle Erkenntnis problematisiert hat, gibt es gar nicht mehr die Möglichkeit, sie wieder zu konstituieren. Denn wenn die Erkenntnistheorie so wie bei Volkelt mit einer subjektiven Selbstbesinnung anhebt und ihr dabei nun an einem Punkt die Gewißheit aufleuchtet, daß eine gewisse Art von Gedankenbeziehung — die denknotwendige — eine allgemein gültige ist, nicht mehr eine lediglich subjektive, so ist das doch auch nur ein subjektives Erlebnis, eine persönliche Überzeugung, ein Glaube, der so subjektiv sein kann wie der an die Macht der Gestirne. Man kommt damit über den Bereich des Subjektiven keineswegs hinaus. Es setzt also eine derartige Aufgabe an die Erkenntnistheorie voraus, daß wenigstens das erkenntnistheoretische Resultat von der allgemeinen Problematik ausgenommen sei, daß es, obschon nirgends sonst, so doch wenigstens auf erkenntnistheoretischem Gebiet wirklich Erkenntnis gibt — der typische Selbstwiderspruch des Skeptizismus! Sollte die Erkenntnistheorie diese Aufgabe lösen können, so müßte sie über ganz besondere Wege der Einsicht, verschieden von denen aller Spezialwissenschaften, verfügen. Sonst steht sie vor der unmöglichen Situation, den Nachweis der Erkenntnis mit denselben Mitteln zu führen, deren sonstiges Ergebnis für problematisch gelten soll.

Das Letzte, um das es sich der Erkenntnistheorie handelt, kann daher nicht der Nachweis sein, daß die Einzelwissenschaften mit Recht Erkenntnis zu sein beanspruchen, — was eben selbst eine Erkenntnis sein müßte, also Erkenntnis überhaupt schon voraussetzt! —: das Letzte für die Erkenntnistheorie ist gar nicht die Berechtigung von Erkenntnis überhaupt, sondern die Tatsächlichkeit von Erkenntnis. Was uns wirklich Erkenntnis verbürgt und gewiß macht, ist doch nicht irgendein dramatisches Ereignis in unserem subjektiven Erleben, ein Innewerden, ein Gedankenblitz, sondern die Fülle und der Zusammenhang konkreter Erkenntnisse, die sich gegenseitig so wunderbar stützen und tragen und immer weiter fruchtbar werden.

Wenn aber nun die tatsächliche Erkenntnis in den Wissenschaften dasjenige bildet, was der Erkenntnistheorie, speziell der Wissenschaftslehre, als ihr spezifisches Material

gegeben ist, dann muß sie es auch wirklich ihren Untersuchungen zugrunde legen; sie muß wirklich von der in den Wissenschaften vorliegenden Erkenntnis ausgehen und ihre Ergebnisse auf sie in methodischer Erarbeitung begründen, wenn sie das allgemeine Wesen der Erkenntnis und die Bedingungen ihrer Geltung feststellen will. Die Erkenntnistheorie geht jedoch im Prinzip heute noch so vor wie die Naturphilosophie vor Galilei: Was sie aus den tatsächlichen Verhältnissen des Erkennens in den Wissenschaften für ihre Begriffsbildungen aufnehmen muß — und das ist ganz unvermeidlich, denn ohne das fehlt diesen der Inhalt und die Direktive —, das nimmt sie stillschweigend auf, nicht offen auf einem methodischen Weg. Es sind Kenntnisse, die verstoßen einfließen und mitwirken, die als stille persönliche Voraussetzungen außerhalb der ausdrücklichen erkenntnistheoretischen Entwicklungen bleiben — so wie die physikalischen Erfahrungen hinter den naturphilosophischen Spekulationen der Peripatetiker des Mittelalters und der Renaissance. Daß dabei die tatsächlichen Verhältnisse im wissenschaftlichen Erkennen nur unzureichend berücksichtigt werden, nur in zufällig herausgegriffenen, unvollständigen Ausschnitten, ist nur natürlich. Die Zugrundelegung der tatsächlichen Erkenntnis muß in methodischer Weise geschehen. So wie die Naturwissenschaften seit Galilei gelernt haben, die Basierung auf die Tatsachen der Erfahrung ausdrücklich und methodisch durch Experiment und Beobachtung zu vollziehen, so muß sich auch die Wissenschaftslehre bewußt und methodisch auf die tatsächliche Erkenntnis in den Wissenschaften gründen. Wenn sie ihre Ausführungen gelegentlich durch einzelne Beispiele aus den Wissenschaften, aus einem beschränkten Gebiet der Wissenschaft, illustriert, so ist das natürlich ganz unzulänglich: es sind eben immer nur ad hoc herausgegriffene, nach Bedarf ausgewählte Beispiele, aber keine legitimierenden Nachweise.

Es herrscht noch immer jenes Unverständnis für die Bedeutung des konkreten Falles für die Erkenntnistheorie und jene Anschauung, wie sie Kant in der Vorrede zur 1. Ausgabe der ‚Kritik der reinen Vernunft‘ zum Ausdruck bringt. Er sieht in der ‚Deutlichkeit der Anschauungen, das sind Beispiele oder



andere Erläuterungen in concreto, etwas, das nur in populärer Absicht notwendig ist, bloße Erleichterungen, die die eigentlichen Kenner der Philosophie . . . nicht so nötig haben. Darnach wäre die konkrete Erkenntnis nur beispielsweise heranzuziehen, bloß als Erläuterung für allgemeine Ausführungen. Das bildet aber gar nicht ihre eigentliche Rolle. Die tatsächliche wissenschaftliche Erkenntnis soll vielmehr herangezogen werden als der konkrete Fall, an dem die Struktur der Erkenntnis erst studiert wird, an dem man sehen kann, wie Erkenntnis tatsächlich beschaffen ist; sie soll die unentbehrliche und unersetzliche Unterlage bilden, von der aus allgemeine Sätze erst methodisch gewonnen werden.

Die Wissenschaftslehre muß die einzelnen Wissenschaften auf ihre erkenntnistheoretische Eigenart hin eingehend untersuchen, d. h. wie sie sich unter dem Geltungsgesichtspunkt darstellen. Sie muß die einzelne Wissenschaft daraufhin analysieren, was die Eigenart ihres Gegenstandes und ihres Erkenntniszieles ist und wie sie methodisch vorgeht: auf welche Weise sie ihre Sätze begründet, auf welchen Erkenntnisgrundlagen sie sich aufbaut, welche allgemeinen Voraussetzungen sie macht und welche Prinzipien sie zugrunde legt. Die erkenntnistheoretische Analyse der konkreten Wissenschaften muß das Fundament bilden, auf dem sich allein eine wirklich wissenschaftliche Erkenntnistheorie aufbauen kann. (So hat auch schon Reichenbach<sup>2</sup> von einer „wissenschaftsanalytischen Methode“ in der Erkenntnistheorie gesprochen.)

Um dabei aber zu Ergebnissen zu gelangen, die nicht bloß für eine einzelne Wissenschaft gelten, um das Wesentliche von Erkenntnis überhaupt festzustellen, muß die Wissenschaftslehre sich auch einer vergleichenden Betrachtung bedienen. Sie muß die Erkenntnisweisen der einzelnen Wissenschaften nach ihrer Eigenart in den oben angegebenen Hinsichten vergleichen und das Gleichartige darin herausheben. Sie muß Gattungsbegriffsbildungen vollziehen, um zu ermitteln, welche Arten wissenschaftlichen Erkennens bestehen; und sie muß übergreifende Zusammenhänge zwischen den Wissenschaften herausstellen, von der Art, welche gemeinsame Voraussetzungen, Grundbegriffe und Prinzipien, sie verwenden. Die „Kategorien“ und „Grundsätze“ kann man überhaupt nur

auf diese Weise methodisch nachweisen. Bei Kant werden sie in einer architektonischen Konstruktion einfach hingestellt. Windelband<sup>2</sup> hat es bereits ausdrücklich zugestanden, daß die Kategorien nicht aus einem Prinzip deduziert, sondern nur eben konstatiert werden können. Wenn man die Grundbegriffe und Prinzipien nun nicht bloß zufällig entdecken, sondern methodisch ermitteln und vollzählig feststellen will, so kann das nur durch eine Vergleichung der Grundbegriffe und Grundvoraussetzungen der Wissenschaften geschehen — was allerdings erst wieder durchgeführte Axiomatiken der einzelnen Wissenschaften voraussetzt.

Nur auf dem Weg einer vergleichenden Betrachtung der wissenschaftsanalytischen Resultate kann die Wissenschaftslehre ihre Sätze wirklich für das ganze Gebiet des wissenschaftlichen Erkennens zutreffend erweisen und den Nachweis dafür geordnet und alle Wissenschaften umfassend geben, indem sie ihm nicht immer wieder für jede einzelne Wissenschaft gesondert, sondern für die Arten wissenschaftlichen Erkennens gibt.

Damit ist also klar, wie ein solider, methodischer Aufbau der Erkenntnistheorie, soweit sie Wissenschaftslehre ist, vor sich gehen muß. Er erfordert zuerst eine Feststellung des tatsächlichen Wissenschaftsbestandes als ihre Grundlage. Die Einzelwissenschaften müssen gesammelt und jede in ihrer erkenntnistheoretischen Eigenart deskriptiv bestimmt werden. Das haben erkenntnistheoretische Monographien der Einzelwissenschaften zu leisten — die es allerdings gegenwärtig noch viel zu wenig gibt. Dieses Material muß man dann vergleichen und zusammenfassen, um daraus die Arten wissenschaftlichen Erkennens und die übergeordneten Prinzipien und schließlich das Gemeinsame und damit Wesenhafte aller wissenschaftlichen Erkenntnis überhaupt zu ermitteln. Die Erkenntnistheorie baut sich damit auf in einer monographischen wissenschaftsanalytischen und in einer vergleichenden Wissenschaftslehre: erst daraus erwächst eine allgemeine systematische Wissenschaftslehre, welche alle weitergehenden Fragen (nach dem Wesen der Wahrheit, dem Sinn der Realerkenntnis usw.) behandelt.

In der vorgezeichneten Weise ist es offenkundig der Weg vom Besonderen zum Allgemeinen, der *i n d u k t i v e* Weg, den die Erkenntnistheorie einschlagen muß, um ihren Dogmatismus zu überwinden und ihre Ergebnisse wissenschaftlich zu begründen. Es ergibt sich damit, um das Fechner'sche Wort in bezug auf die Ästhetik zu benützen, eine Erkenntnistheorie „von unten“ gegenüber der „von oben“, wie sie üblich ist.

## 2. Wissenschaftslehre und Wesensintuition.

Wenn man aber nun wirklich von der Erkenntnis, wie sie tatsächlich in den Wissenschaften vorliegt, ausgehen will, so kann das natürlich nur der gegenwärtige Bestand der Wissenschaften sein und ihre geschichtliche Entwicklung bis hieher. Damit hat man aber nur eben einen bestimmten historischen Querschnitt der Wissenschaftsentwicklung vor sich; und jeder solche ist naturgemäß etwas Unfertiges, Zufälliges, Mangelhaftes. Die Wissenschaften weisen in ihrem inhaltlichen Zusammenhang noch große Lücken auf, sie sind mit Irrtümern und schiefen Halbwahrheiten durchsetzt. Manche grenzen sich undeutlich oder fehlerhaft gegen die anderen ab, manche sind in ihren Methoden unsicher. Man braucht sich nur in einen ein- oder zwei Jahrhunderte früheren Querschnitt der Wissenschaftsentwicklung zu versetzen, um das alles mit größter Deutlichkeit gegenwärtig zu haben.

Diesem jeweiligen historischen Zustand steht die Wissenschaft gegenüber, wie sie allein als eigentliche Wissenschaft vorschwebt: als unverrückbares System unwandelbarer Erkenntnisse in klar gegliederten Zusammenhängen, den Einzelwissenschaften. Daß sich mit dieser zeitlosen Wissenschaft ein historischer Wissenschaftsbestand niemals deckt, auch nicht mit einem Ausschnitt derselben, ist klar. Er kann einen solchen nur als seinen unvergänglichen, überhistorischen Gehalt neben vielem rein Zeitbedingten, Nichtdazugehörigen in sich enthalten. Man muß daher die reine, vollkommene Wissenschaft und die wirkliche Wissenschaft einer bestimmten Zeit mit ihrer Unvollkommenheit unbedingt auseinanderhalten: man darf nicht die eine für die andere nehmen.



Wenn man also das, was als Wissenschaft zu einer Zeit vorliegt, empirisch feststellt und untersucht, so hat man damit nur ein historisches, wandelbares Gebilde von Wissenschaft zugrunde gelegt, in dem sich Wahres und Falsches, Endgültiges und Vergängliches in unentwirrbarer Weise vermischt. Der Wissenschaftslehre ist es aber um die *reine* Wissenschaft zu tun. Was soll ihr da ein induktiver Aufbau auf die tatsächliche wissenschaftliche Erkenntnis nützen? Bedeutet er nicht geradezu eine Irreführung für sie? Ist er unter diesen Umständen nicht gänzlich verfehlt und ausgeschlossen? Das ist der grundsätzliche Einwand gegen eine induktive Begründung der Erkenntnistheorie, wie er sich unter dem Gesichtspunkt der idealen Wissenschaft und Wissenschaftslehre ergibt.

Gibt es aber einen Weg zur wahren, überhistorischen, 'ewigen' Wissenschaft selbst? Einen solchen Weg hat nun Husserl zu zeigen unternommen.

Was die Wissenschaftslehre zum Gegenstand hat: die Wissenschaft überhaupt und die Wissenschaften als *so* und *so* geartete systematische Einheiten<sup>4</sup> (I. S. 25) — das ist nicht etwas empirisch Wirkliches. Eine Wissenschaft besteht so wenig wie in den Büchern auch in den einzelnen tatsächlichen 'Erkenntnisakten', Bewußtseinsvorgängen dieser oder jener Individuen, sondern sie besteht in Wahrheiten; d. h. sie besteht nicht in den einzelnen, individuellen, zeitlich bestimmten Erkenntniserlebnissen als solchen, sondern nur in dem objektiven Gehalt darin, der für alle erkennenden Individuen einer und derselbe ist. Dieser identische Gehalt, die 'Wahrheit', d. i. der wahre Satz, ist aber weder mit dem wirklichen physischen Erkenntniserlebnis, noch mit einem Bestandteil oder Moment an diesem identisch, sondern er wird im Erlebnis immer nur gemeint, bedeutet, intentional erfaßt<sup>4</sup> (I. S. 240). 'Der Mannigfaltigkeit von individuellen Erkenntniscomplexionen, in deren jeder *dieselbe* Theorie — jetzt oder ein andermal, in diesen oder jenen Subjekten — zur Erkenntnis kommt, entspricht eben diese Theorie als der ideale identische Gehalt. Sie ist dann nicht aus Akten, sondern aus rein idealen Elementen, aus Wahrheiten, aufgebaut und dieses in rein idealen Formen, in denen von Grund und Folge (ebd.). Da der Gegenstand der Wissenschaftslehre, die Wissenschaft,

also etwas ist, das ideal, nicht real existiert, kann er auch nicht an Tatsachen der Erfahrung erforschbar sein, sondern verlangt eine nichtempirische, apriorische Erkenntnis.

Die Wissenschaft und die Wissenschaften kommen als Gegenstände der Wissenschaftslehre ferner nicht in ihren zufälligen historischen Ausprägungen, in ihrem historischen Dasein, auch nicht als Gattungen empirisch-historischer Bildungen in Betracht, sondern in ihrem Wesen, d. i. in der zeitlosen und daseinsfreien Art, wie sie das ideale Wesen der Wissenschaft überhaupt und der einzelnen Wissenschaften als solcher ausmacht. Solches Wesen läßt sich nicht durch Erfahrung bestimmen, weil es der Erfahrung nicht angehört, sondern es wird intuitiv erkannt. Es ist in unmittelbarem Anschauen adäquat faßbar<sup>3</sup> (S. 314). Das Wesen eines Gegenstandes leuchtet auf Grund der anschaulichen Vorstellung eines solchen Gegenstandes auf. Eine solche Wissensanschauung ist aber nichts weniger als Erfahrung im Sinne von Wahrnehmung, Erinnerung oder gleichstehenden Akten und ferner nichts weniger als eine empirische Verallgemeinerung, die in ihrem Sinn individuelles Dasein von Erfahrungseinzelheiten existenzial mitsetzt. Die Anschauung erfaßt das Wesen als Wesenssein und setzt in keiner Weise Dasein<sup>4</sup> (S. 316). Es ist eine erfahrungsfreie, apriorische Anschauung (Intuition), weil es eine unmittelbare Vergegenwärtigung ist.

Husserl setzt also an Stelle einer induktiven Wissenschaftslehre, die für ihn ein durchaus verfehltes, ungeeignetes Verfahren bedeutet, ein intuitives Erfassen des Wesens der Wissenschaft (und der Einzelwissenschaften). Die Wissenschaftslehre fällt nach Husserl mit der Logik zusammen und diese ist eine „apriorische theoretische nomologische [d. i. eine, die durch „systematische Einheit des Begründungszusammenhanges“ und durch „ideal-gesetzliche Allgemeinheit“ charakterisiert ist] Wissenschaft, die auf das ideale Wesen der Wissenschaft als solcher, also nach Seiten ihres Gehaltes an systematischen Theorien mit Ausschluß ihrer empirischen, anthropologischen Seite, Beziehung hat“<sup>5</sup> (I., S. 242). Die Erkenntnistheorie allerdings, die ein Glied der Phänomenologie bildet, ist keine nomologische, sondern eine deskriptive Wesenswissenschaft<sup>6</sup> (S. 123), aber doch auch eine Wesens-

wissenschaft und darum intuitiv. Die Wissenschaftslehre gehört also jedenfalls, ob sie nun als Logik oder als Teil der Erkenntnistheorie gedacht ist, zu den Wesenswissenschaften.

Wesen wird von Husserl der Tatsache gegenübergestellt. Diese, wie sie durch die Wahrnehmung gegeben wird, ist immer etwas Individuelles; und individuell ist sie für Husserl durch ihr Dasein in einem bestimmten Zeitpunkt und [eventuell auch!] an einem bestimmten Ort des Raumes in einer bestimmten Gestalt. Jede individuelle Tatsache hat aber auch einen ‚Realitätsgehalt‘, der ebensogut in jedem beliebigen anderen Zeitpunkt und ‚an jedem beliebigen Ort mit jeder beliebigen Gestalt sein könnte“ (S. 8). Dieser Realitätsgehalt, „das im selbsteigenen Sein eines Individuums als sein ‚Was Vorfindliche‘, bildet das empirische Wesen desselben; und dieses wird als ‚das entsprechende reine Wesen oder Eidos‘ erfaßt, in dem die ‚erfahrende oder individuelle Anschauung in Wesensanschauung (Ideation) ‚umgewandelt‘ wird“ (S. 10). Jede Tatsache hat ihr Wesen und ‚alles zum Wesen des Individuums Gehörige kann auch ein anderes Individuum haben“ (S. 9). Das reine Wesen, das ‚unter Wesenswahrheiten verschiedener Allgemeinheitsstufe‘ steht, ist etwas anderes als einfach das individuelle ‚Was‘. Am individuellen Gegenstand ist ‚ein Bestand an wesentlichen Prädikabilien, die ihm zukommen müssen, damit ihm andere, sekundäre, relative Bestimmungen zukommen können‘, zu unterscheiden.

Die Tatsache ist ferner real, das Wesen dagegen irreal oder ideal. Denn es kann nie zeitlich-räumlich individualisiert sein, während Reales individuell ist.

Jede Tatsache, individuelles Sein jeder Art ist [endlich] zufällig“ (S. 9). Das Wesen dagegen hat Notwendigkeit in sich, sofern es als ‚eidetische Besonderung und Vereinzelung eines eidetischen allgemeinen Sachverhaltes“ (S. 15), d. i. als Spezifizierung eines allgemeinen Wesens zu begreifen ist.

Was Husserl somit als Wesen den Tatsachen gegenüberstellt, wird vor allem dadurch charakterisiert, daß es nicht an einer bestimmten Stelle in der Zeit und [eventuell] im Raum lokalisiert ist und deshalb nicht real ist, und daß es nicht individuell, sondern allgemein ist. Solches Wesen ist z. B. ‚Non a‘ gegenüber den realen Tönen a dort und damals auf

einer Geige oder einer Oboe usw., und zuoberst Ton überhaupt gegenüber den individuellen Tönen, die jemals wirklich waren“ (S. 9). Solches Wesen ist auch „ganze Zahl“ gegenüber den einzelnen ganzen Zahlen 1, 2, 3 usw. in inf.

Die Art, wie das Wesen nach Husserl erkannt wird, ist das intuitive Erschauen. Dieses findet aber doch nicht so völlig unmittelbar und selbständig und ohne Vorbedingungen statt, wie uns Sinneseindrücke zuteil werden; sondern man muß von empirischen Anschauungen (Wahrnehmungen, Erinnerungen, Phantasievorstellungen) der individuellen Vereinzelungen, die einem Wesen entsprechen, ausgehen. Von den empirischen Phänomenen gelangt man zur Erfassung des Wesens durch mehrfache Anschaltungen, „Reduktionen“. Die allgemeinste Reduktion ist die „eidetische“, die vom psychologischen Phänomen zum reinen Wesen . . . überführt“ (S. 4). Dadurch wird der Tatsachengesichtspunkt ausgeschaltet und die Einstellung auf das Wesen hergestellt. Aber es bleibt noch immer eine Wesenslehre realer Phänomene. „Andere Reduktionen, die spezifisch transzendentalen, reinigen die psychologischen Phänomene von dem, was ihnen Realität und damit Einordnung in die reale Welt verleiht“ (S. 4). „Es liegt in der Eigenart der Wesensanschauung, daß ein Hauptstück individueller Anschauung, nämlich ein Erscheinen, ein Sichtigsein von Individuellem ihr zugrunde liegt, obschon freilich keine Erfassung desselben und keinerlei Setzung von Wirklichkeit; gewiß ist, daß infolge dessen keine Wesensanschauung möglich ist ohne die freie Möglichkeit der Blickwendung auf ein *entsprechendes* Individuelles und der Bildung eines exemplarischen Bewußtseins . . .“ „Um ein Wesen selbst und originär zu erfassen, kann man von entsprechenden erfahrenden Anschauungen ausgehen, ebensowohl aber auch von nicht-erfahrenden, nicht-Dasein-erfassenden, vielmehr bloß einbildenden Anschauungen“ (S. 12). Wenn wir z. B. das Wesen der Wahrnehmung erfassen wollen, so geschieht dieses, indem wir uns in reiner Schauung, etwa von Wahrnehmung zu Wahrnehmung blickend, zur Gegebenheit bringen, was Wahrnehmung, Wahrnehmung an sich selbst — dieses Identische beliebiger fließender Wahrnehmungs-

singularitäten — ist.<sup>5</sup> (S. 315). „Aber das ändert nichts daran, daß beiderlei Anschauungsarten [die empirische und die eideitische] prinzipiell unterschieden sind.“<sup>6</sup> (S. 12). Aber die empirischen Anschauungen sind nicht eine Geltungsinstanz in einem methodischen Verfahren der Wesensermittlung, sie sind nicht eine Erkenntnisquelle für das Wesen, sondern sie sind nur der psychologische Anlaß für das intuitive Gewahrwerden des Wesens.

Auch Wissenschaft ist ein ‚Wesen‘ gegenüber den einzelnen Theorien, Beweisen usw. Und die Wissenschaftslehre (als Teil der Erkenntnistheorie) ist ‚eine Wesenslehre nicht realer, sondern transzendental reduzierter Phänomene‘<sup>6</sup> (S. 4). Darum muß auch die Wissenschaftslehre auf dem Wege der Wesensschau ihre Aufgaben lösen. Diese formuliert Husserl in den *Log. Untersuchungen* (I.<sup>2</sup> § 66, S. 241) dahin — wobei er allerdings eine Wissenschaftslehre im allgemeinsten Sinn: von Wissenschaft überhaupt, im Sinn einer Logik, im Auge hat: „Was macht das ideale Wesen von Theorie als solcher aus?“ Welches sind die primitiven wesenhaften Begriffe und die reinen Gesetze, welche die Konstituentien von Theorie überhaupt bilden? Diese müssen demnach erkannt werden dadurch, daß uns ihr Wesen aufleuchtet, indem wir von einzelwissenschaftlicher Theorie zu Theorie blickend uns zur Gegebenheit bringen, was Theorie an sich selbst, als ‚das Wesen ihrer Form‘ (S. 241) ist, und was zur Idee der Theorie wesentlich gehört. Aus dieser fließt dann a priori und deduktiv die Spezialisierung derselben in ihre möglichen Arten, die Einzelwissenschaften<sup>4</sup> (S. 241, 242). Es ist also ein ganz anderer Weg als der einer induktiven Wissenschaftslehre.

Die Wissenschaftslehre gehört nach Husserl zu den *Wesens-Wissenschaften* und diese stehen den *Tatsachen-Wissenschaften* als eine eigene, andere Art von Wissenschaften gegenüber. Tatsachenwissenschaften sind Erfahrungswissenschaften; weil sie Dasein feststellen, gründen sie sich auf die allein Wirklichkeit gebende empirische Anschauung, auf die Erfahrung. Für die Wesenswissenschaften bildet, weil sie nicht ‚Wirklichkeitsverhalte, sondern Wesensverhalte‘ erforschen, die eideitische Anschauung, die Wesenserschauung die Grundlage. Was sie zur Erkenntnis bringen, sind 1. ‚die in unmittel-

barer Einsicht zu erfassenden Wesensverhalte', die 'eidetischen Axiome', 2. diejenigen Wesensverhalte, die 'aus solchen «axiomatischen» Sachverhalten durch reine Folgerung erschlossen werden können.' 'Es macht also das Wesen rein eidetischer [Wesens-]Wissenschaft aus, daß sie ausschließlich eidetisch verfährt', daß sie lediglich auf Grund von Wesensschau und ohne Erfahrungsbegründung ihre Erkenntnis gewinnt' (S. 17). Der Sinn eidetischer Wissenschaft schließt jede Einbeziehung von empirischen Tatsachen sowie von Erkenntnisergebnissen empirischer Wissenschaften prinzipiell aus. Denn 'aus Tatsachen folgen immer nur Tatsachen' (S. 18). Das Muster eidetischer oder Wesenswissenschaft ist die Mathematik' (S. 17). Die Wissenschaftslehre baut sich also nach Husserl nicht auf Erfahrungstatsachen und nicht induktiv, sondern intuitiv und deduktiv auf.

In der Wesenserschauung macht Husserl tatsächlich eine neuartige Erkenntnisweise geltend. Wird das Wesen (z. B. der Theorie, als der Form von Wissenschaft überhaupt) unmittelbar erschaut, so bedarf es keines Geltungsnachweises, überhaupt keiner methodischen Begründung dafür mehr. Denn die intuitive Gewißheit, das einsichtige Gegebensein der Wesen und ihrer Grundbeziehungen bildet dann den letzten Geltungsgrund. Eine Wesenswissenschaft braucht, abgesehen von ihren deduktiven Folgerungen, nur auszusprechen, was sie erschaut. Sie kann nur 'einsichtig feststellen und das heißt selbst wieder: durch originär gebende Anschauung aufweisen und es durch Urteile, die sich dem in ihr Gegebenen getreu anpassen, fixieren' (S. 36, 44). Wie empirische Beobachtungen einfach angeführt werden, so auch gewissermaßen 'eidetische' Beobachtungen in der Wesenssphäre. Denn 'auch Wesenserschauung ist eben Anschauung, wie der eidetische Gegenstand [das Wesen] eben Gegenstand ist'. Es ist nur eine 'Verallgemeinerung der korrelativ zusammengehörigen Begriffe «Anschauung» und «Gegenstand»' (S. 11).

Und so sind ja auch tatsächlich Husserls Darlegungen im allgemeinen beschaffen: sie stellen einfach dogmatisch hin, suchen es einsichtig zu machen, was sich ihm intuitiv ergeben hat. Eine Nachprüfung ist nur in der Weise möglich, daß man selbst die Einsicht in die betreffenden Wesensverhältnisse ge-

wimmt — oder in ihr Nicht-bestehen; aber nicht in der Weise, daß man die Stiehhältigkeit von Begründungen untersucht. Wesen sind eben keine vermittelten, abgeleiteten, sondern unmittelbare Erkenntnisse.

Bezeichnet die Wesensintuition nun den Weg, um die Aufgaben einer Wissenschaftslehre zu lösen?

Es ist gewiß anzuerkennen: Das Objekt der Erkenntnistheorie und dasjenige, was eine methodische Wissenschaftslehre zugrunde legen muß, können so wenig wie die Erkenntniserlebnisse bestimmter Individuen in Zeit und Raum auch die durchschnittlichen Lehrmeinungen irgendeines historischen Zeitpunktes sein. Was für eine Wissenschaftslehre in Betracht kommt, besteht allein in einem System von überhistorischen, unwandelbaren Wahrheiten. Die Grundlagen der Wissenschaftslehre werden nicht durch reale, zeitlich-räumliche Tatsachen gebildet, sondern durch ideale, zeitlose und daseinsfreier Sachverhalte, Wesen im Sinn Husserls. — Aber wenn nun eine methodische Wissenschaftslehre sich auf die Wissenschaften, wie sie gegenwärtig tatsächlich vorliegen, gründet, so verliert sie sich damit doch keineswegs in die realen, individuellen Bewußtseinsvorgänge des wissenschaftlichen Denkens: sie zieht ja darin ebenso nur die ‚Wahrheiten‘ in Betracht, die zeitlosen, unpersönlichen Erkenntnisinhalte, aber nicht persönliche Ansichten bestimmter Individuen zu einer bestimmten Zeit wie Husserls eigene erkenntnistheoretische Untersuchungen. Wenn man die Untersuchungen der Wissenschaftslehre auf die tatsächliche Wissenschaft gründet, so geht sie damit also keineswegs von zufälligen, historischen Einzeltatsachen aus, sondern bewegt sich durchaus im Bereich der ‚ewigen Wahrheiten‘, der idealen Wesen.

Ist nun der eigentliche und ausschließliche Weg, Wesen zu erkennen, die Intuition? und diese darum die spezifische Erkenntnisweise aller Wesenswissenschaften? Wenn die Wissenschaftslehre das Wesenhafte wissenschaftlicher Erkenntnis feststellt, hat sie es nicht mit Wesen realer Erscheinungen, sondern schon von Gefügen idealer Wesen, eben der wissenschaftlichen Erkenntnisse, zu tun, mit Wesen und Wesensbeziehungen von höherer Allgemeinheitsstufe. Darin steht die Wissenschaftslehre nicht allein; auch Recht, auch Kunst sind

ideale Wesenheiten wie die Wissenschaft, und die systematischen Wissenschaften von ihnen suchen ebenso Wesenswahrheiten höherer Stufe.

Alle diese Wissenschaften müßten nun nach Husserl intuitiv und deduktiv vorgehen, ohne dabei die Mannigfaltigkeit wissenschaftlicher Erkenntnis, lebender und toter Rechtsätze, tatsächlicher Kunstwerke in Musik, Malerei usw. methodisch, anders als bloß beispielsweise, heranzuziehen. Sie würden die Grundbegriffe und -gesetze in unmittelbarer Wesenserschauung zu erfassen und das Erschaute nur auszusprechen haben und einer weiteren Begründung dafür nicht bedürfen. Von dem erschaute Wesen des Rechts, der Kunst überhaupt wäre deduktiv die Spezialisierung in ihre möglichen Arten und Erscheinungsformen zu entwickeln. Für die allgemeine Rechtslehre ist das auch tatsächlich bereits im Sinne Husserls versucht worden.<sup>7</sup>

Eine solche Art von Wissenschaft wäre die einer Theorie — wie deren Eigenart später (S. 31 f.) dargelegt werden wird. (Es bleibe dabei unterdessen dahingestellt, ob die Ausgangssätze der Deduktion innerhalb der Theorie überhaupt mit intuitiver Gewißheit gelten.) Damit würde sich die Frage darum drehen, ob die Wissenschaftslehre und jene anderen Wissenschaften jetzt schon in der Form einer Theorie entwickelt werden können. Denn das setzt immer schon einen hohen Zustand der Reife einer Wissenschaft voraus. Und der bereitet sich nur vor in induktiver Erarbeitung ihrer Begriffe und Verknüpfungsgesetze (siehe später S. 158 f.). Der Differenzpunkt wäre also nur der, daß Husserl für diese Wesenswissenschaften einen vollkommenen Reifezustand im Auge hat, während es für sie auch einen Vorzustand der induktiven Erkenntnisbildung von der tatsächlichen Wissenschaft, Kunst, Rechtsnorm aus gibt. Auch für eine Theorie wäre übrigens die Beziehung zu dieser Tatsächlichkeit nicht vollständig abgeschnitten; denn es ist für sie eine Verifizierung erforderlich und diese wird eben in dieser Beziehung hergestellt.

Es läßt sich aber doch auch zeigen, daß für die Erkenntnis von Wesen der Weg der reinen Intuition ein allzu summarisches Verfahren darstellt, daß sie sich, als wissenschaftliche,



nicht einfach durch Intuition ohne weitere Begründung und Methode ergibt.

Um sogleich an das früher (S. 14) angeführte Beispiel Husserls anzuknüpfen: wird das Wesen „Wahrnehmung“ wissenschaftlich, also von der Psychologie wirklich in der Weise erkannt, daß wir uns in reiner Schauung, von Wahrnehmung zu Wahrnehmung blickend, zur Gegebenheit bringen, was Wahrnehmung . . . ist? Wenn wir das tatsächliche Verfahren der Psychologie ansehen,\* so finden wir vielmehr die Methode einer induktiven Gattungsbegriffsbildung. Es wird eingehend, sogar experimentell untersucht, wodurch sich die Wahrnehmung eindeutig charakterisieren läßt, was sie von der Empfindung sicher unterscheidet; und es besteht selbst bei dieser methodischen Begriffsbildung noch eine Unsicherheit in bezug auf die Definition der Wahrnehmung — die doch wohl unüberwindlich sein müßte, wenn man auf das bloße Überblicken zufälliger Wahrnehmungseinfälle angewiesen ist. Und wäre dann überhaupt z. B. das Kriterium der Veranlassung durch einen äußeren Reiz auf diese Weise zu finden? Man wird vielleicht sagen, die Psychologie sollte anders vorgehen, eben intuitiv. Aber betrachten wir *einen anderen Fall*, wo die Wissenschaft ein großes Ergebnis bereits unzweifelhaft gewonnen hat, in bezug auf die Art und Weise ihres Verfahrens dabei.

Wie Wahrnehmung oder Ton oder Farbe ein Wesen bezeichnet, ebenso auch Wärme und Bewegung und Schwere. Auch in ihnen steht etwas Zeitloses, Allgemeines den einzelnen individuellen Wärme-, Bewegungs-, Schwere-Tatsachen gegenüber. Es handelt sich hier natürlich nicht darum, wie diese Wesen historisch erkannt worden sind, oder wie sich psychologisch der Prozeß ihres Erkennens vollzieht, sondern worauf ihre Geltung beruht. Um zu erkennen, was z. B. das Wesen Schwere ist, muß man in der Naturwissenschaft einen langen Weg der Einsichten gehen, dessen Meilensteine durch die großen Entdeckungen Galileis, Keplers und Newtons bezeichnet werden. Schwere definiert die Physik als einen besonderen Fall der allgemeinen Gravitation, als die Beschleunigung, welche speziell die Masse des Erdkörpers der Masse eines anderen Körpers erteilt (oder zu erteilen strebt). Um das

als gültig einzusehen, muß man zunächst die Gesetzmäßigkeit der Schwere-Erscheinungen: des freien Falles der Körper, und zwar aller Körper in gleicher Weise, des Wurfes, des Pendels usw. erkannt haben, theoretisch in klarer Begriffsbildung (Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung . . .) erfaßt und experimentell (Messung des Falles auf der schiefen Ebene, Fall aller Körper im luftleeren Raum mit derselben Geschwindigkeit . . .) erwiesen. Und dann muß man erkennen, daß diese Schweregesetzmäßigkeit sich einer viel allgemeineren Gesetzmäßigkeit, welche auch in der Gesetzmäßigkeit der Planetenbewegungen zu ersehen ist, einordnen und sich aus ihr ableiten läßt: dem Gesetz der Gravitation. Erst indem wir Schwere als Bewegungsantrieb gegen den Erdmittelpunkt hin infolge der Gravitation begriffen haben, ist das Wesen all der einzelnen Schwere-Erscheinungen erkannt. Erst damit wissen wir, was die Größe der Schwere — das Gewicht — eines Körpers ( $P = mg!$ ) und die Schwingungsdauer eines Pendels bestimmt, und weshalb sich das Gewicht eines Körpers und die Schwingungszeit eines Pendels mit dem Ort auf der Erde ändert, weshalb sie vom Äquator gegen die Pole hin zunehmen, mit der Erhebung über die Erdoberfläche abnehmen usw. Für alle diese einzelnen Gesetzmäßigkeiten der Schwere-Erscheinungen läßt sich erst durch ihre Unterordnung unter die Gravitation einheitlich ein Wesen finden.

Um zu erkennen, was das Wesen ‚Schwere‘, Schwere ‚an sich selbst‘, als das Identische all der individuellen Schwere-Erscheinungen (-Tatsachen) ist, genügt es also keineswegs, von Schwere-Erscheinung zu Schwere-Erscheinung blickend, sich ihr Wesen ‚zur Gegebenheit zu bringen‘ — ist denn der steigende Rauch oder Luftballon und das schwingende Pendel von vornherein überhaupt schon eine Schwere-Erscheinung? —; sondern die Wesenserkenntnis der Schwere ergibt sich erst aus einer Reihe von begrifflichen Zerlegungen und ideellen Konstruktionen, Messungen und Schlußfolgerungen. Sie ergibt sich auf dem Weg der Induktion und der Folgerung aus einer Theorie. Der Grund ihrer Geltung ist darum nicht bloße Intuition, sondern eine methodische Begründung.

Man könnte dieser Darlegung gegenüber vielleicht sagen: Schwere ist kein ‚Wesen‘, sondern eine Wesensbeziehung.

eben weil sie die Massenanziehung der Erde bezeichnet, also eine Beziehung zwischen Bewegung und (einer bestimmten) Masse. Aber Masse, ein nicht weiter zurückführbarer bewegungsbestimmender Umstand, muß doch als ein Wesen angesehen werden, und an diesem könnte man denselben Nachweis führen. Auch Masse läßt sich nicht durch ein bloßes Überblicken von beliebigen Bewegungserscheinungen erschauen. Auch sie ist nur auf Grund vielfacher Induktion — Newton beruft sich selbst bei der Einführung dieses Begriffes auf die Pendelexperimente von Huyghens u. a. — im Zusammenhang einer Theorie einzusehen. Es ist keine Rede davon, daß ihr intuitive Gewißheit zukommt. (Vgl. später S. 93 f.)

So gut wie Wahrnehmung oder Ton ist aber auch Laut und Wort und Satz und Flexion ein Wesen. Denn sie alle sind nicht bloß individuelle Tatsachen, sondern auch (mit Ausnahme der Laute) zeitlose und allgemeine Bedeutungen. Solche Wesen erkennt die Sprachwissenschaft nicht anders als induktiv. Eine Grammatik kommt zu ihrem System von sprachlichen Wesen durch Vergleichung und damit Unterscheidung und Zusammenfassung eines empirischen Materials von Texten oder lebendiger Rede. Die Entdeckung beginnt mit dem Nächstliegenden, Augenfälligsten; gleiche Erscheinungen mit gleicher Bedeutung schließen sich sozusagen in zwei Bündel Reihen zusammen. Das Wort *lapidis* z. B. gesellt sich einerseits zu allen übrigen Kasusformen von *lapis* und andererseits zu allen Genitiven singularis der dritten Deklination, die ja gleichfalls die Endung *is* haben und in gleichen syntaktischen Verbindungen wie *lapidis* erscheinen. Die gleiche Erfahrung wird mit den Formen des Genitivus singularis in den übrigen Deklinationen gemacht; und nun lehren Kongruenzfälle wie *huius magni lapidis*, alle diese Formen als gleichwertig erkennen. Andere syntaktische Analogien nötigen ferner, den Genitiven des Plurals denen des Singulars gleiche Formen zuzusprechen. . . . So beschreibt G. von der Gabelentz "die Art und Weise der grammatischen Induktion". Es bildet also auch hier nicht Intuition die Grundlage der Wesenserkenntnis; von der Gabelentz fordert vielmehr ausdrücklich für die grammatischen Lehren einen Nachweis, der nur ein induktiver Beweis sein kann.

Die Wissenschaft hat es im größten Maß, mindestens ebensoviel mit Wesen als mit Tatsachen zu tun. Aber sie hat es nur in seltenen Fällen, am häufigsten wohl in der Psychologie, zur Aufgabe, Wesen unmittelbar von individuellen Anschauungen aus zu gewinnen. Sonst hat sie gewöhnlich Wesensbeziehungen zu entwickeln. Die zugrunde liegenden Wesen führt sie dabei im Falle einer Theorie (des Falles z. B. die Wesen Bewegung, Geschwindigkeit, Zeit, Raum) definitorisch ein und gewinnt sie nicht erst auf Grund von Anschauungen. Sie gelten gar nicht auf Grund von Intuition (vgl. später S. 93 f.). Wo es sich aber wirklich um Wesenserkenntnis handelt, wo die Wissenschaft Wesen (z. B. Wahrnehmung) auf Grund von Anschauungen gewinnt, geschieht es auf dem Wege der Induktion. Der Rekurs auf das tatsächliche Verfahren der Wissenschaft bei der Wesenserkenntnis zeigt klar, daß sie keineswegs auf reiner Intuition beruht, sondern auf methodischer Begründung. Das ist auch anders nicht möglich.

Auch nach Husserls Meinung muß die Wesenserkenntnis immer von individuellen Anschauungen ausgehen: solche bilden zum Vollzug der Wesenerschauung (Idention) die notwendige Basis“ (S. 12). Auch nach ihm kann also ein Wesen nicht für sich allein, ohne konkrete Unterlagen erfaßt werden. Es besteht somit eine innere Beziehung zwischen der Erkenntnis des Wesens und den diesem entsprechenden Anschauungen. Aber Husserl hält 1. schon eine einzelne oder einige beliebige Anschauungen für genügend, um von ihnen aus in ideierender Abstraktion das Wesen zu erfassen. Das Wesen „Ton“ ist zu erkennen als das aus dem individuellen Ton (einzeln, oder durch Vergleichung mit anderen als „Gemeinsames“) herauszuschauende Moment“ (§ 2, S. 9). Und 2. bilden sie für Husserl bloß den psychologischen Anlaß für die (intuitive) Wesenserkenntnis, keinen Erkenntnisgrund dafür. Denn für ihn ist das im Wesen erfaßte identische Moment etwas, was als Allgemeines eo ipso nie in den einzelnen Anschauungen selbst enthalten sein kann<sup>4</sup> (H/1, S. 157): sondern es ist eben ein Glied aus einem anderen Reich, aus dem idealen Sein, dem individuelle Anschauungen immer nur entsprechen. Darum können diese für Husserl nicht die

logische Grundlage für die Erkenntnis des Wesens sein — weil es eben in ihnen als solchen nicht enthalten ist; sondern das Wesen hat keine andere Grundlage als sich selbst, es wird einfach entdeckt im Reiche der Wahrheiten.

Aber indem dem Wesen doch individuelle Anschauungen entsprechen, indem es doch das Wesen in bezug auf bestimmte Anschauungen ist, besteht auch dann eine zweifellose Aufeinanderbeziehung von allgemeinem Wesen und individuellen Anschauungen als zugehörigen. Und diese Beziehung muß für die Erkenntnis des Wesens maßgebend werden. Es muß ausdrücklich gezeigt werden, daß zu einem Kreis von — teilweise verschiedenartigen — Anschauungen gerade dieses als Wesen gehört. Wesen ist nach Husserl als ein Gemeinsames und Identisches aus einzelnen Anschauungen ‚herauszuschauen‘. Damit die Zusammengehörigkeit von Wesen und Anschauungen gesichert ist, muß aufgewiesen werden: 1. aus welchen Anschauungen überhaupt das Wesen ‚herauszuschauen‘ ist, und 2. daß es darin das Gemeinsame und Identische ist. Damit bilden aber dann auch die Anschauungsgrundlagen für die Wesens-Intuition nicht mehr den bloßen Anlaß dafür, sondern notwendige Bedingungen für die Einsicht, daß gerade dieses Wesen zu diesen und diesen Anschauungen gehört. Sie gehören wesentlich mit zu den Geltungsgrundlagen einer Wesenserkenntnis.

Wenn von einigen beliebigen Anschauungen aus ein Wesen erfaßt werden soll, so ist die Richtung der ‚ideierenden‘ Abstraktion und damit dieses Wesen noch gar nicht eindeutig bestimmt. Denn einer oder einigen Anschauungen kann man verschiedene Wesen zuordnen, zunächst Wesen verschiedener Allgemeinheitsstufe, aber auch Wesen verschiedener Abstraktionsrichtung. Von einigen Fallerscheinungen aus kann man z. B. das Wesen ‚Fall‘ oder das Wesen ‚Bewegung‘ oder auch das Wesen ‚Luftwiderstand‘ (oder ‚widerstehendes Mittel‘) erschauen (in psychologischem Sinn genommen). Denn psychologisch ist es gewiß oft genug der Fall, daß bloß von einigen Anschauungen aus ein Wesen erschaut wird. Aber erkenntnistheoretisch ist das, was so intuitiv aufblitzt, damit noch lange nicht als gültige Erkenntnis begründet. Die großen Einsichten leuchten in der Wissenschaft wohl gewöhnlich so

auf. Aber gerade daraus, daß diese erst noch in ihrer Geltung erwiesen werden müssen, wird es deutlich, daß auch intuitive Einsichten noch nicht unbedingt zugleich auch die Gewähr ihrer Gültigkeit geben. Wenn man im Darüberhineblicken über beliebige Anschauungen ein Wesen erschauen will, so heißt das, es dem Zufall überlassen, von welcher Gruppe von Anschauungen man ausgeht und zu welchem Wesen man gelangt. Man kann damit ebenso leicht zu ganz einseitigen, unzutreffenden Wesensbestimmungen kommen. Denn auch Wesen können bald richtig, bald fälschlich vermeint sein' (S. 43).

Es ist die Grundanschauung Husserls, daß Wesen eine unmittelbare Erkenntnis, die ohne Zwischenglieder und -operationen sich ergibt, und nicht eine vermittelte, abgeleitete Erkenntnis darstellt. Man kann es Husserl ohneweiters zugeben: Ein allgemeines Wesen kann nicht aus individuellen Anschauungen abgeleitet, aufgebaut werden; es kann nur an ihnen erschaut werden. Aber damit ist sozusagen nur die elementare Sachlage bezeichnet. Das Verfahren der wissenschaftlichen Wesenserkenntnis, der Wesenswissenschaften, ist damit noch keineswegs gegeben.

Unmittelbare Erkenntnis ist nur möglich für Beziehungen, bei denen ihre Glieder unmittelbar vorliegen und die daran allein erfaßt werden können. Das ist der Fall bei unmittelbaren Verhältnissen der logischen Über- und Unterordnung, der logischen Konsequenz, der Gleichheit oder Verschiedenheit. Daß dies aus den gegebenen Vordersätzen folgt, daß jenes als Besonderes unter jenes Allgemeine fällt, daß dies und dies gleich ist, das kann man nur unmittelbar einsehen, intuitiv erfassen. Es ist wirklich ein Erschauen dieser Verhältnisse, ein ebenso Unmittelbar-Gegebensein wie in der sinnlichen Anschauung. Aber das ist nur der Fall bei unmittelbarer logischer Konsequenz, Unterordnung, Vergleichung.

Aber Wesenserkenntnis, wie sie in der Wissenschaft der Fall ist, besteht nicht einfach in der Erkenntnis eines solchen Verhältnisses zwischen unmittelbar gegebenen Gliedern, sondern eines weit verwickelteren Beziehungsgewebes. Die einzelnen Anschauungen können nicht mehr zugleich überblickt werden, sondern müssen sukzessive herangezogen werden und die für die einzelnen Gruppen erschauten Wesen müssen dann

identifiziert werden; das identische Moment (des Wesens) an ihnen springt nicht sofort von selbst in die Augen, sondern muß erst durch Zergliederung und Vergleichung aufgewiesen werden; die Intuition muß vorbereitet, herbeigeführt werden. Wenn man aber in dieser Weise die Anschauungsgrundlagen für das intuitive Erfassen eines Wesens geordnet und vollständig zurechtlegt — was ist das dann anderes als ein methodisches Erarbeiten, ein Nachweisen oder Begründen der Wesenserkenntnis?

Die wissenschaftliche Wesenserkenntnis vollzieht sich in einem geordneten Aneinanderfügen vieler zusammengehöriger Wesenseinsichten. Die einzelnen sozusagen elementaren Wesenseinsichten beruhen auf Intuition. Daß dieses Wesen zu diesen unmittelbar vorliegenden Anschauungen gehört, das ist eine unmittelbare, unzurückführbare Einsicht. Aber für komplexe Wesensverhältnisse, bei denen die zugehörigen Anschauungen nicht mehr unmittelbar überblickt werden können, sondern sukzessive aufgewiesen werden müssen, kann es demgemäß eine unmittelbare, intuitive Gewißheit nicht mehr geben. Die Wesenseinsicht wird hier durch Zwischenglieder vermittelt. (Vgl. die eingehende Analyse des Beweises durch Pasch<sup>10</sup> I.: Um einen Beweis als richtig einzusehen, muß man ihn in ‚Beweisschritte‘ zerlegen und über jeden einzelnen Beweisschritt urteilen. ‚Bei dem Beweisschritt der einfachsten Art wird von einer Aussage zu einer anderen dadurch übergegangen, daß der Inhalt derselbe bleibt, nur die Einkleidung sich geändert hat. Ich muß also, wenn zwei Wortgefüge vorliegen, imstande sein, zu entscheiden, ob sie denselben Inhalt haben oder nicht‘ [S. 366].)

Hier beruht die Geltung auf der intuitiven Gewißheit der einzelnen Glieder und ihres Zusammenhanges untereinander. Diese Gewißheit muß Schritt für Schritt aufgewiesen werden. Und das ist es eben, was man methodisches Verfahren, Begründung heißt. Jeder einzelne Schritt ist intuitiv begründet, aber im ganzen ist der Vorgang diskursiv. Die Geltung der letzten Ergebnisse ist eine vermittelte.

(Es ist klar, daß es deswegen bei konkreten Beweisen nicht erforderlich ist, alle solchen Schritte einzeln aufzuweisen, also jeden Beweis in einem lückenlosen Kettenschluß

zu geben. Es kommt nur darauf an, daß die zweifellose Sicherheit vorhanden ist, daß Sprünge im Beweisgang ohnweiters durch den Nachweis der intuitiven Einzelschritte ausgefüllt werden können. Denn das bildet die Grundlage der Gültigkeit des Beweises. Es ist aber der Darstellung natürlich nicht nur freigestellt, sondern geradezu geboten, aus der ideellen logischen Schlußkette nur die markanten Glieder herauszugreifen, nur die Wendepunkte des logischen Gedankenganges zu bezeichnen, in dem Bewußtsein, daß die Ausfüllung des Übersprungenen, das Verfolgen der Einzelschritte jederzeit möglich wäre; denn nur so wird die Übersicht und das Verständnis des Geltungszusammenhanges ermöglicht. Wenn Pasch<sup>11</sup> für die Mathematik lückenlose Beweise verlangt, so hat ihn dabei offenbar das Bewußtsein geleitet, daß nur solche die Geltung der Beweisergebnisse wirklich gewährleisten können. Aber das bedeutet einen ideellen logischen Zusammenhang und es ist eine ganz andere Sache, wie weit man ihn jeweils expressis verbis darstellt und wie weit man ihn stillschweigend als einen selbstverständlichen Zusammenhang voraussetzen darf.)

Daß auch Wesenserkenntnis einer methodischen Begründung bedarf, macht sich auch für Husserl selbst mehrfach fühlbar. Immer wieder begegnet man nämlich bei ihm dem Bestreben, seine phänomenologischen Wesensbestimmungen zu erweisen. Es findet einmal<sup>4</sup> (II, 1., S. 417, V, § 21) seinen offenen Ausdruck: „Zur Rechtfertigung unserer Begriffsbestimmung [nämlich des «intentionalen Wesens» eines «Aktes»] kann zunächst der Hinweis auf folgende neue Reihe von Identifizierungen dienlich sein.“ Um seine Wesensbestimmungen klarzulegen, schlägt Husserl selbst mehrfach ein Verfahren ein, das deutlich einen Zug trägt, der seit Bacon und Mill als Charakteristikum der Induktion hervorgehoben worden ist. Um die Verschiedenheit von Wesen klarzumachen, führt er ihre voneinander unabhängige Variierbarkeit an. Die Sonderung von Bedeutung und gegenständlicher Beziehung z. B. wird daraus klar, daß die ausgedrückte Bedeutung verschieden sein kann: „Der Sieger von Jena — der Besiegte von Waterloo“, und doch beiderseits derselbe Gegenstand gemeint ist: Napoleon; und ebenso umgekehrt<sup>4</sup> (II, 1. Teil, I, § 12, 2. Aufl., S. 47). Ebenso ist es die unabhängige „Variation



der gegenständlichen Beziehung' — ‚der eine Akt kann sich auf dieses, der andere auf jenes Gegenständliche beziehen' — und die der ‚Aktqualität' — Gegenständliches kann in der Weise eines vorgestellten oder beurteilten oder erfragten . . . intentional sein —, durch welche deren Verschiedenheit klar wird<sup>1</sup> (V, § 20, S. 413, ebenso S. 417, 418). Für Husserl sind das freilich nur ‚Beispiele‘<sup>2</sup> (S. 47) zur Veranschaulichung des zu erfassenden Wesens, keine Beweise. Es sind nur Hilfen für das intentionale Erkennen des Wesens, nicht mehr. Aber man braucht nur diesen Weg der Vorbereitung der Intention weiter zu verfolgen, für kompliziertere Fälle auszubauen, so führt er zur methodischen Erarbeitung der Wesenserkenntnis, zur Induktion.

Es ist somit dargetan: Auch wenn man mit Husserl von der Scheidung zwischen idealem Wesen und realen Tatsachen ausgeht, so kann Wesenserkenntnis sich nicht auf reine Intuition berufen, sondern auch sie erfordert methodische Begründung. Und daher ist, auch wenn die Wissenschaftslehre als Wesenswissenschaft charakterisiert wird, für sie ein methodisches und begründendes Verfahren nicht zu umgehen. Daß aber dabei die Wissenschaftslehre die tatsächliche, konkrete wissenschaftliche Erkenntnis zur Grundlage nehmen muß, das drängt sich ebenfalls Husserl selbst auf. Der Frage: ‚Was macht das ideale Wesen von Theorie als solcher aus?‘ schickt er die Feststellung voraus: ‚Die Möglichkeit oder Wesenhaftigkeit von Theorie überhaupt ist natürlich gesichert durch einsichtige Erkenntnis irgendeiner bestimmten Theorie‘<sup>3</sup> (I, § 66, 2. Aufl., S. 241). Damit ist die Begründung auf die tatsächliche Wissenschaft für die Wissenschaftslehre im Prinzip anerkannt.

Man wird also auch auf der Basis von Husserls Anschauungen und von seinen eigenen Begriffsbildungen aus zu einer methodisch begründenden, induktiven Wissenschaftslehre geführt. Es ist nur eine Induktion an einem anderen Material als in den Erfahrungswissenschaften: nicht an einem empirisch-realen, sondern an einem idealen Material. Es ist ein Bestand an idealen ‚Wahrheiten‘, den die Wissenschaftslehre mit der tatsächlichen Wissenschaft zur Basis nimmt.

### 3. Kritische Induktion.

Nun bleibt freilich der fragmentarische, unvollkommene Charakter dieser tatsächlichen Wissenschaft unleugbar. Was gegenwärtig an wissenschaftlicher Erkenntnis vorhanden ist, das ist natürlich ebenso ein historischer Bestand, lückenhaft und irrtumsgemengt, wie zu irgendeiner anderen Zeit. Und dieser Charakter bleibt unüberwindlich. Denn eine Auslese der wahren gegenüber den vermeintlichen Wahrheiten, der bleibenden Erkenntnisse gegenüber den vergänglichen Irrtümern vermag nie eine Zeit selbst zu treffen. Auch die Wesensintuition ist dazu nicht imstande. Was sie erfaßt, ist der zeitlose Sinn von Denkerlebnissen, aber der ist noch keine zeitlose, ewige Wahrheit. Einem zeitlosen Sinn kann ebensogut Wahrheitswert zukommen als Irrtumscharakter. Und ein Kriterium der absoluten Wahrheit hat auch der erkenntnistheoretische Intuitionismus nicht. Seine Wesensschau kann ebenso subjektiv und bloß vermeintlich sein“ (S. 43) wie jeder andere Erkenntnisanspruch. Darum bietet auch er nicht das Zaubermittel, um die „ewigen Wahrheiten“, die wahre Wissenschaft aus den gegenwärtigen Meinungen auszusondern.

Über die Unvollkommenheit der tatsächlichen Wissenschaft kommt man nicht hinweg. Darum kann aber nun die Zugrundelegung der tatsächlichen Wissenschaft für die Wissenschaftslehre nicht den Sinn haben, daß einfach die vorliegende Art und Weise, die tatsächliche Praxis der verschiedenen Wissenschaften deskriptiv festzustellen und daraus induktiv Gattungsbegriffsbildungen zu entwickeln wären. Denn das hieße, sich den Mangelhaftigkeiten der tatsächlichen Wissenschaft ausliefern und sie in die Ergebnisse der Wissenschaftslehre mithinübernehmen. Man würde damit nur zu einem kulturgeschichtlichen Ergebnis kommen, nicht zu einem erkenntnistheoretischen. Es wird sich in den folgenden Untersuchungen mehrfach zeigen, daß das tatsächliche Vorgehen der Wissenschaften, z. B. in der Induktion oder bei der historischen Synthese, nicht als erkenntnistheoretisch hinreichend und vollgültig anerkannt werden kann — insoferne nämlich ohne stichhältige Berechtigung verallgemeinert oder allein

aus der Einfühlung heraus synthetisch konstruiert wird. Es wird vielmehr das tatsächliche Vorgehen als unvollkommen angesehen und ihm gegenüber die Forderung strenger logischer Schlüssigkeit geltend gemacht. Eine solche Forderung ist eine grundsätzliche Anforderung, die an die tatsächliche Wissenschaft herangetragen, nicht aus ihr abgelesen wird. Es ist eine Anforderung auf Grund eines bestimmten Ideals von wissenschaftlicher Erkenntnis. An diesem wird das tatsächliche Erkennen zugleich gemessen, nach ihm zugleich kritisch beurteilt. Erkenntnis und ebenso Wissenschaft ist eben ein Wert, und zwar ein idealer, nicht ein rein tatsächlicher. Und darum ergibt sich in bezug auf die tatsächliche Wissenschaft die Kritik unter dem Gesichtspunkt des Wertcharakters, die Prüfung, inwieweit sie der idealen Forderung entspricht.

Dieses Ideal steht aber auch nicht wieder von vornherein (*a priori*) gegenüber der tatsächlichen Wissenschaft fest. Sonst könnte man beispielsweise nicht erwägen und versuchen — wie es die Schule Diltheys tut —, ob sich die historische Rekonstruktion nicht doch auf einfühlendes Verstehen gründen ließe. Sondern dieses Ideal wird konstruiert erst im Zusammenhang mit der tatsächlichen Wissenschaft. Von dieser aus soll das Ideal wissenschaftlicher Erkenntnis entwickelt werden. Erst dadurch wird die sonst beliebige Festsetzung determiniert. Es hat keinen Sinn, ein Ideal willkürlich aufzustellen, ohne sich um die Bedingungen seiner Realisierung zu kümmern. Es handelt sich in der Wissenschaftslehre also darum, an dem tatsächlichen wissenschaftlichen Erkennen das klarzulegen, was damit eigentlich gewollt ist und was damit erreicht werden kann; die obersten Grundsätze wissenschaftlicher Arbeit daran aufzusuchen und explizit zu formulieren; durch kritische Prüfung der konkret vorliegenden Wissenschaft den Begriff der idealen Wissenschaft und ihrer Formen zu konstituieren.

Der Gesichtspunkt der Kritik ergibt sich dabei aus der Aufgabe, aus der Einstellung auf das Ziel einer einwandfreien, vorbildlichen und als solcher möglichen Erkenntnisform. Was als vorbildlich, einwandfrei zu betrachten ist, das bestimmt ein letzter, allgemeinsten Wertgesichtspunkt, der wirklich

a priori, als von vornherein feststehender zugrunde liegen muß, weil er unentbehrlich ist, weil sonst überhaupt nichts da wäre, was die konkrete Gestaltung des Erkenntnisideals leitet. Worin dieser letzte Wert Gesichtspunkt besteht, ob es der logische Charakter der Einheitlichkeit und Konsequenz ist oder der biologische Charakter der „Ökonomie“ oder ein anderer. — das ist ein Problem für sich; das betrifft nicht mehr die Methode, sondern die Grundlagen der Arbeit der Wissenschaftslehre.

Die Wissenschaftslehre legt also nicht die tatsächliche Wissenschaft allein, sondern auch einen allgemeinsten Wertgesichtspunkt für deren kritische Beurteilung zugrunde. Dadurch vermag sie sich über die bloße Abschrift der tatsächlichen Praxis eines historischen Wissenschaftsstandes zu erheben. Damit geht aber auch eine im Prinzip willkürliche Festsetzung in sie ein, eben die jenes Wertes. Dieser läßt sich nicht mit Husserl als eine intuitive Einsicht in Anspruch nehmen, weil er in verschiedener Weise gewählt werden kann. Und dieser Charakter der Festsetzung, die in mehrfacher Weise zu treffen möglich ist, kommt dann auch bei der Konstituierung der idealen Wissenschaft und ihrer Formen zur Geltung. Wenn es später (S. 287 f.) als eine wesentliche Eigenart der Wissenschaft erklärt wird, ihre Ergebnisse zu begründen und damit einsichtig und nachrechenbar zu machen, so ist das eine solche Festsetzung, ein bestimmtes Ideal von Wissenschaft. Es wäre aber auch ein Wissenschaftsbegriff denkbar, der diese Forderung fallen läßt und nur die systematische Ordnung behält. Er würde freilich weniger leisten. Für das höher gespannte Ideal kommt es aber darauf an, zu zeigen, daß es möglich ist, es durchzuführen. Was man als Wissenschaft gelten lassen will, ist im Grunde ebenso willkürlich und Definitionssache als beim Kunstwerk oder bei der Sittlichkeit.

Damit ist der Sinn, in dem die Wissenschaftslehre die tatsächliche Wissenschaft zur Grundlage nimmt, wohl hinreichend klargestellt. Sie untersucht analytisch das konkrete Erkennen der vorliegenden Wissenschaften und leitet daraus induktiv die allgemeinen Verhältnisse, Formen und Prinzipien wissenschaftlicher Erkenntnis ab, dabei geleitet von dem kritischen Gesichtspunkt grundsätzlicher Forderungen aus

einem idealen Wert. Man darf ihre Methode daher wohl als eine kritisch geleitete Induktion bezeichnen.

Der Neu-Kantianismus erklärt mit Betonung als die Methode der Erkenntnistheorie die transzendentallogische. Sie ist das Verfahren der Fragestellung: Wie ist Erfahrung möglich? Wie ist Mathematik, wie ist Wissenschaft möglich? Es ist das Verfahren der regressiven Analyse der erkenntnistheoretischen Bedingungen, Voraussetzungen der Erkenntnis.<sup>12</sup> Damit erweist sie sich aber doch eigentlich nur als die spezifische Methode der Axiomatik. Es ist das wichtige Verfahren, die Voraussetzungen klarzulegen, aber es kann nicht das allgemeine Verfahren der Erkenntnistheorie oder wenigstens der Wissenschaftslehre bezeichnen. Denn es setzt schon ein ideales Erkennen voraus, um so fragen zu können und ein befriedigendes Resultat erwarten zu dürfen. Es wird dabei die Unvollkommenheit der Wissenschaft, von der man ausgehen kann, ganz vernachlässigt; oder vielmehr — es wird dabei zum Problem, ob die tatsächliche Wissenschaft überhaupt die Grundlage bildet als dasjenige, nach dessen Möglichkeit und Voraussetzungen man fragt. Lehnt man ihre Zugrundelegung aber ab, dann kann man die Möglichkeit der Wissenschaft nur frei und ganz ohne Basis konstruieren — als völlig willkürliche Festsetzung.

## II. Die Theorie.

### I. Die wissenschaftstheoretische Eigenart der Mathematik.\*

#### 1. Der ideelle Charakter des Gegenstandes der Mathematik.

Den Gegenstand der Mathematik bilden in der Arithmetik (Algebra und Analysis) die Zahlen. In ihrer einfachsten Gestalt sind es die positiven ganzen Zahlen, die 'natürlichen' Zahlen. Ihnen ist als wichtige Ergänzung die Null hinzugefügt worden, erst im Mittelalter von den Indern her.<sup>13</sup> Die erste große Erweiterung des Zahlbegriffes darüber hinaus ergeben im 13. Jahrhundert, aber bis ins 17. Jahr-

---

\* In bezug auf diesen und den 1. Teil des V. Abschnittes bin ich Hrn. Prof. H. Halm für mehrfachen Rat zu besonderem Dank verpflichtet.

hundert noch in ihrer Zulässigkeit bestritten, die negativen Zahlen. In ihnen wird eine neue, eigene Art von Zahlen neben den positiven geschaffen, um die Aufgaben der Subtraktion in unbeschränkter Allgemeinheit durchführen zu können. Eine zweite große Erweiterung bilden die gebrochenen Zahlen, welche eingeführt wurden, um die Aufgaben der Division ganz allgemein durchführen zu können. — Neben den ganzen und den gebrochenen positiven und negativen Zahlen, die als die rationalen Zahlen zusammengefaßt werden, wird abermals eine ganz neue Art von Zahlen in den irrationalen Zahlen aufgestellt. Man wird zu diesen geführt, indem sich Rechenoperationen ergeben, die durch keine rationale Zahl gelöst werden können, z. B. die Quadratwurzel aus jeder rationalen Zahl, die nicht selbst ein Quadrat ist, oder die zahlenmäßige Bestimmung des Verhältnisses von Kreisdurchmesser und -peripherie oder von Diagonale und Seite eines Quadrates. Der allgemeine Begriff der irrationalen Zahl und damit das System aller denkbaren Irrationalzahlen läßt sich auf verschiedene Weise entwickeln: entweder mit Dedekind durch den Gedanken eines Schnittes innerhalb der Reihe der rationalen Zahlen oder mit Heine, Cantor und Méray durch den Gedanken sozusagen eines Grenzwertes konvergenter Reihen von rationalen Zahlen oder mit Weierstraß auf eine dritte Weise. Im Wesen ist es der Begriff von Zwischenzahlen zwischen den rationalen Zahlen, um durch sie ein Zahlenkontinuum herzustellen. Diese neuen Zahlen werden mit Hilfe der rationalen Zahlen exakt ausgedrückt. Für die praktische Anwendung werden sie durch Reihen von Brüchen als Näherungswerten vertreten. — Eine abermalige Erweiterung des Zahlbegriffes liegt endlich in den imaginären Zahlen, in denen ebenfalls eine ganz neue Zahlengattung eingeführt wird. Es sind das die Quadratwurzeln der negativen Zahlen. Da zwei negative Zahlen multipliziert eine positive ergeben, kann keine der 'reellen' Zahlen, d. i. der rationalen und irrationalen zusammen, der Forderung Genüge leisten, zum Quadrat erhoben, d. h. also mit sich selbst multipliziert, eine negative Zahl zu ergeben. Es ist dazu eine ganz neue Art von Zahlen, aufgebaut mit Hilfe einer neuen Einheit  $\sqrt{-1} = i$ , erforderlich. Deshalb wurden sie aber selbst von Descartes bei ihrer Ein-

führung durch Girard 1629 als ‚imaginär‘ bestritten und abgelehnt<sup>11</sup> (§. 39, Anm.). All das sind Erweiterungen des Zahlbegriffes über den Rahmen der natürlichen Zahlen weit hinaus durch Schöpfungen neuer Zahlenarten, zu dem Zweck, um die Rechenoperationen in unbeschränkter Allgemeinheit durchführen zu können. Diese neugeschaffenen Zahlenarten folgen denselben Gesetzen, wie sie das Rechnen mit den natürlichen Zahlen bestimmen (Hankels Prinzip der Permanenz der formalen Gesetze). Die Gesetze der Verknüpfung bei all den Zahlenarten sind von der Art, daß die schon bekannten Rechenregeln im Gebiete der natürlichen Zahlen als Spezialfälle in den neuen Regeln enthalten sind<sup>12</sup> (§ 12). Dazu kommen als die letzten, neuesten Erweiterungen des Zahlbegriffes die transfiniten Zahlen, die unendlichen Mengen von verschiedener Mächtigkeit, deren Rechnungsgesetze aber von denen der endlichen Zahlen wesentlich abweichen, ferner die Quaternionen und andere höhere komplexe Zahlen und die sogenannten nicht-archimedischen Zahlen.

Alle diese Erweiterungen des ursprünglichen Zahlbegriffes zeigen sich auf den ersten Blick als rein gedankliche Gebilde, als Schöpfungen von gedanklichen Mitteln, um gedankliche Operationen nach den gleichen Regeln durchführen zu können. Sie bezeichnen daher nicht Verhältnisse der erfahrbaren Wirklichkeit, sondern Beziehungen begrifflicher Inhalte, die nur im denkenden Bewußtsein vorhanden sind. In diesem Sinne werden sie als *ideelle* Gebilde, im Gegensatz zu *realen* oder präziser: wahrnehmbaren oder auf Wahrnehmbares notwendig zu beziehenden, bezeichnet.

Die positiven ganzen Zahlen enthalten, als die natürlichen Zahlen, allerdings Verhältnisse, die in der Erfahrungswirklichkeit vorkommen: sie bestimmen die Mehrzahl, die auch etwas empirisch Reales ist; und auf Beziehungen der natürlichen Zahlen lassen sich (nach Kronecker) alle anderen Zahlen zurückführen. Trotzdem kann man aber nicht sagen, daß der Gegenstand der Arithmetik ein realer ist. Denn für die Arithmetik ist die Wirklichkeit der Zahlen und ihrer Beziehungen vollkommen gleichgültig — wenn man unter ‚wirklich‘ oder ‚real‘ das Vorhandensein in der konkreten zeitlich-räumlichen Welt der Natur oder des Bewußtseins versteht im

Gegensatz zum zeitlosen Bereich des rein ideellen Gehaltes. Es liegt gar nicht im Sinne der Arithmetik, solche Wirklichkeit für die Zahlen in Anspruch zu nehmen. Sie behandelt sie als rein gedankliche Inhalte, als ideelle Gebilde. Zur Wirklichkeit haben sie nur die Beziehung, daß sie unter bestimmten Bedingungen auf sie anwendbar sind. Weil die Zahlen nicht als wirkliche Beziehungen, sondern bloß als ideelle in der Arithmetik in Betracht kommen, braucht sie sie auch nicht aus der empirischen Wirklichkeit erst zu gewinnen, so wie das z. B. bei den Begriffen der Zelle und der Stoffe der Fall ist. Das, um was es sich in der Arithmetik eigentlich handelt, ist die Ableitung der inneren Beziehungen zwischen den Zahlen selbst, die sie als bloße ‚Gedankendinge‘ in ihrem Bildungsgesetz einfach definiert und an den Anfang stellt. Es kommt ihr nur auf die logisch erweisbaren, durch Rechenoperationen erschließbaren Beziehungen zwischen ihren definitorisch festgesetzten Begriffsinhalten an, ohne alle Beziehung zur Wirklichkeit. Darum muß der Gegenstand der Arithmetik als ein ideeller bezeichnet werden, im Gegensatz zu realen Gegenständen (wie denen der Biologie, Geologie, Psychologie).

Dieser ideelle Charakter tritt an den beiden jüngsten Gebieten der Mathematik, der Mengenlehre und der Gruppentheorie, wenn möglich noch deutlicher hervor. Die Mengenlehre handelt von dem allgemeinen Begriff einer Menge und den Beziehungen innerhalb einer solchen und den Beziehungen zwischen Mengen untereinander. Sie entwickelt diese Beziehungen rein logisch aus den definitorisch aufgestellten Eigenschaften der Menge. Dieser Begriff der Menge ist kein anderer als der abstrakte Begriff der Klasse und ihrer Individuen. Ebenso untersucht die Gruppentheorie die Verknüpfungsbeziehungen zwischen abstrakten Objekten. Eine Beziehung zur Realität kommt da nirgends in Frage.

Nicht minder gilt dieser ideelle Charakter für den Gegenstand der Geometrie — wiewohl sie, wie von Kant, so auch heute noch von den Philosophen vielfach als Lehre vom wirklichen Raum betrachtet wird. Ihre Grundbegriffe sind keine Begriffe von realen Objekten oder deren Verhältnissen. In den verschiedenen Systemen der Geometrie, der metrischen, der projektiven usw., lassen sich die Grundbegriffe auf zwei



zurückführen: auf einen Klassenbegriff, den Punkt, und einen Beziehungsbegriff, die Kongruenz, der manchmal, wenn die Analyse nicht bis zu Ende geführt ist, in Form eines Klassenbegriffes (Gerade, Strecke, Vektor) auftritt<sup>16</sup> (S. 218).

Die geometrischen Grundgebilde: Punkt, Linie, Fläche, Raumkompartiment, und die geometrischen Grundbeziehungen: daß ein Punkt auf einer Linie liegt, zwischen zwei anderen liegt, daß zwei Linien sich schneiden usw. haben für die gewöhnliche Auffassung einen Sinn, der nur von der „Anschauung“, der Raumwahrnehmung her, verstanden werden kann. Was in ihnen dann mathematisch gedacht wird, ist aber keineswegs dasselbe wie etwa die anschaulichen Gebilde, durch welche sie illustriert werden (s. dazu später S. 40 und 41). Es sind absolut eindeutige Festlegungen von Stellen im Raum. Die anschaulichen „Punkte“, „Geraden“, „Ebenen“ sind immer Teile des Wahrnehmungsraumes, die mit einem von ihrer Umgebung verschiedenen qualitativen Inhalt erfüllt und dadurch abgegrenzt, individualisiert sind. Wenn wir mit ihrer Hilfe räumliche Bestimmungen treffen, müssen diese immer ungenau bleiben, oder besser: gelten sie innerhalb gewisser, durch die Beobachtungsmöglichkeit gegebener Genauigkeitsgrenzen. Wenn wir einen geographischen „Punkt“ auf der Erde bestimmen (z. B. die geographische Länge und Breite von Wien), so stellt dieser „Punkt“ einen Teil des Raumes dar, der mehrere Quadratkilometer groß ist. Und wenn wir diesen Raumabschnitt auch immer weiter einengen bis auf einen winzigen Fleck, — er bleibt doch immer ein Flächenstück, ein Raumteil, und er könnte diesen Charakter erst verlieren, wenn er — unter die Wahrnehmungsschwelle hinuntersinkt. Aber als letzte Grenze einer solchen fortgesetzten Einengung einer Stelle im Raum läßt sich ein Punkt, der nicht mehr ein Flächenstück ist, wenigstens denken. Es ist eine immer schärfere Individualisierung innerhalb des Raumes — bis zur absoluten Eindeutigkeit, die damit vollzogen wird. Ebenso bedeutet die Gerade (und die geometrische Linie überhaupt) die vollkommene Individualisierung eines Zusammenhanges zwischen solchen absolut individualisierten Raumelementen. Wenn seit Euklid der Punkt als jenes paradoxe Etwas ohne

alle Ausdehnung bezeichnet wird und die Linie als eine Länge ohne Breite und Dicke usw., so ist der eigentliche Sinn dabei der, im Raume Stellen (und Beziehungen zwischen ihnen) zu isolieren und voneinander zu unterscheiden in einer absolut genauen Weise. Im Punkt, in der Geraden . . . werden die Mittel geschaffen, um Unterschiede und Zusammenhänge im Raum, um rein räumliche Lageverschiedenheiten und -beziehungen mit vollkommen eindeutiger Bestimmtheit wenigstens denken zu können. Punkt, Gerade usw. sind die Formen, in denen die Individualisierung von Raumstellen und -beziehungen lediglich durch die räumliche Verschiedenheit selber begründet gedacht wird, während sie uns in der Erfahrung immer durch qualitative Verschiedenheiten des Raumerfüllenden gegeben wird, und in denen diese Individualisierung als eine vollkommene gedacht wird, während die anschaulichen Figuren (Punkte, Geraden . . .) als wenn auch noch so kleine oder schmale Flächenstücke (Raumteile) immer noch neue Raumunterschiede in sich zulassen — wenigstens in Gedanken. Punkt, Gerade . . . als geometrische sind somit geradezu ideale Gebilde. In ihnen sind rein ideelle Bestimmungsmittel für den Raum geschaffen, denen so in der Wirklichkeit nichts entspricht. Sie ermöglichen nur rein gedanklich eine exakte Behandlung räumlicher Verhältnisse.

Ebenso ist unschwer einzusehen, daß die Beziehungen der Kongruenz nicht eine solche innerhalb der Realität sein kann. Wenn Euklid die Kongruenz durch die Möglichkeit der Deckung von Figuren definiert, welche wieder die Bewegung derselben voraussetzt, so kann das doch keine Zurückführung dieser Beziehung auf eine solche der Wirklichkeit bedeuten: man kann sie nicht von einer physischen Bewegung der Körper im Raum herleiten — wie Helmholtz<sup>15</sup> — weil sich die metrischen Eigenschaften des Raumes nur mit Hilfe unveränderlicher und nicht deformierbarer starrer Körper, also idealer, bestimmen lassen. „Nicht weil zwei Figuren deckbar sind, sind sie kongruent, sondern umgekehrt, [nur] weil sie kongruent sind, können sie zur Deckung gebracht werden“<sup>16</sup> (S. 200). Die Kongruenzbeziehung ist eine selbständige, unzurückführbare Beziehung der Korrelation zwischen Figuren, eine eigene innere Beziehung zwischen ideellen Gebilden also.

Aber der ‚Raum‘, auf den sich die geometrischen Begriffe beziehen, ist nun heute gar nicht mehr so etwas wie der anschauliche Raum. Die Geometrie hat aus ihm nur das System der Anordnung einer Mannigfaltigkeit überhaupt herausgehoben und zieht an ihm bloß die reinen Beziehungen in der Anordnung einer beliebigen Mannigfaltigkeit, wenn sie nur mehrdimensional, d. i. in mehrfachen Reihen angeordnet ist, in Betracht. Damit wird der ‚Raum‘ der Geometrie seiner spezifischen, anschaulichen Eigenart ganz entkleidet; diese gehört der inhaltlichen Besonderheit eines Anordnungsgefüges zu.

Die geometrischen Grundbegriffe (Punkt, Gerade, Ebene, Winkel, zwischen, kongruent . . .) ändern damit ihren Sinn: den alten, ursprünglichen der Euklidschen Definitionen, der aus der Raumwahrnehmung anschaulich illustrierbar ist, verlieren sie und erhalten eine viel allgemeinere formale Bedeutung. Im ersteren Sinne bezeichnen die Grundbegriffe Beschaffenheiten, welche dem anschaulichen Raum individuell zukommen, in letzterem Sinne nur solche, welche ihm mit jeder anderen linearen dreidimensionalen Mannigfaltigkeit gemeinsam sind: sie enthalten nur das, was lediglich formale Beschaffenheit und Beziehung daran ist, was das allgemeine Anordnungsgefüge daran betrifft. Sie stellen eine höhere Allgemeinstufe, eine ‚Formalisierung‘ dar. Die Grundbegriffe im anschaulichen Sinne bedeuten demgegenüber schon eine materiale, qualitative Erfüllung der Grundbegriffe im formalen Sinne. Sie gehen damit also über das, was für das rein Mathematische erforderlich ist, bereits hinaus. Ihre anschauliche Eigenart spielt auch in den mathematischen Deduktionen selbst gar keine Rolle; es wird gar nie auf sie rekurriert; es kommt dabei ausschließlich auf die formalen, in den Axiomen festgelegten Eigenschaften an<sup>17</sup> (I, 168, 169),<sup>18</sup> (§ 13 10, 11, S. 110, 111).

Der Begriff des Punktes und die seiner Systeme bedeuten in der modernen Geometrie bloße Symbole für Klassen von beliebigen Objekten, welche bestimmte Bedingungen erfüllen. Hilbert beginnt seine ‚Grundlagen der Geometrie‘ (1899) mit der Erklärung in bezug auf die geometrischen ‚Elemente‘: ‚Wir denken drei verschiedene Systeme von Dingen. Die Dinge

des ersten Systems nennen wir Punkte . . . die Dinge des zweiten Systems nennen wir Gerade . . . die Dinge des dritten Systems nennen wir Ebenen . . . Wir denken die Punkte, Geraden und Ebenen in gewissen gegenseitigen Beziehungen und bezeichnen diese Beziehungen durch die Worte wie «liegen», «zwischen», «parallel», «kongruent», «stetig»; die genaue und vollständige Beschreibung dieser Beziehungen erfolgt durch die Axiome der Geometrie.<sup>1</sup> Daher kann man gegebenenfalls unter ‚Punkten‘ auch Kreise in einer Ebene verstehen und unter ‚Geraden‘ dann bestimmte Systeme von Kreisen und andere solche unter ‚Ebene‘. Statt von Punkten und einer Geraden, auf der sie liegen, spricht man dann bloß von zwei verschiedenen Klassen und einer gewissen Art von Beziehung, die zwischen den Gliedern der beiden besteht. Es ergibt sich dann an Stelle der gewöhnlichen Geometrie, wie sie in einem System von spezifischen Beziehungen zwischen spezifischen Punkten, Geraden, Ebenen usw. besteht, ein System von allgemeinen Beziehungen zwischen nur ganz allgemein bestimmten Klassen. Es stellt keinen Baum im gewöhnlichen, vom Anschaulichen her verstandenen Sinn mehr dar, sondern ein bloß formales Beziehungs- oder Ordnungssystem, eine geordnete Mannigfaltigkeit, die ‚dreidimensional‘ ist, wenn sie sich aus Beziehungen zwischen drei Arten von Gliedern aufbaut (aus ‚Dreiterm-Relationen‘), die aber ebensogut  $n$ -dimensional sein kann, mit beliebig vielen Arten von Gliedern. Es ist eine Algebraisierung der Geometrie. Die Geometrie nennt Russell <sup>20</sup> (§ 352) die Lehre von den zwei- und mehrdimensionalen Reihen. ‚Die Frage, was die aktuellen Glieder solcher Reihen sein mögen, ist für diese Geometrie, welche ausschließlich die Konsequenzen der Beziehungen untersucht, welche sie zwischen den Gliedern postuliert, gleichgültig.‘

Dadurch, daß sich die Geometrie so in eine reine Beziehungslehre überführen läßt, indem man die geometrischen Elemente über ihre anschauungsfundierte Besonderheit hinaus zu inhaltlich unbestimmten Klassen verallgemeinert, wird ein kontinuierlicher Übergang von ihr in die Arithmetik hergestellt. Denn eine solche reine Beziehungslehre, eine solche formale Geometrie läßt sich auch von den Grundbegriffen der Arithmetik, ja von der formalen Logik her aufbauen. Indem

man ausgeht von den Klassen und eine bestimmte Art von Beziehung zwischen den Gliedern derselben, die ‚reihenbildende‘, die eine bestimmte Ordnung zwischen ihnen in einer Reihe herstellt, ins Auge faßt, kann man auf Grund der ‚Ähnlichkeit‘ von Reihen in Hinsicht auf ihre reihenbildende Beziehung Ordnungstypen der Reihen aufstellen. Eine besondere Art solcher Reihen sind die stetigen Reihen (wie die reellen Zahlen), und sind nun die Gegenstände einer Klasse nicht bloß in einer stetigen Reihe, sondern in Reihen von Reihen — Reihen 2. Stufe, 3. Stufe und beliebiger weiterer (n-ter) Stufen — geordnet, so ist ein solches Ordnungssystem dann eben dasselbe wie der formale ‚Raum‘ der abstrakten Geometrie: ein drei- bis n-dimensionales<sup>21</sup> Beziehungssystem<sup>21</sup> (S. 8—14). Damit ist eine Arithmetisierung der Mathematik, eine innere Homogenität ihres Gesamtgebietes hergestellt. Denn aus der Arithmetik heraus läßt sich das formale Gefüge der Geometrie, die Struktur ihres Beziehungszusammenhanges aufbauen und die gewöhnliche Geometrie (der Punkte und Linien und Flächen usw.) stellt dann nur den Spezialfall dieses allgemeinen Systems dar, in dem an Stelle der allgemeinen Klassen und Beziehungen die anschaulich verständlichen Raumgebilde und Beziehungen treten.

Die Geometrie, wie sie die Mathematiker heute betreiben, ist keineswegs eine Lehre vom wirklichen Raum. Als ‚wirklicher‘ Raum kann dabei Zweifaches in Betracht kommen: a) der (psychologische) Wahrnehmungsraum, d. i. der jeweilige individuelle Sehraum, in den gewöhnlich alle Räumlichkeitsbeiträge der anderen Sinne eingeordnet werden, oder auch bei Blinden der Tastraum, seiner allgemeinen Art nach, und b) der (physische) Erfahrungsraum, der eine, objektive Raum, in dem sich die materiellen Körper befinden und die Naturvorgänge abspielen. Weder die räumlichen Verhältnisse des ersten, noch die des zweiten hat die Geometrie zum Gegenstand — wenn sie auch zur Bestimmung beider, der speziellen Art ihrer Räumlichkeit, angewendet wird. Man könnte auch nicht sagen, daß dies ihr eigentlicher Zweck und die rein ideelle Geometrie nur das vorbereitete Hilfsmittel dafür sei. Denn sie müßte dann doch wie jede Wirklichkeitserkenntnis schließlich auf Erfahrung rekurrieren. Beobachtung heranziehen,

zumindest eine Verifizierung suchen. Davon ist aber in der mathematischen Geometrie keine Rede. Sie steht jeder empirischen Anwendung vollständig selbständig als etwas ganz Andersartiges gegenüber. Die Geometrie hat wohl gewisse Verwandtschaften mit dem Raum der wirklichen Welt, aber sie besteht ohne irgendeine logische Abhängigkeit von diesen Verwandtschaften.<sup>20</sup> In der Geometrie handelt es sich nicht um den wirklichen Raum, sondern um ideale Räume, für welche man keineswegs reelle Existenz behauptet<sup>16</sup> (S. 217). Sie ist 'die Wissenschaft aller möglichen Raumesarten' (ib. S. 221) und der wirkliche Raum ist nur ein besonderer Fall derselben. Zwischen allen logisch möglichen Geometrien, die man theoretisch begründen kann, kann die Erfahrung allein uns die zu wählen gestatten, welche wir auf die «reale» Welt, d. h. auf die Welt unserer Erfahrung anwenden werden' (ib. S. 122). Eine Lehre vom wirklichen Raum (angewandte Geometrie) erfordert die Verifizierung einer bestimmten Anzahl von Postulaten der reinen Geometrie durch die Erfahrung. Russell<sup>20</sup> und mit ihm Couturat<sup>16</sup> (S. 221) nennt sie deshalb nicht bloß eine empirische Disziplin, sondern sogar eine 'Experimentalwissenschaft' mit Hilfe von sorgfältigen Messungen. Die reine Geometrie entwickelt dagegen eine ganz allgemeine Raumlehre, ohne Rücksicht auf die Eigenschaften des wirklichen, des empirischen Raumes. Ja, sie steht diesem so fern, daß sich schließlich ein geometrisches System entwickeln konnte, in dem nicht einmal mehr der spezifisch räumliche Charakter festgehalten wird. Die Geometrie ist heute die Wissenschaft von n-dimensionalen Anordnungssystemen, nicht vom Wahrnehmungs- oder vom physischen Raum; auf diesen wird sie nur angewendet. Damit tritt der ideelle Charakter des Gegenstandes der Geometrie in der deutlichsten Weise hervor. In ihrem allgemeinen, formalen Sinne stellen die geometrischen Grundgebilde eine Art algebraischen Zeichen dar und damit bedeuten sie offenkundig etwas rein Ideelles, nichts empirisch Reales.

Man wird vielleicht geneigt sein, die Idealität des Gegenstandes der Geometrie für eine triviale Wahrheit zu halten; aber nicht nur Philosophen wie J. St. Mill, sondern auch Mathematiker wie Pasch<sup>22</sup> oder Enriques<sup>17</sup> (II. Kap. IV. A) haben die Geometrie als 'Naturwissenschaft' auffassen wollen, welche

sich vor den anderen Naturwissenschaften dadurch auszeichnet, daß sie nur eine sehr geringe Anzahl von Begriffen und Gesetzen unmittelbar aus der Erfahrung zu entnehmen braucht, als eine Wissenschaft, deren Anwendung auf die Wirklichkeit darauf beruht, daß die geometrischen Begriffe ursprünglich genau den empirischen Objekten entsprachen, wenn sie auch allmählich mit einem Netz von künstlichen Begriffen übersponnen wurden, um die theoretische Entwicklung zu fördern<sup>22</sup> (Vorwort). ‚Punkt‘ ist dann ein ‚Körper, dessen Teilung sich mit den Beobachtungsgrenzen nicht verträgt‘<sup>22</sup> (O. S. 3); und ‚Linie‘ ist ein körperliches Gebilde, bei dem es unmöglich ist, ‚unter Innehaltung der der Beobachtung gesteckten Grenzen verschiedene Wege zwischen denselben Punkten zurückzulegen‘ (S. 4). Die in der Erfahrung gegebenen Linien sind natürlich immer begrenzt, nicht unendlich (S. 4). Gegen die Idealität der Geometrie macht auch Aster<sup>30</sup> (S. 232, 235) geltend: Es ist ‚ein Hauptfehler . . . daß man, als selbstverständlich, die anschauliche Existenz der geometrischen Gebilde leugnet‘. ‚Unter Punkten und Linien verstehen wir Grenzen, die als solche anschaulich faßbar sind . . . , wohl aber wissen wir, daß es gerade Linien als anschauliche Gebilde gibt.‘

Mit Gebilden der sinnlichen Wirklichkeit läßt sich aber keine Geometrie aufbauen, denn sie sind zu wenig präzise. ‚Es wäre unmöglich, ausnahmslose Lehrsätze aufzustellen, wenn man die empirischen Geraden und Ebenen in ihrer Unvollkommenheit beließe und nicht einmal ihre räumliche Begrenztheit beseitigen könnte.‘<sup>18</sup> Deshalb gibt es auch genug geometrische Postulate, welche überhaupt nie an anschaulichen Gebilden erfüllt werden können, z. B. die Forderung aus der Stetigkeit einer Linie, daß es zwischen beliebigen zweien ihrer Punkte immer mindestens einen dritten geben muß. Wenn die zwei Punkte, d. i. visible Minima, gerade um die Unterschiedsschwelle voneinander entfernt sind, ist es unmöglich, zwischen ihnen einen Punkt einzuschalten, denn er könnte von beiden nicht unterschieden werden (vgl. <sup>15</sup> II. S. 325). Die empirischen Gebilde dienen aber auch für Pusch nur dazu, die Grundbegriffe zu ergeben; diese müssen dann jedoch fort- und umgebildet werden in einer Richtung, wie sie durch die Be-

dürfnisse einer strengen Theorie gefordert ist, die aber über das empirisch Gegebene weit hinausführt. Empirisch in ihrer ursprünglichen Form müssen die Begriffe «Punkt», «Gerade» usw., damit man allgemein gültige Lehrsätze aufstellen kann, über ihren engen Gültigkeitsbereich hinaus «erweitert» werden: das geschieht rein nominalistisch durch Einführung einer merkwürdigen Sprechweise, die es ermöglicht, auch wenn gerade Linien einer Ebene sich im überschaubaren Raum nicht schneiden, sie doch so zu behandeln, als wenn sie sich schneiden<sup>18</sup> (S. 28). Dadurch kommt man dazu, «uneigentliche» Gerade, Ebenen, Strahlenbündel, Schnittlinien einzuführen und von ihnen gerade so zu sprechen, als wären sie wirklich vorhanden. Das heißt: diese Geometrie ist genötigt, in allergrößtem Maße mit fingierten «Tatsachen» statt mit realen, also mit ideellen zu arbeiten. Diese «natürliche» Geometrie hat es so wenig mit empirischen Begriffen von realen Objekten zu tun wie die anderen Geometrien, auch sie verwendet eigentlich ganz dieselben idealen Begriffe wie diese. Auch hier ist der Definition nach ein Punkt etwas, bei dem keine Teile, also keine Ausdehnung in Betracht kommt, und ebenso eine Linie etwas, bei dem keine Breitenausdehnung ex definitione zugelassen wird («auf der es unmöglich sein muß [!]. . . verschiedene Wege zwischen zwei Punkten zurückzulegen»<sup>22</sup> (S. 4), ebenso: «Teile einer Fläche dürfen [!] nur in Punkten oder Linien zusammenstoßen» (ebd.). Also dem Begriffsinhalt nach sind auch hier Punkt, Linie, Fläche genau dasselbe wie sonst. Es sind nicht die Begriffe selbst ungenauer, unbestimmter gefaßt. Was in diesen Definitionen außerdem noch darin liegt, ist vielmehr, daß sie eine Beziehung auf die Erfahrungswirklichkeit herstellen. Für die praktische Verwendung liegen die so definierten Gebilde dann in der Erfahrungswirklichkeit vor, wenn man faktisch keine Teile oder keine verschiedenen Wege usw. unterscheiden kann, ohne die Grenzen zu verlassen, welche durch die Mittel oder durch die Zwecke der Beobachtung gezogen sind (ib., S. 3). Das heißt: überall kann man sinnliche Objekte die Bedingungen der Definition erfüllend annehmen, wenn es die Genauigkeit der Beobachtung nicht verbietet. Das ist aber etwas ganz anderes als ein empiristisch-realistischer Charakter der Geometrie, derart, daß sie



ihre Grundbegriffe und -gesetze unmittelbar aus der Erfahrung entnehmen' würde und daß diese realen Objekten genau entsprechen. Denn es wird damit die Geometrie nicht auf die Erfahrungswirklichkeit begründet, sondern bloß auf sie angewendet. Es wird damit die Geometrie unter dem Gesichtspunkt entwickelt, inwiefern ihre fraglos idealen Gebilde als durch sinnliche Objekte realisiert behandelt werden dürfen. Was eine solche 'natürliche' ('realistische') Geometrie von den anderen eigentlich unterscheidet, das liegt also darin, daß sie auf die Bedingungen der Anwendung der Geometrie auf die Wirklichkeit eingeht. Auch Enriques<sup>27</sup> (II. S. 275) muß schließlich den geometrischen Satz von seiner Anwendung unterscheiden. Daß die Approximationsmathematik nicht ohne Voraussetzung der Präzisionsmathematik, die empirische nicht ohne die ideale Mathematik möglich ist, spricht auch Hölder<sup>27</sup> (S. 397, 398) aus (vgl. auch<sup>24</sup> S. 134 bis 140).

## 2. Die deduktive Methode der Mathematik und die bloße Folgerungsgeltung ihrer Sätze.

Im vorausgehenden ist mehrfach auch schon die andere Eigenart der Mathematik berührt worden, die für ihren wissenschaftstheoretischen Charakter so bedeutsam ist: ihre Methode. Die Mathematik ist wirklich das, was das 17. Jahrhundert in ihr gesehen hat: die Wissenschaft der streng logischen Deduktion aus klaren Prämissen. Freilich ist es nicht die Mathematik Euklids, die dieses Ideal verwirklicht, sondern das haben erst die philosophisch-mathematischen Untersuchungen zur logischen Grundlegung der Mathematik seit der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts in bewunderungswürdiger Weise geleistet. Durch die Arbeiten von Frege, Dedekind, Hilbert, Peano, Pasch, Poincaré, Russell u. a. läßt sich sowohl die Arithmetik als auch die Geometrie als eine Folge von formalen Schlüssen aus einer bestimmten Anzahl von Prämissen — 'Axiomen' und Definitionen — darstellen. Die Lehrsätze werden aus den Grundsätzen deduziert, so daß alles, was zur Begründung der Lehrsätze gehört, ohne Ausnahme sich in den Grundsätzen niedergelegt finden muß<sup>22</sup> (S. 5).

Darum stellt sich uns die Mathematik heute anders dar, als sie Kant erschienen ist und als sie gewöhnlich den Philo-

sophen, nicht nur den Neu-Kantianern, noch erscheint.<sup>23</sup> Selbst jemand, der mit der modernen Philosophie der Mathematik so vertraut ist wie Cassirer,<sup>24</sup> bleibt infolge seiner Bindung an Kant doch an den alten Anschauungen haften. Kant hat die Sätze der Mathematik bekanntlich als ‚synthetische Urteile a priori‘ auf Grund einer ‚reinen Anschauung‘ aufgefaßt. Ist die Mathematik aber ein System von strengen logischen Folgerungen, so können ihre Sätze weder synthetisch sein noch sich auf Anschauung gründen.

Kants Unterscheidung von analytisch und synthetisch, wie er sie in der Einleitung, IV, der ‚Kritik der reinen Vernunft‘<sup>2</sup> definiert, ist nicht hinreichend präzise. Er erklärt dort: analytisch ist ein Urteil, wenn das Prädikat ‚versteckter Weise‘ im Subjekt enthalten ist, synthetisch, wenn es ganz außerhalb des Subjektes liegt. Ob dieses Verhältnis der Einschließung nun stattfindet oder nicht, läßt sich aber offenbar nur entscheiden, wenn das Subjekt, und eventuell auch das Prädikat, definiert werden. Aber auch dann kann der analytische oder synthetische Charakter noch ein relativer bleiben, je nachdem, welche Definition man zugrunde legt. Es kommt damit auch nicht mehr auf das logische Verhältnis des ‚Prädikates‘ zum ‚Subjekt‘ innerhalb eines Satzes an, sondern auf dessen Verhältnis zur Definition des Subjektes, oder auf das Verhältnis der Definitionen, also auf das Verhältnis eines Satzes zu anderen Sätzen. Und damit wird dann der Sinn dieser Unterscheidung der: Alles, was sich aus der Definition eines Begriffes logisch ableiten läßt, ist analytisch, alles, was ihr hinzugefügt wird, synthetisch. Daher läßt sich diese Unterscheidung mit Frege und Heymans, denen sich Couturat<sup>16</sup> (S. 258, 259) anschließt, direkt dahin bestimmen: ‚Ein Urteil ist analytisch, wenn es sich einzig und allein aus Definitionen und Grundsätzen der reinen Logik ableiten läßt; es ist synthetisch, wenn sein Beweis (oder seine Erhärtung) andere Daten voraussetzt als die logischen Grundsätze und Definitionen.‘

Dagegen hat jedoch Cassirer<sup>25</sup> eingewendet, daß Kants Bestimmung des Unterschiedes von analytisch und synthetisch nach dem logischen Verhältnis von Prädikat und Subjekt nur ‚eine populäre Erklärung‘, eine vorläufige ‚Nominaldefinition‘

sei (S. 38). Um zu einer gültigen Entscheidung über den analytischen oder synthetischen Charakter einer Aussage zu gelangen, genügt es niemals, die Verknüpfung von Subjekt und Prädikat bloß nach ihrer formalen Seite ins Auge zu fassen, sondern es muß hier stets zugleich auf den «transszendentalen» Ursprung derjenigen Erkenntnis reflektiert werden, die im Subjektbegriff selber niedergelegt ist (S. 39). Ist ein Subjektbegriff aus 'transszendentaler Synthese' mit Hilfe der reinen Anschauungsformen oder Verstandesbegriffe hervorgegangen, so soll das Urteil als synthetisch gelten. Wie es dann aber überhaupt analytische Urteile geben kann, wird damit völlig fraglich. Denn Cassirer führt zwei Seiten vorher selbst aus, daß jedes Urteil, das irgendwelchen Wert für den Fortschritt der Wissenschaft besitzen soll, seinem letzten Ursprung nach synthetisch heißen muß. Denn Analyse ist nur auf Grund einer vorausgegangenen Synthese möglich (S. 37). Synthetisch muß dann auch alles heißen, was aus synthetischen Prämissen durch rein logische Schlußfolgerung abzuleiten ist. Das zeigt aber dann erst recht den relativen Charakter dieser Unterscheidung von analytisch und synthetisch. Nach dem Verhältnis des Prädikates zum Subjekt betrachtet, wäre ein Urteil unter den obigen Bedingungen synthetisch; dasselbe Urteil wäre aber zugleich, nach dem Verhältnis zu den Axiomen betrachtet, analytisch, weil es rein nach den Sätzen der Identität und des Widerspruches abgeleitet ist. Jedenfalls wird damit das eine offenkundig, daß es eine reine Definitionssache ist, ob man ein Urteil analytisch oder synthetisch nennen will. Warum es sich aber bei der Frage, ob die Sätze der Mathematik analytisch oder synthetisch sind, eigentlich handelt, das ist vielmehr: ob ihre Geltung lediglich auf den Gesetzen der Logik beruht oder auf anderen Geltungsgrundlagen (Anschauung oder auch apriorischer intellektueller Synthese).

#### a) In der Arithmetik.

Die Sätze der Arithmetik gründen sich lediglich auf ihre logische Ableitung aus den arithmetischen Axiomen und nicht auf irgendeine Anschauung. Das hat die systematische

Entwicklung der Arithmetik seit Frege zweifellos gemacht. Und das läßt sich auch an Kants bekanntem Beispiel (in der „Kritik der reinen Vernunft“.<sup>2</sup> Einleitung, V)  $7 + 5 = 12$  zeigen. Zur Klarstellung des eigentlichen Fragepunktes sei zunächst bemerkt: Das „Subjekt“, worin die Zahl 12 eventuell enthalten sein soll, ist der gegebene Ansatz, und das sind nicht die einzelnen Zahlen 7 und 5 und das Zeichen ihrer Summierung, sondern die Beziehung  $7 + 5$  zwischen ihnen. Zu den einzelnen Zahlen kommt darin als etwas Neues die Beziehung ihrer Summe hinzu; und darnach geht die Frage, ob mit dieser Summenbeziehung zwischen 7 und 5 auch schon die Zahl 12 implizite mitgegeben ist und daher nur analytisch entwickelt zu werden braucht, oder ob sie erst auf Grund von Anschauung zu ihr hinzugefügt wird. Daß die Summe von 7 und 5 12 ist, läßt sich nach Couturat<sup>16</sup> (S. 269) deduzieren 1. aus den Definitionen der Zahlen 2 bis 12 als  $1 + 1$ ,  $2 + 1$ , . . . ,  $11 + 1$ , und 2. aus der Definition der Summe und dem Assoziationsgesetz  $a + (b + 1) = (a + b) + 1$ . Auf Grund dessen ist  $7 + 5 = 7 + (4 + 1) = (7 + 4) + 1$ , ebenso  $7 + 4 = 7 + 3 + 1$  (vereinfacht ohne Klammern), ebenso  $7 + 3 = 7 + 2 + 1$  und  $7 + 2 = 7 + 1 + 1$ ;  $7 + 1 = 8$  (gemäß 1), daher  $7 + 2 = 8 + 1 = 9$ , demnach  $7 + 3 = 9 + 1 = 10$ , daher ebenso  $7 + 4 = 11$  und endlich  $7 + 5 = 7 + 4 + 1 = 11 + 1 = 12$ . Dieser Satz wird also abgeleitet durch Substitution identischer Ausdrücke gemäß den arithmetischen Axiomen und erfordert nicht im geringsten die Zuhilfenahme von Anschauung. „Hält man sich vor Augen, daß die Grundformeln der Buchstabenrechnung Lehrsätze sind, die durchaus nicht als tautologisch bezeichnet werden dürfen, so ist es klar, daß diese sogenannte „Rechnung“ nichts anderes ist als ein Schließen auf Grund dieser Lehrsätze“<sup>20</sup> (S. 7).

Kant argumentiert für den synthetischen Charakter dieses Urteils, daß „der Begriff der Summe von  $7 + 5$  nichts weiter enthält als die Vereinigung beider Zahlen in eine einzige“, und daß man den Begriff von einer solchen möglichen Summe noch so lange zergliedern mag, ohne doch die Zahl 12 anzutreffen. Dies trifft aber nur zu unter der Bedingung, daß man dabei 7 lediglich als eine bestimmte Klasse von Mengen und 5 als eine andere Mengenklasse und deren Vereinigung zu einer

Mengenklasse im Auge hat, aber nicht 7 und 5 als bestimmte Glieder in der Reihe der natürlichen Zahlen. Dann wäre es allerdings nicht von vornherein zu sagen, welche Mengenkategorie das ist, weil ja der Weg zu ihr fehlt. Kant glaubt ihn in einer Anschauung gegeben. „Nicht durch gedankliche Zusammensetzung der beiden Begriffe von 7 und 5 erhalte ich den Begriff von 12, sondern durch ihre Konstruktion in der Anschauung und durch anschauliche Zusammensetzung der beiden entsprechenden Mengen behufs Bildung einer einzigen“ (a. a. O.). Kann Anschauung das aber wirklich leisten? Für kleine Summen wie  $7 + 5$  kann man noch daran denken (z. B. durch Abzählen an den Fingern). Aber wie soll für Summen von Millionen Anschauung noch helfen?! Wenn es aber wirklich so wäre, daß jeder solche Summierungssatz, ja jeder arithmetische Satz überhaupt ein synthetisches Urteil auf Grund reiner Anschauung wäre, dann gäbe es doch eine Unzahl von unmittelbar gewissen, unzurückführbaren, unbeweisbaren letzten Sätzen! Es hätte das eine Atomisierung der Arithmetik zur Folge, die zu ihrem systematisch-deduktiven Aufbau in paradoxem Gegensatz stünde. Darum kann nicht jeder einzelne arithmetische Satz auf Anschauung gegründet und in diesem Sinne synthetisch sein.

Sobald man in  $7 + 5$  nur zwei isolierte Mengenkategorien und ihre Vereinigung zu einer dächte, ließe sich diese nicht näher bestimmen. Es müssen vielmehr darin die Zahlen als Glieder der Zahlenreihe (die Mengenkategorien geordnet in die Zahlenreihe) gedacht sein. Wenn man die Summe von 7 und 5 als 12 errechnen will, ist die Zahlenreihe und ihr Bildungsgesetz notwendige Voraussetzung. Nur wenn mit 7 und 5 auch schon gegeben ist, kraft ihrer Definition und dessen, was diese impliziert, daß  $5 = 4 + 1$  und  $4 = 3 + 1$  usw. und daß  $7 + 1 = 8$  und  $8 + 1 = 9$  usw. ist, nur dann werden alle die Substitutionen möglich, durch die man, 5 zu 7 hinzufügend, in der Zahlenreihe bei 12 anlangt. Ohne die Definitionen der Zahlen und das Additions- und das Assoziationsgesetz voranzusetzen, läßt sich eine Summe überhaupt nicht bestimmen: auch „Anschauung“ hilft da nicht das geringste. Wenn man diese Sätze aber einmal voraussetzt, dann läßt sich auch jede Summe rein

logisch ableiten. Und so allgemein: sind die Axiome gegeben, so folgen die arithmetischen Sätze rein logisch daraus.

(Wenn Hölder<sup>27</sup> [§ 127] das Kantsche Beispiel als einen analytischen Satz bezeichnet, so hat das darin seinen Grund, daß die Unterscheidung von analytisch und synthetisch eben eine relative, weil von Definitionen abhängige, ist. Denn er versteht unter 7 und 5 nicht die Zahlen, wie sie die Elemente der Arithmetik bilden, sondern nur die Zahlen als „Stellenzeichen“ [§ 63], wonach die Zahlen zunächst keinerlei Bedeutung haben sollen als die durch ihre Reihenfolge 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 gegebenen, wonach «Eins hinzufügen» nichts anderes heißen soll, als „zum folgenden Glied der Reihe übergehen“ [S. 363]. Dann ist allerdings 12 als Ergebnis einer derartigen „Addition“ nicht aus den Voraussetzungen deduzierbar, sondern nur durch faktische Abzählung zu gewinnen; also in der Tat ein synthetisches Urteil. Aber die Zahlen sind dann eben nicht in dem Sinne genommen, den sie innerhalb der Arithmetik haben. Für größere Zahlen hingegen gibt auch er den analytischen Charakter des Summenurteils zu. „Offenbar ist z. B. die Bedeutung der Zahl 679 für uns nicht durch ihre Stellung in der von 1 bis zu ihr hinführenden Zahlenreihe, sondern durch die Bedeutung der drei Ziffern, aus denen sie zusammengesetzt ist, und durch das Prinzip des dekadischen Systems gegeben. Es ist also die Formel  $679 = 6 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9$  als die Definition der Zahl anzusehen. Somit muß das in dieser Formel niedergelegte Urteil als ein analytisches . . . bezeichnet werden“ [S. 364].)

### b) In der Geometrie.

Und ebenso sind die Sätze der Geometrie weder synthetisch, d. h. also nicht rein logisch ableitbar, noch gründen sie sich auf „Anschauung“. Das bekannte Beispiel, an dem Kant (a. a. O.) argumentiert, ist der „Grundsatz“ — eigentlich aber Lehrsatz, denn um solche handelt es sich ja und nicht um Grundsätze, sonst läge die Sache ja ganz anders —: „Die gerade Linie zwischen zwei Punkten ist die kürzeste.“ Er ist synthetisch, denn „der Begriff «der Geraden» enthält nichts von Größe, sondern nur eine Qualität [die Geradheit]. Der Begriff des Kürzesten kommt also gänzlich hinzu und kann durch keine Zer-

gliederung aus dem Begriffe der geraden Linie gezogen werden. Anschauung muß also hier zu Hilfe genommen werden, vermittelt deren allein die Synthese [von Gerade als kürzester] möglich ist.

Auch hier liegt das, was Kant zur Auffassung dieses Satzes als synthetischen veranlaßt hat und was diese anscheinend so einleuchtend macht, darin, daß er lediglich die darin ausdrücklich angegebenen Begriffe in Betracht zieht: die ‚Gerade‘ als eine Linie von identischer Richtung etwa und ‚kürzester‘ als Größe. Insofern sind beide allerdings einander völlig fremd und das Prädikat kommt so gewiß als etwas völlig Neues zum Subjekt hinzu. Aber insofern läßt sich diese ‚Synthese‘ auch nie zur Gewißheit erheben. Aus diesen ganz allein für sich hingestellten Begriffen läßt sich nie ein geometrischer Satz herstellen, auch nicht mit Hilfe von ‚Anschauung‘. Wenn man es zu sehen glaubt, daß eine Linie zwischen zwei Punkten gerade und zugleich kürzer ist als jede gebrochene oder gekrümmte Linie,<sup>28</sup> so kann das doch nicht den Geltungsgrund für einen allgemeinen synthetischen Satz abgeben. Denn das wäre eine sinnliche, ‚empirische‘ Anschauung — an die Kant gar nicht appelliert — und diese könnte doch immer nur eine schätzungsweise Längenvergleiche ergeben, die für sehr kleine Unterschiede überhaupt unmöglich wird. Eine solche kann eine exakte Bestimmung des Längenverhältnisses nicht ersetzen. Die prinzipielle Ungenauigkeit unserer räumlichen Anschauung erfordert unbedingt den Anschluß der empirischen Anschauung als Beweisgrundlage in der Geometrie<sup>29</sup> (S. 19/20). Man kann eben überhaupt nicht auf Grund von Eigenschaften sinnlicher Figuren ideale geometrische Sätze aussprechen. Von der Betrachtung der anschaulichen Eigenschaften einzelner besonderer Figuren aus kann man nicht zu allgemeinen Sätzen kommen. Man muß nicht sehen, sondern einsehen, wieso die gerade zugleich kürzer ist als jede andere Linie, aus den klar erfaßten Eigenschaften der mit einer gebrochenen Linie oder Kurve entstehenden Figur; man muß es einsehen — ganz allgemein und auch für die kleinsten Unterschiede. Dieses Einsehen vermitteln, heißt aber eben beweisen.

Aber nun meint ja Kant gar nicht eine empirische, sinnliche, sondern eine ‚reine‘ Anschauung, welche die beiden Bestimmungen ‚gerade‘ und ‚kürzeste‘ zusammenbringt, welche uns die einander fremden geometrischen Elemente als zusammengehörig präsentiert. Und die reine Anschauung — gleichgültig, was das rätselhafte Wesen solcher zugleich einzelnen und allgemeinen Anschauung\* sein mag — manifestiert sich in der geometrischen Konstruktion.\*\* Auf Grund von Konstruktion werden die neuen Bestimmungen (z. B., daß die Winkelsumme im Dreieck gleich zwei Rechten ist, also auch, daß die Gerade die kürzeste ist) mit dem Begriff des Subjekts (des Dreiecks, der Geraden zwischen zwei Punkten) verbunden.\*\*\* Nur mit Hilfe von Konstruktion kann

\* ‚Eine nicht-empirische Anschauung, die, als Anschauung, ein einzelnes Objekt ist, aber nichtsdestoweniger als die Konstruktion eines Begriffes (einer allgemeinen Vorstellung) Allgemeingültigkeit für alle möglichen Anschauungen, die unter denselben Begriff gehören, in der Vorstellung ausdrücken muß‘ (Krit. d. r. Vern., Methodenlehre, I. Hauptstück, I. Abschnitt).

\*\* Ein geometrischer Satz wie der über die Winkelsumme des Dreiecks kommt nach Kant als nicht analytischer, sondern synthetischer in der Weise zustande: ‚Ich soll nicht auf dasjenige sehen, was ich in meinem Begriffe vom Triangel wirklich denke (dieses ist nichts weiter als die bloße Definition), vielmehr soll ich über ihn zu Eigenschaften, die in diesem Begriffe nicht liegen, aber doch zu ihm gehören, hinausgehen. Nun ist dieses nicht anders möglich, als daß ich meinen Gegenstand (den Begriff des Dreiecks) nach den Bedingungen entweder der empirischen Anschauung oder der reinen Anschauung bestimme. Das erstere würde nur einen empirischen Satz (durch Messen seiner Winkel), der keine Allgemeinheit, noch weniger Notwendigkeit entbiete, abgeben, und von dergleichen ist gar nicht die Rede. Das zweite Verfahren aber ist die mathematische, und zwar hier die geometrische Konstruktion, vermittelt deren ich in einer reinen Anschauung, ebenso wie in der empirischen, das Mannigfaltige, was zu dem Schema eines Triangels überhaupt, mithin zu seinem Begriffe gehört, hinzusetze, wodurch allerdings allgemeine synthetische Sätze konstruiert werden müssen‘ (a. a. O.).

\*\*\* ‚Man gebe einem Philosophen den Begriff eines Triangels und lasse ihn nach seiner Art ausfindig machen, wie sich wohl die Summe seiner Winkel zum Rechten verhalten möge. Er hat nun nichts als den Begriff von einer Figur, die in drei geraden Linien eingeschlossen ist, und an ihr den Begriff von ebensoviel Winkeln. Nun mag er diesem Begriffe nachdenken, so lange er will, er wird nichts



man das Zusammenbestehen von geometrischen Beziehungen, wie sie den Inhalt der geometrischen Lehrsätze ausmachen, ansehen. Und Konstruktion ist nach Kant etwas, das sich nur in der reinen Anschauung vollzieht, das nur Anschauung zum Geltungsgrund hat. Dabei faßt Kant aber unter Konstruktion Zweifaches in einer Äquivokation zusammen: die Hilfskonstruktion, das Ziehen von Hilfslinien beim Beweis (s. die eben angeführte Stelle) und die Konstruktion eines geometrischen Begriffes (z. B. vom Dreieck) in der Anschauung (s. die S. 52 anzuführende Stelle). Das ist also nach Kant das Wesentliche für die Gültigkeit eines jeden geometrischen Satzes: Die Synthese mit Hilfe von Konstruktion und dadurch auf Grund von reiner Anschauung.

Ich will gar nicht darauf eingehen, ob die Konstruktion wirklich eine so allgemeine Bedingung der Geometrie ist — in der analytischen Geometrie, wo es sich bloß um Gleichungen handelt, welche Beziehungen zwischen Abständen von einem Koordinatensystem ausdrücken, kann sie bloß für den Ansatz der Gleichungen eine Rolle spielen, die Ergebnisse aber werden errechnet. Sondern man braucht nur das Wesen und die methodische Bedeutung der geometrischen Konstruktion selbst näher zu untersuchen und sich klarzumachen — und man wird finden, daß sie durchaus nicht ein synthetisches Verfahren auf Grund von Anschauung darstellt.

Neues herausbringen. Er kann den Begriff der geraden Linie oder eines Winkels oder der Zahl drei zergliedern und deutlich machen, aber nicht auf andere Eigenschaften kommen, die in diesen Begriffen gar nicht liegen. Allein der Geometer nehme diese Frage vor. Er fängt sofort davon an, einen Triangel zu konstruieren. Weil er weiß, daß zwei rechte Winkel zusammen gerade so viel austragen als alle berührende Winkel, die aus einem Punkte auf einer geraden Linie gezogen werden können, zusammen, so verlängert er eine Seite seines Triangels und bekommt zwei berührende Winkel, die zweien rechten zusammen gleich sind. Nun teilt er den äußeren von diesen Winkeln, indem er eine Linie mit der gegenüberstehenden Seite des Triangels parallel zieht, und sieht, daß hier ein äußerer berührender Winkel entspringe, der einem inneren gleich ist usw. Er gelangt auf solche Weise durch eine Kette von Schlüssen, immer von der Anschauung geleitet, zur völlig einleuchtenden und zugleich allgemeinen Auflösung der Frage: *u. a. O.*

Für Kant besteht noch ein enger Zusammenhang zwischen Konstruktion und geometrischer Figur. „So konstruiere ich einen Triangel, indem ich den diesem Begriff entsprechenden Gegenstand entweder durch bloße Einbildung, in der einen oder nach derselben auch auf dem Papier, in der empirischen Anschauung, beidemal aber völlig a priori, ohne das Muster dazu aus irgendeiner Erfahrung geborgt zu haben, darstelle. Die einzelne hingezzeichnete Figur ist empirisch und dient gleichwohl, den Begriff unbeschadet seiner Allgemeinheit auszudrücken, weil bei dieser empirischen Anschauung immer nur auf die Handlung der Konstruktion des Begriffs, welchem viele Bestimmungen zur Ermittlung der Größe, der Seiten und der Winkel ganz gleichgültig sind, gesehen und also von diesen Verschiedenheiten, die den Begriff des Triangels nicht verändern, abstrahiert wird“ (a. n. O.).

Dieser Zusammenhang zwischen Konstruktion und Figur wird in manchen neuesten Ausführungen so gedacht: Geometrische Sätze werden mit Hilfe von Figuren bewiesen und dann auf Grund von Anschauung, aber nicht der empirischen, sondern einer reinen. Denn die geometrische Figur „stellt nicht den Gegenstand selbst dar, von dem der geometrische Lehrsatz gilt und bewiesen werden soll, denn dieser kann nicht restlos in der Anschauung dargestellt werden, sondern sie «illustriert» ihn in einem einzelnen Beispiel. Aber dieses einzelne Beispiel erlaubt uns, in der Vorstellung sofort die ganze Reihe von Gegenständen zu überblicken, die durch Verkleinerung und Vergrößerung aus ihr entstehen, soweit sie derselben Steigerungsreihe angehören. Dadurch wird jenes Beispiel zum Repräsentanten der betreffenden Gattung.“ So Aster<sup>30</sup> (S. 227/228). Ebenso Ziehen<sup>31</sup> (§ 133, S. 788/789): Der Beweis wird für die „eine gezeichnete Figur geführt, dann aber auf alle solche, auf eine ganze Gattung übertragen“. Beim Beweis für die Winkelsumme im Dreieck „stelle ich mir in der Phantasie alle überhaupt nur denkbaren Dreiecke mit den verschiedensten Winkeln und Seiten vor[!] und überzeuge mich dann, daß der am Dreieck ABC geführte Beweis durch die Veränderung der Winkel und Seiten gar nicht beeinflußt wird, mit anderen Worten, daß für den Beweis das gemeinschaftliche Merkmal der Dreieckigkeit ausreicht. Auf Grund

dieser Einsicht verallgemeinere ich dann mein Beweisergebnis'. Das gezeichnete (oder auch nur vorgestellte) 'Dreieck ABC, an dem der Beweis geführt wird, dient gewissermaßen nur als Repräsentant', weshalb Ziehen dieses logische Umding als 'paradigmatischen Schluß' klassifiziert. Es ist der Gedanke, daß Anschauung, und zwar reine Anschauung, dadurch mitwirkt, daß wir in der Vorstellung konstruierend alle möglichen Veränderungen unter bestimmten Konstruktionsbedingungen durchlaufen und daß uns dadurch die Gesetzmäßigkeit der betreffenden Figur, das ist von Lagebeziehungen, in innerer Anschauung evident wird. Aber schon Hölder<sup>32</sup> (S. 12) hat solchen Vorstellungen gegenüber eingewendet, daß ein solches Durchlaufen und Überblicken nur bei ganz einfachen Figuren möglich ist. Wie sollte uns aber solche Anschauung etwa bei Sätzen über den Zusammenhang und die Zerschneidung Riemannscher Flächen, über die Struktur von Fachwerken usw. leiten? <sup>18</sup> (§ 13, § 7, S. 114). Da läßt sie uns vollständig im Stich und der schlußfolgernde Beweis wird zur Notwendigkeit. Aber dieses ganze Durchlaufen aller nur denkbaren Variationen einer Figur in der Phantasie findet so gar nicht statt. Es ist nicht eine Vorstellungsfolge, sondern eine Überlegung. Und 'dadurch, daß man alle anschaulichen Voraussetzungen besonders formuliert, kann man die geometrische Deduktion selbst der Anschaulichkeit entkleiden' <sup>32</sup> (S. 14).

Geometrische Sätze über das Dreieck, z. B. über seine Winkelsumme, mit Hilfe von Konstruktion einsehen, darf keineswegs heißen, daß man sich einfach auf die gezeichnete als die 'konstruierte' Figur beruft und damit auf die Verhältnisse in der Anschauung: man kann diese gar nicht als ein selbständiges, ursprüngliches Datum zugrunde legen. Sondern man darf keine Linie ziehen, keinen Punkt festsetzen und nachher sich auf seine Lage berufen, ohne zu beweisen, daß die Elemente [ideell] existieren und da gelegen sind, wo man sich sie vorgestellt hat <sup>19</sup> (S. 289). 'Der wohlgeschulte Geometer fragt bei jeder Hilfslinie, die er für irgendeinen Beweis zieht, ob es auch immer möglich sein wird, eine Linie von der verlangten Art zu ziehen' <sup>19</sup> (S. 6). Das Beweisen erfordert aber Prämissen, vorgegebene Sätze über die

Eigenschaften und Beziehungen der geometrischen Elemente als Konstruktionsbedingungen. Der Begriff und das heißt die Definition ist es, wodurch die Konstruktion bestimmt wird und woraus sie in Wahrheit ihre Beweiskraft zieht. „Alles, was als wahr behauptet wird «gemäß Konstruktion», kann auch als wahr behauptet werden «gemäß Voraussetzung» oder «gemäß Definition»“<sup>16</sup> (S. 299). Wenn man eine anschauliche Figur zeichnet, so bedeutet das nichts anderes, als daß man eine ideale Figur, deren Elemente durch die Daten der Fragestellung und die Definitionen gedanklich gegeben sind, in der Erfahrungswirklichkeit nachbildet, als Illustration, aber nicht als Grundlage und Erkenntnisquelle. „Man kann in wertvoller und gültiger Weise keine Figur konstruieren, die nicht schon durch die Daten oder durch die Definition bestimmt wäre.“ Wenn man sagt: «Verbinden wir die beiden Punkte A und B», so bedeutet dies in Wirklichkeit: «die zwei Punkte A und B bestimmen eine Gerade, kraft der Geradendefinition selbst» (ib.).

Der Erkenntniswert der Konstruktion fließt auch für Kant nicht aus den anschaulichen Eigenschaften der besonderen sinnlichen Figuren — da wären gar manche falsche Verallgemeinerungen möglich — sondern aus dem, was an den speziellen Figuren als allgemein einleuchtet. Die einzelne sinnliche Figur ist nur das Bild eines allgemeinen Schemas und nur von diesem aus werden die neuen geometrischen Beziehungen, die „synthetisch“ hinzukommenden Eigenschaften, erfaßt. Ein allgemeines Schema ist aber nichts als ein Symbol für einen geometrischen Begriff, für den Begriff einer Figur, d. i. geometrischer Beziehungen. Wenn es also in der Konstruktion und bei der Zuhilfenahme anschaulicher Figuren nur auf die Eigenschaften oder Beziehungen an Schematen ankommt, so heißt das nichts anderes, als daß es dabei auf die Begriffe der eingeführten Figuren oder Beziehungen, d. i. auf deren Definitionen ankommt. Was sich aus diesen ergibt, was für Beziehungen zwischen diesen bestehen, das soll dadurch (mit Hilfe von Konstruktion) eingesehen werden. Welche Beziehungen aber zwischen definitionsgegebenen Sachverhalten bestehen, das ergibt sich durch Schlußfolgerung, das ist dann etwas rein Analytisches, nichts Synthetisches mehr und die Sätze über geometrische Bezie-

lungen beruhen damit nicht auf einer Anschauungsevidenz, sondern auf logischem Beweis.

Auch an dem eingangs angeführten Beispiel Kants, „die Gerade zwischen zwei Punkten ist die kürzeste“, läßt sich das klar und strikte zeigen. Man muß sich dazu nur klarmachen, was dieser Satz, wenn schon nicht enthält, so doch voraussetzt.<sup>33</sup> Man kann die Begriffe eines Lehrsatzes gar nicht, so wie es Kant tut, für sich allein isoliert in Betracht ziehen, denn dann ist ihre Synthese auf keine Weise zu legitimieren, auch nicht durch „Anschauung“. Wenn man aber die Voraussetzungen eines Lehrsatzes an Axiomen und Definitionen hinzunimmt, dann ergibt sich dieser Lehrsatz auf rein logische Weise durch Schlußfolgerung aus ihnen. Was die Konstruktion, in der die reine Anschauung zur Geltung kommen soll, leistet, ist nur das, daß sie die Beziehungen, die zwischen den in Betracht gezogenen geometrischen Gebilden bestehen, auseinanderlegt. Für die Gültigkeit geometrischer Erkenntnis kann man sich aber auch bei der Zuhilfenahme der Konstruktion nicht auf die Eigenschaften anschaulicher Figuren berufen, sondern ausschließlich auf Eigenschaften, welche sich aus der Definition der Figuren und der Aufgabenstellung ergeben, d. h. man muß auf die Voraussetzungen des Lehrsatzes zurückgehen und ihn aus diesen ableiten. „Die Geometrie . . . ist erst dann mathematisch einwandfrei, wenn alle Schlüsse ohne Hilfe von Figuren, überhaupt ohne Hilfe von Anschauung eingesehen werden können“<sup>34</sup>.

Daß die geometrischen Sätze lediglich formale Konsequenzen der Axiome sind, wird durch einen überraschenden und sonst unverständlichen Sachverhalt erhärtet. Die Sätze der projektiven Geometrie bleiben auch wahr, wenn man den undefinierbaren Grundbegriffen des Punktes und der Geraden einen ganz anderen Sinn beilegt, sofern er nur dieselben (in den Postulaten ausgesprochenen) Beziehungen befriedigt. Wenn man in den Sätzen der projektiven Geometrie „die Punkte durch Ebenen und die Ebenen durch Punkte ersetzt und die Geraden in den Beziehungen beläßt, welche sie, sei es mit den Punkten, sei es mit den Ebenen unterhalten“, bleiben die Sätze auch mit dem neuen Sinn, den sie dadurch erhalten, wahr!<sup>35</sup> (S. 162), ebenso auch, wenn man die Geraden durch

Kreise, die Ebenen durch Kugeln ersetzt<sup>18</sup> (§ 8f.). Diese Übertragung aus einer Mannigfaltigkeit in eine andere ist aber nur unter der Voraussetzung zulässig, daß beide Mannigfaltigkeiten denselben Axiomen gehorchen und ihre Geometrie sich nur auf diese Axiome stützt; sobald man Beweismotive nicht rein logischer [sondern anschaulicher] Herkunft zuließe, wäre diese Übertragbarkeit nicht mehr a priori sicher<sup>18</sup> (§. 102). Es muß in der Tat, wenn anders die Geometrie wirklich deduktiv sein soll, der Prozeß des Folgerns überall unabhängig sein vom Sinn der geometrischen Begriffe, wie er unabhängig sein muß von den Figuren; nur die in den benutzten Sätzen, beziehungsweise Definitionen niedergelegten Beziehungen zwischen den geometrischen Begriffen dürfen in Betracht kommen<sup>22</sup> (§. 98). Gerade der formale Charakter der modernen Geometrie, in der „Punkt“, „Gerade“ usw. nur Symbole sind für etwas, das bestimmte Bedingungen erfüllt, ohne daß wir zu wissen brauchen, was sie eigentlich sind oder wie sie sich anschauungsmäßig darstellen — gerade das gibt den deutlichen und unwiderleglichen Beweis dafür, daß sie wirklich ein System von rein logischen Schlußfolgerungen bildet und gar nicht auf inhaltlich bestimmter Anschauung beruhen kann.

Daher im ganzen: nicht „Anschauung“, sondern nur logische Stringenz bildet den Grund für die Gültigkeit der mathematischen Sätze. „Keine Berufung auf allgemeine Einsicht [Common sense] oder auf Anschauung [Intuition] oder auf irgend etwas außer streng deduktiver Logik darf in der Mathematik gebraucht werden, sobald die Prämissen niedergelegt sind“<sup>23</sup> (§. 145).

In dem Rettungsversuch der Kantschen Philosophie der Mathematik, den Cassirer gemacht hat,<sup>25</sup> gibt er gerade das Wesentliche, daß die mathematischen Sätze logisch aus den Axiomen abzuleiten sind und daß sie nicht auf Anschauung beruhen, vollständig zu. Er versucht nur ihren synthetischen Charakter dadurch zu retten, daß er den Unterschied von analytisch und synthetisch anders „erläutert“, als man ihn gewöhnlich versteht. Die mathematischen Sätze sollen synthetisch sein, weil die Axiome synthetisch sind, aus denen sie rein logisch abgeleitet sind — also gerade erst durch die

logische Zurückführung auf synthetische Sätze<sup>22</sup> (S. 15, 39, 41). Daß dies aber so wenig die Meinung Kants war, als sie bisher dafür gegolten hat, geht aus den früher angeführten Stellen deutlich hervor. Und Couturat hat jedenfalls die von Cassirer angeführten Stellen aus der Vernunftkritik, die in diesem Sinne lauten, mit Recht als eine Inkonssequenz Kants, als einen inneren Widerspruch mit der ursprünglichen Definition von analytisch und synthetisch erklärt. Cassirers Auffassung ist eben eine Auslegung Kants zur Harmonisierung der modernen Mathematik.

Ebensowenig ist es auch Hönigswald<sup>26</sup> gelungen, die Kantsche Tradition in der erkenntnistheoretischen Auffassung der Mathematik gegenüber der neuen logischen Durcharbeitung der Mathematik aufrechtzuerhalten. Um die mathematischen Sätze als synthetische Urteile a priori auf Grund reiner Anschauung zu erweisen, führt er vor allem an, daß die mathematischen Sätze und ihre Deduktion nicht lediglich auf dem Satz des Widerspruches (und dem der Identität) beruhen, sondern auch noch ein anderes spezifisches Prinzip erfordern (S. 43 f., S. 53): und dieses ist es, das im Begriff der reinen Anschauung seinen Ausdruck findet. Aber sein Versuch, diesen Begriff und damit dieses andere Prinzip zu präzisieren, besteht darin, daß er einfach alle wirkliche oder vermeintliche Eigenart der mathematischen Erkenntnis auf dieses Prinzip der reinen Anschauung überträgt, projiziert: sie ist „Anschauung“ wegen des „Moments der individuellen Bestimmtheit“ und „rein“ wegen der Allgemeingültigkeit und Notwendigkeit (S. 50): und er endet infolgedessen mit dem Zugeständnis: man kann vielleicht bezweifeln, ob der Begriff der reinen Anschauung mehr enthält als eine abgekürzte und nur allzu leicht mißzuverstehende Bezeichnung für die Eigenart des mathematischen Objekts (S. 53). Die Lösung des mathematischen Geltungsproblems nach dieser Art durch eine reine Anschauung, welcher die eigentümliche Geltungsart der Mathematik von vornherein zukommt, ist im Grunde nichts anderes, als wenn man die Wirkung des Opiums durch eine virtus dormificanda erklärt.

Die Widerspruchlosigkeit ist gewiß nicht das einzige Prinzip für ein deduktives System der Mathematik, sondern

es ist dazu auch noch die spezielle Konstellation der Ausgangspunkte der Deduktion erforderlich, wie sie durch die Axiome und die Aufgabenstellung gegeben wird (s. d. folg. Abschn.). Aber das involviert keineswegs ein eigenes Geltungsprinzip reiner Anschauung. Wenn wir die eigentümliche Geltungsart der Mathematik wirklich analysieren, so werden wir nirgends auf eine solche spezifische Geltungsgrundlage wie reine Anschauung geführt. Aber nur das, ob wir eine solche spezifische Geltungsgrundlage in der Mathematik entdecken und anzuerkennen haben, ist der Sinn des Problems einer reinen Anschauung.

Hönigswald sucht aber auch genau so wie Cassirer den synthetischen Charakter der mathematischen Sätze trotz ihres Folgerungscharakters, der allzuoft offenkundig ist, damit zu begründen, daß sie auf ein synthetisches Prinzip zurückgehen (S. 62). Aber er gelangt damit folgerichtiger als Cassirer zu dem Schluß: 'Es gibt überhaupt keine analytischen Urteile' (S. 62). Man sieht daran wohl zur Genüge, wie wenig stichhältig und inhaltsvoll diese ganzen historischen Begriffe und wie labil diese Konstruktionen sind.

Die mathematischen Sätze bilden also ein logisch in sich geschlossenes deduktives System. Dieses ist für die einzelnen Hauptgebiete der Mathematik seit dem letzten Drittel des 19. Jahrhunderts immer vollständiger entwickelt worden.

So hat seinerzeit Peano drei undefinierbare Grundbegriffe und fünf unbeweisbare Grundsätze und Padoa nur zwei Grundbegriffe und vier Postulate als diejenigen Grundlagen aufgestellt, welche hinreichen, um die ganze Arithmetik logisch daraus abzuleiten. Russell hingegen hat überhaupt keine undefinierbaren Grundbegriffe mehr benötigt, sondern statt deren vier Definitionen als die erforderlichen Grundlagen der Arithmetik eingeführt: eine Nominaldefinition der endlichen ganzen Zahl und die drei Definitionen der 0, der 1 und der auf eine Zahl  $n$  nächstfolgenden Zahl  $n + 1$ , während die Verknüpfungsgesetze (der Addition und der Multiplikation) auf die allgemein-logischen Gesetze der 'logischen Addition' und 'Multiplikation' zurückzuführen sind.

Ebenso ist die Geometrie als deduktives System rein logischer Folgerungen in ihren einzelnen Zweigen, der metri-



sehen, projektiven usw., entwickelt worden. Die Voraussetzungen, welche zur logischen Begründung der metrischen Geometrie genügen, sind in den verschiedenen Systemen von Peano, von Pasch, von Hilbert, von Veronese und von Pieri formuliert worden. Pieri hat auch die Grundlagen der projektiven Geometrie in 17 Postulaten (für die Einschränkung auf den dreidimensionalen Raum in 19) formuliert. Dasselbe hat Peano für ein anderes System der Geometrie mit 17 Postulaten geleistet, welche O. Veblen auf 12 und Russell auf 8 reduzieren konnte. Auf diese Weise stellt jede dieser Geometrien ein System von Abhängigkeitsbeziehungen dar von der Art, daß ein Raum, wenn er die in den Postulaten ausgesprochenen Eigenschaften (d. i. Beziehungen) besitzt, überdies diese und diese anderen in den Lehrsätzen ausgesprochenen Eigenschaften (Beziehungen) haben wird<sup>16</sup> (S. 167, 216).

In der ganzen Mathematik beruht also die Gültigkeit der Lehrsätze lediglich darauf, daß sie aus den Postulaten mit logischer Notwendigkeit folgen. Darin hat der zweite fundamentale Charakter der Mathematik seinen Grund: die Notwendigkeit, mit der ihre Sätze gelten, gegenüber der bloßen Tatsächlichkeit der Geltung in den Erfahrungswissenschaften. Es ist die Notwendigkeit als logische Schlußfolgerung, nichts anderes, also eine relative Notwendigkeit in bezug auf die Axiome.

### **3. Der deduktive Charakter und der Erkenntnisfortschritt in der Mathematik.**

Aber dieser Aufbau der Mathematik als deduktives System auf rein logischer Geltungsgrundlage ohne Zuhilfenahme von Anschauung gibt Anlaß zu schwerwiegenden Problemen. Eines davon hat Poincaré<sup>37</sup> (S. 1) in seiner glänzenden Weise so ausgesprochen: „Die Möglichkeit der Existenz einer mathematischen Wissenschaft scheint ein unlösbarer Widerspruch in sich zu sein. Wenn diese Wissenschaft nur scheinbar deduktiv ist, woher kommt ihr dann diese vollkommene Unwiderlegbarkeit, welche niemand zu bezweifeln wagt? Wenn im Gegenteil alle Behauptungen, welche sie aufstellt, sich aus einander durch die formale Logik ableiten

lassen, warum besteht die Mathematik dann nicht in einer ungeheuren Tautologie? Der logische Schluß kann uns nichts wesentlich Neues lehren.<sup>1</sup> In der Natur der Axiome kann der Grund für die Fruchtbarkeit der Mathematik nicht liegen. Wenn man sie als synthetische Urteile a priori bezeichnet, so heißt das nicht, die Schwierigkeit lösen, sondern ihr nur einen Namen geben, und wenn selbst die Natur der synthetischen Urteile für uns kein Geheimnis wäre, so würde der Widerspruch nicht hinfällig, er würde nur hinausgeschoben, die syllogistische Beweisführung bleibt unfähig, den gegebenen Voraussetzungen irgend etwas hinzuzufügen, diese Voraussetzungen reduzieren sich auf einige Axiome, und man könnte in den Folgerungen nichts anderes wiederfinden.<sup>2</sup> Das ist eben der wesentliche Grundzug alles syllogistischen (analytischen) Verfahrens. Auch wenn man die logischen Schlußfolgerungen nicht in dem Sinne als analytisch betrachtet, daß sie lediglich auf dem Satz des Widerspruches beruhen, weil ihr Geltungsgrund darin liegt, daß ihr Gegenteil einen inneren Widerspruch ergeben würde, daß sie also lediglich immanente Momente herausstellen, sondern auch, wenn man die Schlußfolgerungen noch außerdem auf andere Prinzipien als den Satz des Widerspruches gründet, so behalten sie doch auch dann immer noch einen tautologischen Charakter (so auch Russell.<sup>3</sup> p. 203/204).

Wenn nun aber das Verfahren der Mathematik zweifellos ein rein syllogistisches (analytisches) ist — wieso ist sie dann imstande, neue Erkenntnisse zu liefern? Um das klarzustellen, wollen wir die Entwicklung eines konkreten mathematischen Lehrsatzes untersuchen, z. B. des binomischen Lehrsatzes oder seiner Vorstufe: der Form einer ganzen Funktion von  $x$  vom Grad  $n^{\text{te}}$  (nach <sup>1b</sup>, § 60, S. 192 f.).

Die Entwicklung nimmt ihren Ausgang von einer allgemeinen Aufgabenstellung: Es handle sich um die Bildung des Produktes der  $n$  Faktoren  $F_n = (x + a_1)(x + a_2)(x + a_3) \dots (x + a_n)$  — man geht also davon aus, daß man eine besondere Beziehung zwischen Zahlen ins Auge faßt. Die Lösung dieser Aufgabe wird durch Anwendung des Verfahrens der mathematischen Induktion gewonnen: Man rechnet zunächst die Aufgabe für eine beliebige Zahl, z. B.  $n = 2$ , aus.

d. h. man bestimmt, welche anderen Beziehungen zwischen den betreffenden Zahlen nach den Grundgesetzen der Addition und der Multiplikation bestehen, wenn die Ausgangsbeziehungen zwischen ihnen bestehen. Für  $n = 2$  ergibt sich  $F_2 = x^2 + x(a_1 + a_2) + a_1 a_2$ . Dann bestimmt man diese konsekutiven Beziehungen für  $n + 1$ , also 3:  $F_3 = x^3 + x^2(a_1 + a_2 + a_3) + x(a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_1 a_3) + a_1 a_2 a_3$ . Aus dieser konkreten Bestimmung für eine beliebige Zahl  $n$  und für die nächst höhere Zahl  $n + 1$  läßt sich nun bereits die Gesetzmäßigkeit ablesen, welche einerseits zwischen den Potenzen von  $x$  und den 'Koeffizienten' der Funktion: der Summe der Zahlen  $a_1, a_2 \dots a_n$  ( $\Sigma a_i$ ), der Summe der Produkte zu je zweien ( $\Sigma a_i a_j$ ), der Summe der Produkte zu je dreien ( $\Sigma a_i a_j a_k$ ) und so fort und endlich dem Produkte aller  $a_1 a_2 \dots a_n$  ( $A_n$ ), besteht und welche andererseits die jeweilige Änderung der Potenzen und Koeffizienten bei wechselndem Wert von  $n$  beherrscht. Denn das, was in der Gestaltung einer solchen konsekutiven Beziehung (besonderer Art zwischen Zahlen) durch die Art der Ausgangsbeziehung bestimmt ist und was darin von dem wechselnden Zahlenwert abhängt, das tritt schon an dem gegenseitigen Verhältnis der Gestaltungen dieser Beziehung für zwei aufeinanderfolgende konkrete Werte von  $n$  mit endgültiger Deutlichkeit hervor. Denn dieses Verhältnis bleibt infolge des Bildungsgesetzes der Zahlenreihe für alle Zahlen das gleiche. Diese Gesetzmäßigkeit zwischen den Potenzen von  $x$  und den Koeffizienten der Funktion und die ihrer Änderung lautet, allgemein formuliert, so:

$$F_n = x^n + \Sigma a_1 x^{n-1} + \Sigma a_1 a_2 x^{n-2} + \dots + \Sigma a_1 a_2 \dots a_{n-1} x + A_n.$$

(Der binonische Lehrsatz ergibt sich daraus, wenn die Glieder  $a_1 a_2 a_3$  einander gleich und daher Potenzen von  $a$  sind.)

Was der binonische Lehrsatz eigentlich bedeutet, ist dies: Wenn eine (besondere) Beziehung zwischen Zahlen  $(x + a)^n$  besteht, dann besteht nach den Grundgesetzen der Rechenoperationen und dem Bildungsgesetz der Zahlenreihe ganz allgemein auch eine bestimmte andere Beziehung zwischen diesen Zahlen (eben  $x^n + n x^{n-1} a + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2} a^2 + \dots$ , der binonische Lehrsatz). Eine allgemeine gesetzmäßige Be-

ziehung ist hier gewonnen worden auf einem Wege, der sich unzweifelhaft in lauter syllogistisch deduktive Schritte auflösen läßt. Was die Deduktion hier leistet, ist, daß sie die allgemeinsten Gesetzmäßigkeiten der Axiome für eine besondere vorgegebene Beziehung von Zahlen bestimmend werden läßt und dadurch eine neue besondere Beziehung ableitet. Zu dieser neuen Beziehung würde sie aber nicht hinführen, wenn ihr nicht die Ausgangsbeziehung als konkrete Bedingung für die Deduktion gegeben wäre. Diese Ausgangsbeziehung, die Aufgabe, wird nicht selbst deduktiv gewonnen. Es kann wohl deduziert werden, daß diese neu eingeführte Beziehung oder Bedingung mit den Axiomen verträglich ist, daß solche neu eingeführte spezielle Voraussetzungen zugleich mit den Grundvoraussetzungen erfüllt sind — was besonders in der Geometrie eine Rolle spielt. Aber die in der Aufgabenstellung gegebene Beziehung tritt immer als etwas Neues, Unabgeleitetes, Ursprüngliches ein, als ein selbständiger Anfang. Eine neue, besondere Beziehung zwischen Zahlen ebenso wohl wie zwischen geometrischen Elementen wird ins Auge gefaßt, und das ist es eigentlich, was den Fortschritt bringt. Daß man von einer neuen Konstellation ausgeht, darin liegt der Grund, daß die Deduktion etwas Neues ergeben kann, daß sie nicht in einer ungeheuren Tautologie aufgeht.

Das wird auch an den Kantschen Paradigmen der Summe von 7 und 5 oder der geraden Strecke als der kürzesten deutlich. Daß man die Summe der beiden Zahlen, daß man die gerade Strecke überhaupt als Entfernungsgröße im Vergleich zu anderen Entfernungsgrößen zwischen den beiden Punkten in Betracht zieht, darin liegt unbestreitbar etwas Neues, das zu den Begriffen 7 und 5 und zum Begriffe der geraden Strecke hinzukommt: das läßt sich aus diesen gewiß nicht ableiten. In der Aufgabenstellung, im Rechnungsansatz, in der Ausgangskonstellation als solcher liegt eine Synthese — das ist der wahre Kern an der Kantschen Auffassung vom synthetischen Charakter der mathematischen Sätze. Hat man aber in der Aufgabenstellung die neue Beziehung (der Summe, der Entfernungsgröße) einmal hergestellt, hat man die Brücke zwischen zwei sonst fremden Begriffen geschlagen, so ergibt sich die Lösung rein logisch

deduktiv aus den Axiomen und den speziellen Bestimmungen der Aufgabenstellung.

Oder ein anderes, komplizierteres Beispiel: In der Geometrie der Flächen vierter Ordnung ist es eine fundamentale Frage, aus wie vielen voneinander getrennten Mänteln eine solche Fläche wenigstens bestehen kann. Das erste bei der Beantwortung dieser Frage ist der Nachweis, daß die Anzahl der Flächenmäntel endlich sein muß; dieser kann leicht auf funktionentheoretischem Wege wie folgt geschehen: Man nehme das Vorhandensein unendlich vieler Mäntel an und wähle da innerhalb eines jeden durch einen Mantel begrenzten Raunteiles je einen Punkt aus. Eine Verdichtungsstelle dieser unendlich vielen ausgewählten Punkte würde dann ein Punkt von einer solchen Singularität sein, wie sie für eine algebraische Fläche ausgeschlossen ist<sup>38</sup> (S.413). Das Neue, Fruchtbare liegt auch hier in der Einführung der besonderen Bedingungen für die Deduktion: in dem Ausgang von der Annahme unendlich vieler Flächenmäntel und der Auswahl je eines Punktes daraus.

Das Charakteristische der geometrischen Forschungsmethode besteht darin, daß man immer und immer wieder neue Voraussetzungen einführt<sup>38</sup> (S.112) und nicht nur der geometrischen, sondern auch der arithmetischen. Dadurch allein wird der deduktiven Ableitung immer wieder das unentbehrliche Substrat besonderer Bedingungen gegeben.

Der deduktive Charakter der Mathematik hat die Funktion klarzulegen, daß alle die Gebilde der Mathematik, welche man auch immer ersinnen und betrachten mag, keine anderen Elemente und Beziehungen erfordern als die, welche in den Axiomen niedergelegt sind: sie hat die Identität ihrer Elemente und Beziehungen zu erweisen. Diesen Nachweis leistet die logische Ableitung aus den Axiomen. Aber die konkreten Bedingungen für die Deduktion müssen ihr von außen kommen, die kann sie nicht selbst erzeugen. Die sind das nicht-deduktive, das nicht-analytische, das synthetische Moment daran, das schöpferische. Ihr Auftreten ist etwas Irrationales, wenn man so will, in dem logischen Gefüge. Da liegt auch in der Mathematik der Punkt, wo die Intuition, die originale

Idee einsetzen muß. Die Anregung, natürlich nur die Anregung, dazu bietet oft genug die Erfahrung.

So hat z. B. Fourier zur mathematischen Bewältigung physikalischer Probleme (der Wärmeleitung) analytische Hilfsmittel ausgebildet, die auch für die reine Mathematik Ergebnisse von größter Bedeutung waren, und er hat selbst in dem eindringenden Studium der Natur die fruchtbarste Quelle der mathematischen Entdeckungen gesehen.<sup>39</sup> Ebenso ist Mac Laurin durch die Berechnung der Ausdehnung eines Stabes mit der Wärme auf eine sehr fruchtbare Entwicklung der Infinitesimalrechnung geführt worden; auf die nach ihm benannte Potenzreihe.<sup>40</sup>

#### **4. Die Unabhängigkeit der Mathematik von der Erfahrung und ihre Erkenntnisquelle — die Geltung der Axiome.**

Weil jeder Zweig der Mathematik ein deduktives System ist, dessen Sätze sich als logische Folgerungen aus den Axiomen ergeben, beruht die Geltung der Mathematik offenkundig ausschließlich auf der Stringenz der Logik. Sie kann weder auf Anschauung noch auf Erfahrung zurückgehen. Die Mathematik ist, soweit ihre Geltung in Frage kommt, von der Erfahrung vollständig unabhängig. Darin liegt das dritte fundamentale Merkmal der Mathematik in wissenschaftssystematischer Hinsicht. Das ist ja auch mit der Idealität ihres Gegenstandes gegeben. Sobald es die Mathematik nicht mit realen, sondern mit ideellen Gegenständen zu tun hat, kann sie nicht mehr erwarten, von der Erfahrung etwas über sie zu erfahren.

An dem besonderen Charakter der Mathematik als einer Wissenschaft, die unabhängig von der Erfahrung rein auf Grund logischer Schlüsse gilt, knüpft sich aber wieder ein viel behandeltes Problem: wieso eine solche Wissenschaft überhaupt möglich ist, aus welcher Erkenntnisquelle außer der Erfahrung sie denn schöpft? Es ist so geläufig geworden durch Kants berühmte Fragestellung: Wie sind synthetische Urteile a priori in der Mathematik und in der Naturwissenschaft und in der Metaphysik möglich? Er beantwortet sie für die Mathematik bekanntlich damit, daß er eine 'reine', nicht-empirische 'Anschauung', genauer: zwei Formen sinnlicher Anschauung

überhaupt, Raum und Zeit, einführt (wobei es dahingestellt bleibe, inwieweit er die Arithmetik auf die reine Zeitausschauung und die Mathematik überhaupt auch noch auf die reinen Verstandesbegriffe begründet).

Bei dieser Frage nach der ‚Erkenntnisquelle‘ muß man aber zweifelhafte klar auseinanderhalten: den Erkenntnisgrund ihrer Geltung und ihren psychologischen Ursprung; die psychologischen Grundlagen ihres Inhaltes. Hier handelt es sich in erster Linie um die Geltung, um ihren Rechtsgrund. Die mathematischen Lehrsätze gelten als Schlußfolgerungen rein auf Grund der logischen Gesetze; wie verhält es sich aber mit der Geltung der Axiome, von denen sie abgeleitet werden? Von dieser hängt ja die Art der Geltung des ganzen Systems ab.

Die Geltung der Axiome kommt nun wieder in zweifacher Hinsicht in Betracht: einmal in bezug auf die daraus ableitbaren Sätze — als die notwendigen und hinreichenden Prämissen; für diese gelten sie mit logischer Notwendigkeit. Um diese relative Geltung handelt es sich aber jetzt nicht, sondern darum, welche Geltung den Axiomen an und für sich zukommt, d. h. die Frage geht nach der Geltung der Axiome, wenn sie als isolierte Sätze für sich genommen werden.

In dieser Hinsicht hat man nun den Axiomen der Mathematik seit jeher eine absolute Geltung zugeschrieben. Es war bis in die neueste Zeit die allgemeine Anschauung, die auch Kant geteilt hat, und zum großen Teile besteht sie auch heute noch, daß die Axiome unmittelbar gewiß, von selbst evident sind. Das ist z. B. noch die Anschauung Freges<sup>41</sup>: ‚Von altersher nennt man Axiom einen Gedanken, dessen Wahrheit feststeht, ohne jedoch durch eine logische Schlußkette bewiesen werden zu können.‘<sup>42</sup> Sie gelten durch sich selbst, weil sie die letzten ‚einfachen Grundtatsachen‘ angehen (wie sich merkwürdigerweise auch z. B. Hilbert<sup>43</sup> [Einkleitung] noch ausdrückt).

Um diese absolute Geltung und unmittelbare Gewißheit zu erklären, um den Grund dafür zu finden, hat die Philosophie die verschiedenartigsten Instanzen namhaft gemacht. Kant hat eine eigene spezifische Erkenntnisquelle, eine reine Anschauung vor und neben aller empirischen, angenommen. Die

Marburger Richtung des Neukantianismus hat dann den Anschauungscharakter dieser Erkenntnisquelle wieder fallen gelassen und sie als eine intellektuelle Synthese (so wie die von Kants reinen Verstandesbegriffen) bezeichnet. Ähnlich wie Kant nimmt auch Poincaré eine Intuition, eine Synthesis a priori, an. Helmholtz und andere haben dagegen die Axiome (der Geometrie wenigstens) auf die Erfahrung gegründet. Diese starke Gegensätzlichkeit bildet das deutliche Zeugnis dafür, daß die erkenntnistheoretische Begründung der absoluten und unmittelbar gewissen Geltung der mathematischen Axiome die größten Schwierigkeiten mit sich bringt. Die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert hat aber überdies die Voraussetzung dieser ganzen Problemstellung, nämlich die absolute Geltung der mathematischen Axiome, aufs schwerste erschüttert, indem sie in den nicht-euklidischen Geometrien gezeigt hat, daß einige Axiome gar nicht unbedingt gültig sind.

#### a) Erfahrung als Geltungsgrund.

Die Geltung der mathematischen Axiome auf die Erfahrung zu basieren, ist jedenfalls unmöglich, aus allgemeinen und besonderen Gründen. Helmholtz hat in seinen glänzenden Abhandlungen 'Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome' (1870) und 'Über die Tatsachen, die der Geometrie zugrunde liegen' (1868) deren empirischen Charakter mit den eindringendsten Sachargumenten zu erweisen gesucht. Axiome wie dieses, daß es zwischen zwei Punkten nur eine Gerade als die kürzeste Linie gibt, oder dieses, daß durch einen Punkt außerhalb einer Geraden nur eine zu dieser Parallele möglich ist, oder das Axiom, das die Kongruenz der Figuren einführt — solche Axiome sprechen besondere Bedingungen aus, welche nicht in jedem beliebig ausdenkbaren Raum, sondern nur in einem Raum von spezieller Art erfüllt sind. Riemann hatte in seiner genialen Habilitationsschrift 'Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen' (1854) untersucht, welche Eigentümlichkeiten des Raumes einer jeden von mehreren Veränderlichen abhängigen, kontinuierlich ineinander übergehenden Mannigfaltigkeit, deren Differenzen alle miteinander qualitativ



vergleichbar sind, zukommen, welche dagegen nicht durch diesen allgemeinen Charakter bedingt, dem Raum eigentümlich seien<sup>44</sup> (S. 619). (Diese Untersuchung ist außer von Helmholtz von Lie und neuerdings von Weyl weitergeführt worden.) Riemann hatte gezeigt und Helmholtz es bestätigt, daß der Raum, als Gebiet meßbarer Größen betrachtet, keineswegs dem allgemeinsten Begriff einer Mannigfaltigkeit von drei Dimensionen entspricht, sondern noch besondere Bestimmungen enthält, welche bedingt sind durch die vollkommen freie Beweglichkeit der festen Körper mit unveränderter Form nach allen Orten hin und bei allen möglichen Richtungsänderungen, ferner durch den besonderen Wert des Krümmungsmaßes eines Raumes<sup>19</sup> (S. 19). Diese besonderen Bestimmungen werden gefordert zur Ermöglichung der Kongruenz, welche die Grundlage für alle Raummessung und damit für alle Eigenschaften oder Bestimmtheiten eines metrischen Raumes bildet. Denn Kongruenz setzt voraus, daß feste Körper oder Punktsysteme in unveränderlicher Form zu einander bewegt und zur Koinzidenz gebracht werden können und daß die Kongruenz zweier Raumgrößen ein unabhängig von allen Bewegungen bestehendes Faktum ist<sup>44</sup> (S. 621). Diese besonderen Bestimmungen, welche in den Axiomen der euklidischen Geometrie festgelegt werden, sind keine Denknöthigkeiten, die aus dem Begriff einer Mannigfaltigkeit von drei Dimensionen und ihrer Meßbarkeit oder aus dem allgemeinsten Begriff eines festen in ihr enthaltenen Gebildes und seiner freiesten Beweglichkeit herfließen, sondern sie werden uns durch die Erfahrung gegeben<sup>19</sup> (S. 22). Das erhellt ferner daraus: Wenn die Geometrie auch die unverändert beweglichen Raumformen nur als geometrische Körper, Flächen, Winkel, Linien betrachtet, so ist dabei doch auch eine physikalische Eigenschaft der Naturkörper verwendet, die Festigkeit. Die geometrischen Axiome sprechen also gar nicht über das Verhältnis des Raumes allein, sondern gleichzeitig über das mechanische Verhalten unserer festesten Körper bei Bewegungen<sup>19</sup> (S. 30). Denn alle unsere geometrischen Messungen beruhen auf der Voraussetzung, daß unsere von uns für fest gehaltenen Meßwerkzeuge wirklich Körper von unveränderlicher Form sind<sup>19</sup> (S. 23), und das zeigt sich auch darin, daß je

nach der Art des Wohnraumes [eines elliptischen oder hyperbolischen außer dem euklidischen] verschiedene geometrische Axiome aufgestellt werden müßten<sup>13)</sup> (S. 10).

Diese Argumentation des großen Forschers und Denkers trifft aber in unserem Sinne nicht zu. Sie betrifft zunächst einmal nur den metrischen Raum, den Raum als Gebiet meßbarer Größen betrachtet. Über die Axiome, welche die Eigenschaften des Raumes aussprechen, soweit sie nicht auf Maßverhältnissen, sondern auf allgemeinen Lageverhältnissen beruhen, des Raumes der topologischen Geometrie oder Analysis situs, ist damit noch nichts gesagt.

Die Argumentation Helmholtz' bezieht sich vor allem aber nur auf eine Geometrie des wirklichen Raumes — das ist das wesentliche Moment; sie steht unter der Voraussetzung, daß die Axiome die Eigenschaften des wirklichen Raumes aussprechen sollen. Und darüber, welche metrische Eigenart der wirkliche Raum aufweist, kann natürlich prinzipiell nur die Erfahrung entscheiden, das ist unbestreitbar. Eine solche Feststellung ist schon eine Sache der angewandten Geometrie. Sie hat nichts mehr zu tun mit der reinen Geometrie, welche sich allgemein mit den verschiedenen metrischen Raumarten in der euklidischen und den nicht-euklidischen Geometrien und dem ihnen allen gemeinsamen Raum in der Topologie befaßt und deren Gesetzmäßigkeiten klarstellt, ohne sich um ihre Wirklichkeit oder Nichtwirklichkeit zu kümmern. Und wenn man nun nach der Geltungsart der Axiome dieser reinen Geometrie fragt, so kann die Erfahrung deshalb darauf keine Antwort mehr geben, weil es ja doch Sätze über ideale Objekte, nicht über empirische sind. Wie sollte da die Erfahrung etwas begründen können! Die besonderen Bedingungen, welche zu der allgemeinen Mannigfaltigkeit von  $n$  Dimensionen hinzukommen müssen, um die verschiedenen metrischen Raumarten zu ergeben, sind für die reine Geometrie völlig gleichwertig; es werden nicht einige davon (die euklidischen) durch die Erfahrung gegeben, sondern sie sind alle hinsichtlich ihrer Geltung als Axiome der reinen Geometrie von der Erfahrung völlig unabhängig. Nicht die Axiome der Geometrie — der Geometrien! — gelten auf Grund von Erfahrung, son-

dem die Anwendung einer Geometrie auf den wirklichen Raum beruht auf Erfahrung.

Überdies werden aber die metrischen Axiome nicht einmal für den wirklichen Raum durch die Erfahrung eindeutig legitimiert. Denn wenn das Krümmungsmaß des Raumes gering ist, so läßt sich innerhalb der unserer Messung zugänglichen Räume nicht eindeutig entscheiden, welche Art von Raum vorliegt, weil die Abweichungen noch unter den Beobachtungsgrenzen bleiben können. Denn die für uns meßbaren Räume sind im Vergleich zum Weltall, auch wenn es endlich ist, als sehr klein anzunehmen.

Aber auch davon abgesehen, läßt sich die Geltung metrischer Axiome für den wirklichen Raum nicht einfach durch Erfahrung begründen, weil außerdem auch noch gewisse Voraussetzungen in Betreff der Maßstäbe erforderlich sind. Die Erfahrungen, welche eine bestimmte — euklidische oder nicht-euklidische — Geometrie legitimieren sollen, hängen selbst schon davon ab, was man als Maßstab, als starren Körper, als Gerade . . . betrachtet (s. später S. 138 f.). Denn die tatsächliche Starrheit empirischer Körper läßt sich nicht durch Erfahrung nachweisen. Helmholtz muß selbst feststellen<sup>19</sup> (S. 29): „Für die Festigkeit der Körper und Raumgebilde haben wir kein anderes Merkmal, als daß sie, zu jeder Zeit und an jedem Orte und nach jeder Drehung aneinander gelegt, immer wieder dieselben Kongruenzen zeigen wie vorher.“ Die empirische Feststellung von Kongruenz erfordert also starre Körper als Maßstäbe und Starrheit von Körpern wird wieder nur durch Kongruenz erkannt. Man müßte also einen absoluten Maßstab schon besitzen. Infolgedessen bleibt nichts übrig, als für die empirische Raummessung bestimmte empirische Körper als starr (und bestimmte Linien — die Lichtstrahlen — als gerade) einfach anzunehmen, festzusetzen. Aber das ist natürlich nicht mehr Erfahrung, sondern Übereinkunft. Die Art des geometrischen Raumes, der sich zur Bestimmung des wirklichen Raumes verwenden läßt, ist darum in Zusammenhang mit physikalischen Annahmen frei wählbar — wie es sich in der Relativitätstheorie auch tatsächlich zeigt. Nur die Auswahl einer der verschiedenen metrischen Geometrien für den wirklichen Raum wird durch Erfahrung bestimmt und nicht

einmal durch Erfahrung allein, sondern nur im Zusammenhang mit physikalischen Annahmen. Was durch die Erfahrung determiniert wird, ist überhaupt kein geometrischer Sachverhalt mehr, sondern eine Wechselbeziehung, eine Zusammenarbeit von Geometrie und Physik zu einer gemeinsamen Theorie der Natur.

Die tatsächliche Erfahrung läßt sich verschieden interpretieren, sowohl im Sinne der euklidischen wie einer nicht-euklidischen Geometrie. So konnte es dazu kommen, daß dasselbe Argument, das Helmholtz für den Empirismus in der Geometrie geltend macht, nämlich die nicht-euklidischen Geometrien neben der euklidischen, daß dieses selbe Argument Russell gegen den Empirismus ins Feld führt — weil eben deswegen die Erfahrung nicht mehr einseitig für die euklidische Geometrie zum Beweis angerufen werden könne<sup>20</sup> (p. 373).

Ein reiner Erfahrungsbeweis für eine bestimmte Geometrie ist prinzipiell ausgeschlossen, weil es sich ja nicht um rein empirische Verhältnisse handelt, sondern um ideale Verhältnisse auf der einen Seite und um empirische auf der anderen, und es daher auf eine *Zuordnung* zwischen beiden ankommt, die deshalb kein Erfahrungsergebnis sein kann, sondern eine Festsetzung, eine Übereinkunft darstellt (s. später S. 00). Helmholtz spricht es ja selbst aus<sup>44</sup> (S. 618), daß wir es in der Geometrie stets mit idealen Gebilden zu tun haben, deren körperliche Darstellung in der Wirklichkeit immer nur eine Annäherung an die Forderungen des Begriffes ist, und wir darüber, ob ein Körper fest, ob seine Flächen eben, seine Kanten gerade sind, erst mittelst derselben Sätze entscheiden, deren tatsächliche Richtigkeit durch die Prüfung zu erweisen wäre<sup>45</sup>. Deshalb hat Riehl<sup>46</sup> (S. 280) mit Recht Helmholtz entgegengehalten: „Die Geometrie ist die Wissenschaft nicht der Raummessung, sondern der Gesetze der Messung räumlicher Dinge.“ Die Geometrie mißt nicht, sie deduziert die Maßbeziehungen.

Somit ist es klar, daß selbst die besonderen Bestimmungen des euklidischen Raumes gegenüber einer allgemeinen dreidimensionalen, meßbaren Mannigfaltigkeit und damit ein bestimmtes Axiomensystem als *geometrisches* nicht durch Erfahrung zu begründen sind. Um so mehr gilt dies für die

mathematischen Axiome überhaupt. Wie sollte ihre Begründung auf Erfahrung auch möglich sein, nachdem sie doch ideale Gegenstände, Gedankengebilde betreffen und nicht empirisch-reale! Die Mathematik ist wirklich eine in ihrer Geltung von der Erfahrung völlig unabhängige Wissenschaft. (Über ihren genetischen Zusammenhang mit der Erfahrung siehe später S. 152 f.)


### **b) Reine Anschauung als Geltungsgrundlage.**

Wenn man die absolute Geltung und die unmittelbare Gewißheit der mathematischen Axiome rechtfertigen und erklären will, so bleibt nur eine Berufung auf eine spezifische, ursprüngliche, nicht-empirische Erkenntnisquelle übrig, mag sie im besonderen als reine Anschauung oder als eine ursprüngliche intellektuelle Synthese, als Intuition oder als ‚Wesenschau‘ bestimmt werden.

Neuerdings hat vor allen Poincaré eine intuitive Synthesis a priori als Geltungsgrund der Mathematik vertreten<sup>47</sup> (2. Buch, 3.—5. Kap.). Er hat lebhaft bestritten, daß die Mathematik auf die Logik zurückgeführt werden kann, d. h. daß man von den (undefinierbaren) Grundbegriffen und den (unbeweisbaren) Grundsätzen dieser Logik aus ‚die ganze Mathematik begründen könnte, ohne irgendein neues Element einzuführen‘ (S. 148, 149), so wie Russell und Whitehead es wollen. Er bemüht sich, zu zeigen, daß man immer Prinzipien verwenden müsse, die der Mathematik spezifisch sind und die sich nicht aus der reinen Logik begründen lassen (S. 135). Da ist vor allem das Prinzip der mathematischen Induktion. Sie können nicht als Definitionen durch Postulate, als einfache Übereinkunft also, betrachtet werden, wie Russell es tut. Denn um das Recht zu haben, ein System von Postulaten aufzustellen, müssen wir erst versichert sein, daß diese Postulate keine Widersprüche enthalten‘ (a. a. O. S. 168). Die einzig mögliche Beweisführung dafür könnte aber — bei einer unendlichen Anzahl von auf ihren Widerspruch zu prüfenden Lehrsätzen — nur mit Hilfe desselben Prinzipes der mathematischen Induktion vor sich gehen, um dessen logischen Beweis es sich eben handelt (S. 138). Daher kann man das Induktionsprinzip nicht als einfache Definition einführen, sondern

muß es als ‚ein synthetisches Urteil a priori‘, als eine ‚Intuition‘ ansehen (§. 168, 169).

Ich will ganz davon absehen, daß die Axiome eines modernen Aufbaues der Arithmetik oder der Geometrie nicht immer unmittelbar einleuchten, so, daß sie uns selbstverständlich erscheinen und wir sicher sind, daß es gar nicht anders sein kann, sondern daß man mitunter erst einer Überlegung bedarf, um sie einzusehen; z. B. das fünfte Axiom der zweiten Gruppe der geometrischen Axiome bei Hilbert<sup>43</sup> (§ 3), das Axiom der Anordnung: ‚Es seien A, B, C drei nicht in gerader Linie gelegene Punkte und a eine Gerade in der Ebene ABC, die keinen der Punkte A, B, C trifft. Wenn dann die Gerade a durch einen Punkt innerhalb der Strecke AB geht, so geht sie stets entweder durch einen Punkt der Strecke BC oder durch einen Punkt der Strecke AC.‘ Ich kann dieses Axiom nicht unmittelbar einleuchtend finden, auch wenn man ‚Punkt‘ und ‚Gerade‘ im alten euklidischen Sinne nimmt. Versteht man aber unter ‚Punkt‘ und ‚Gerade‘ usw. nach der Erklärung Hilberts in § 1 bloß ‚Systeme von Dingen‘, so ist dieses Axiom und ebenso alle anderen um so weniger von selbst evident, sondern sie erscheinen bloß als willkürliche Festsetzungen. Die Axiome sind nur die obersten, darum abstraktesten Sätze, die als die letzten logisch erforderlichen Prämissen des ganzen Systems formuliert wurden, und gerade solche sind naturgemäß weniger leicht verständlich und nicht so unmittelbar einleuchtend als Sätze von größerer Konkretheit. Aber das wäre ja nur ein psychologisches Argument; es beträfe ja nur die psychologischen Bedingungen dafür, daß unmittelbare Gewißheit sich einstellt.

Das Wesentliche ist vielmehr das, daß sich eine Geltungsbegründung auf Anschauung oder eine derartige Erkenntnisquelle als unzulänglich, als nicht hinreichend stichhältig erweist. Ein Axiom kann auf Grund von Anschauungen durchaus einleuchten — und doch nicht absolut gültig sein. Wenn man sich das eben vorhin angeführte fünfte Axiom der Anordnung durch eine Figur veranschaulicht  d. h. sich an einer empirischen Anschauung die Lageverhältnisse und ihre innere Gesetzmäßigkeit zum Bewußtsein bringt, so

läßt es sich einsehen. Aber ebenso leuchtet doch auch aus der Anschauung das Parallelaxiom ein: „In einer Ebene läßt sich durch einen Punkt A außerhalb einer Geraden a stets eine und nur eine Gerade ziehen, welche jene Gerade A nicht schneidet“<sup>43</sup> (§ 7). Ich kann wenigstens keinen Unterschied darin zwischen beiden finden. Und doch gilt dieses Axiom nur für die euklidische Geometrie und ist ungültig für die nicht-euklidische. Sätze, die sich ausschließen, z. B.: durch einen Punkt gibt es zu einer Geraden eine einzige — keine — unzählige Parallele, sollen dann vermöge intuitiver Selbstgewißheit zugleich absolute Geltung haben! Von den beiden Eigenschaften, die nach Kant für eine Erkenntnis a priori wesentlich sind: der Allgemeinheit und der Notwendigkeit, fehlt hier diese letztere durchaus. Bei Kants reiner Anschauung war es einfach: da war der durch sie gegebene euklidische Raum die einzige vorhandene Form von räumlicher Anordnung, eine andere kam überhaupt nicht in Betracht. Darum konnte er ihn als die notwendige Form räumlicher Anordnung überhaupt erklären.<sup>44</sup> Diese Einzigkeit besteht nicht mehr; darum fehlt einer Gewißheit durch reine Anschauung auf diesem Gebiete nunmehr die Notwendigkeit — das ist die schwerwiegende Folge der seitherigen Entstehung nicht-euklidischer Geometrien. Man könnte schließlich vielleicht wenigstens den Axiomen der Topologie eine Geltung auf Grund reiner Anschauung zuschreiben — aber sollen dann die einen Axiome intuitiv gelten und die anderen, ganz gleichartigen nicht?

„Reine Anschauung“ bedeutet eine spezifische Erkenntnisquelle für die Erkenntnis des Raumes und — was ja keineswegs dasselbe ist — für die Axiome der Geometrie. Daß beide eine solche verlangen und ohne sie nicht aufzubauen sind, das bildet für den Neukantianismus das Argument für das Vorhandensein einer solchen spezifischen Erkenntnisquelle. Am präzisesten hat es Cassirer<sup>45</sup> gelegentlich seiner Auseinandersetzung mit der Relativitätstheorie formuliert. „Der Punkt, an welchem die allgemeine Relativitätstheorie jene methodische Voraussetzung, die bei Kant den Namen der »reinen Anschauung« führt, implizit anerkennen muß, [läßt sich] genau bezeichnen. Er liegt im Begriff der »Koinzidenz«.

auf den sie den Inhalt und die Form aller Naturgesetze zuletzt zurückführt. Wenn wir die einzelnen Ereignisse durch ihre Raum-Zeit-Koordinaten  $x_1 x_2 x_3 x_4$ ,  $x'_1 x'_2 x'_3 x'_4$  usf. bezeichnen, so besteht . . . alles, was die Physik uns vom «Wesen» der Naturvorgänge zu lehren vermag, immer nur in Aussagen über Koinzidenzen oder Begegnungen solcher Punkte.<sup>1</sup> Die Raum-Zeitmannigfaltigkeit ist nichts anderes als ein Ganzes derartiger Zuordnungen<sup>2</sup> (S. 84). Mögen wir die «Weltpunkte»  $x_1 x_2 x_3 x_4$  und die Weltlinien, die aus ihnen resultieren, noch so abstrakt denken, indem wir unter den Werten  $x_1 x_2 x_3 x_4$  nichts anderes als irgendwelche mathematische Parameter verstehen: so erhält schließlich die «Begegnung» solcher Weltpunkte nur dann einen faßbaren Sinn, wenn wir jene «Möglichkeit des Beisammen», die wir Raum, und jene «Möglichkeit des Nacheinander», die wir Zeit nennen, schon zugrunde legen. Eine Koinzidenz, die nicht Identität bedeuten soll, eine Vereinigung, die auf der anderen Seite dennoch Sonderung ist, da derselbe Punkt als verschiedenen Linien zugehörig gedacht wird: dies alles fordert doch schließlich jene Synthesis des Mannigfaltigen, zu deren Ausdruck von Kant eben der Terminus der reinen Anschauung geprägt worden ist. Der allgemeinste Sinn dieses Terminus, der bei Kant freilich nicht überall gleich scharf festgehalten ist, weil sich ihm unwillkürlich speziellere Bedeutungen und Anwendungen unterscheiden, ist kein anderer als der der Reihenform des Neben-, beziehungsweise des Nacheinander überhaupt.<sup>3</sup> Das Zuordnen unter dem Gesichtspunkte des Beisammen und des Nebeneinander oder unter dem Gesichtspunkte des Nacheinander: das ist es, was [der Philosoph] unter dem Raume und der Zeit, als «Formen der Anschauung» versteht<sup>4</sup> — also nur das Gesetz einer spezifischen Aufeinanderbeziehung (von Punkten). Über die besonderen Maßverhältnisse in beiden ist damit freilich noch nichts vorausgesetzt<sup>5</sup> (S. 85) — womit Cassirer eine apriorische Erkenntnis des euklidischen Raumes in Gegensatz zu Natorp und den anderen Neukantianern fallen läßt.

Was Cassirer damit als unzurückführbar aufweisen will, als letztes Fundament, als «methodische Voraussetzung»: die



Reihenform des Neben-, beziehungsweise des Nacheinander überhaupt, das zerfällt aber noch in zwei Grundbestandteile. Die allgemeine Anordnungsform der Reihe ergibt sich aus einer intellektuellen Operation, in der die Ordnungsgesetzmäßigkeit und die räumliche Möglichkeit der Nebeneinanderordnung und die zeitliche der Wiederholung zusammen verwendet wird. Die letzten Grundlagen sind somit die Ordnungsgesetzmäßigkeit, die eine ‚Verstandeshandlung‘ ist und nicht eine Anschauung, und das Nebeneinander und Nacheinander überhaupt, die in den Sinnesdaten mitgegeben sind. Ausgedehntheit ist eine durchgängige Beschaffenheit an bestimmten Klassen von Sinnesdaten (visuellen und haptischen), aber nicht anders wie Buntheit oder Hell-dunkel eine durchgängige Beschaffenheit der Gesichtsfelder ist. Das Neben- und Nacheinander ist gewiß etwas Spezifisches, aber nur so wie alles Sinnesqualitative. Es erfordert und ergibt für sich noch durchaus keine andersartige, keine ‚reine‘ Anschauung. Wenn so der Raum auf Grund der Reihenform des Nebeneinander aufgebaut wird, so bedeutet das daher keine einheitliche Grundlage, wie sie in einer reinen Anschauung vorausgesetzt wird: sondern es ist die allgemeine Ordnungsgesetzmäßigkeit, die an sinnlichem Inhalt zur Geltung gebracht wird. Es liegt damit wohl das Gesetz einer spezifischen Verknüpfung vor, aber das Spezifische gehört dabei dem sinnlichen Inhalt an, und es wird dafür nicht mehr und nicht anderes erfordert als die allgemeine Grundlage der Erkenntnisbildung überhaupt: sinnlich Gegebenes und gesetzmäßige Ordnung. ‚Sinn‘ und ‚Verstand‘, aber keine ‚reine Anschauung‘. Der Raum ist, wie sich später (S. 175) zeigen wird, einfach eine Theorie in bezug auf eine sinnliche Mannigfaltigkeit. Und sollten die Axiome der Geometrie auf dem Schema, der Möglichkeit des Nebeneinander, als einer ‚reinen Anschauung‘ beruhen, d. h. aus ihr als einer spezifischen Erkenntnisquelle sich ergeben, so müßten ihre verschiedenen Axiomensysteme infolgedessen alle in gleicher Weise absolute Geltung haben! Gerade in der viel prägnanteren Formulierung, die Cassirer wie so oft vor den anderen Neukantianern voraus hat, wird es um so deutlicher, daß sich eine spezifische Erkenntnisquelle wie reine Anschauung nicht nachweisen läßt.

c) Die Axiome als Definitionen oder als ableitbare Sätze.

Wieso und inwiefern gelten aber dann die mathematischen Axiome, wenn sie weder auf Erfahrung noch auf einer spezifischen, nicht-empirischen Erkenntnisquelle beruhen? Dazu muß man zu allererst klar vor sich haben, was in den mathematischen Axiomen ausgesagt wird.

In dem deduktiven System der Mathematik, der Arithmetik sowohl als der Geometrie, wie es Hilbert<sup>48 49</sup> begründet hat, die nur mit Symbolen arbeitet, die wohl formal individualisiert sind, inhaltlich aber Beliebiges bedeuten können, sprechen die Axiome nur material unbestimmte, bloß formal charakterisierte Beziehungen zwischen eben solchen Elementen aus (die Beziehungen  $\alpha, \beta, \gamma \dots$  zwischen den Elementen  $a, b, c \dots$ ). Die Axiome bilden hier die ‚implizite‘ Definition der mathematischen Grundbegriffe. Damit findet die Frage ihrer Geltung ihre klare Beantwortung: Definitionen beanspruchen überhaupt keine absolute Geltung; es sind freie Setzungen; sie stellen bloß annahmeweise auf. Daher kommt den Axiomen einer solchen vollständig formalisierten Mathematik überhaupt keine absolute Geltung zu; sie sind weder wahr noch falsch. In ihnen werden einfach die notwendigen und hinreichenden logischen Bedingungen für die Deduktion als rein gedankliche Annahmen eingeführt. Mehr wird in ihnen nicht ausgesprochen, weder reale Tatsachen noch unbedingt gültige ideale Wahrheiten. Darum ist es auch nicht erforderlich, eine absolute Geltung für sie — empiristisch oder intuitionistisch — aufzuweisen. Sie gelten überhaupt nicht, sie werden bloß hingestellt ‚posito non concessio‘.

Die formalisierte Mathematik hat aber in der letzten Zeit eine sehr bedeutungsvolle Wendung genommen, die ihre Begründung tief berührt. Seit dem letzten Drittel des 19. Jahrhunderts hat die Mathematik eine überraschende und bewunderungswürdige Entwicklung erfahren. In mehrfachen großen Erweiterungen, deren letzte die Mengenlehre, die Gruppentheorie und besonders der logische Kalkül waren, ist sie über eine Geometrie und Arithmetik hinausgewachsen zu einer ganz allgemeinen formalen Beziehungslehre. In den Schriften von Frege, Peano, Whitehead und Russell u. a. ist der große Versuch unternommen, die Grundbegriffe und Grundsätze, welche

ein System der Mathematik bis dahin als unbeweisbare und undefinierbare zugrunde legen mußte, selbst wieder abzuleiten aus den letzten, allgemeinsten Grundbegriffen und Grundbeziehungen eines Systems der formalen Klassen und Beziehungen überhaupt, einer neuen Logik. Wie die Geometrie ihrer formalen Struktur nach aus der Arithmetik entwickelt werden konnte, so ist wieder die Arithmetik aus der Logik begründet worden. „Durch die Definition der Kardinalzahl, durch die Theorie der [mathematischen] Induktion und der «anzestralen» [sich übertragenden] Beziehungen, durch die allgemeine Theorie der Reihen und durch die Definitionen der arithmetischen Operationen ist es möglich geworden, vieles zu generalisieren, das gewöhnlich nur in Verknüpfung mit Zahlen bewiesen wurde“<sup>35</sup> (p. 195). Dadurch sind neue Zweige neben die Arithmetik getreten, die sich gar nicht mehr mit Zahlen befassen, sondern mit dem Studium von Beziehungen im allgemeinen. Zählt man sie mit zur Mathematik in diesem Sinne, so konnte Boole, der Begründer des logischen Kalküls, im Vorwort seiner „Laws of Thought“ (1854) (nach<sup>36</sup> S. 323) mit Recht sagen: „Es gehört nicht zum Wesen der Mathematik, sich mit den Begriffen Zahl und Größe zu beschäftigen.“ Eine solche allgemeinste Beziehungslehre fällt mit dem Gebiet der Logik zusammen, als einer Lehre von den formalen Beziehungen alles Denkbaren überhaupt. Die Mathematik geht damit in die Logik über, sich in sie erweiternd, die Logik setzt sich, als in einem speziellen Teil, in der Mathematik fort.

Die Grundsätze der Arithmetik: das kommutative und das assoziative Gesetz der Addition ( $a + b = b + a$ ,  $a + [b + c] = [a + b] + c$ ) und ebenso der Multiplikation ( $a \cdot b = b \cdot a$ ,  $a [b \cdot c] = [a \cdot b] c$ ) und das distributive Gesetz  $(b + c)a = ba + ca$  sind lange Zeit als unbeweisbare, nur durch ihre unmittelbare Evidenz gewisse Axiome angesehen worden (so noch von Heymans, a. a. O., § 31, S. 127); sie können aber alle bewiesen werden, sobald man die Definition der Zahl und die Definitionen der Grundoperationen der Addition und der Multiplikation gegeben hat (vgl. z. B. <sup>36</sup>). Diese bilden also die eigentlichen letzten arithmetischen Grundlagen. Die Grundoperationen beschäftigen sich mit den Grundbeziehungen zwischen Zahlen: der Summe und dem

Vielfachen. Aus dem Wesen der Addition läßt sich die Vertauschbarkeit der Summanden einsehen — weil eine Anordnung nur in den Symbolen vorliegt, aber nicht in der Sache des Rechnens<sup>20</sup> (p. 114, p. 118) und so lassen sich auch die anderen arithmetischen Grundsätze einsehen. Nun hat Russell den Begriff der Zahl selbst lediglich mit Hilfe von Begriffen der allgemeinen Logik definiert: denen der Klasse und ihrer Glieder, der umkehrbar eindeutigen Aufeinanderbeziehung und der Ordnung (dagegen aber Cassirer<sup>24</sup>, 2. Kap., III. und Rickert<sup>25</sup>).

Der Grundbegriff der Arithmetik ist die Zahl, und zwar die natürliche, die positive ganze Zahl; denn auf diese, auf Verhältnisse der natürlichen Zahlen lassen sich alle anderen Zahlenarten zurückführen.<sup>21</sup>

Wenn man den Begriff der Zahl untersucht, so muß man dabei zunächst auf den Unterschied zwischen dem Begriff der Zahl (einer Zahl überhaupt) und dem Begriff einer speziellen Zahl (den Begriffen der einzelnen Zahlen) achten. In dem einen Fall handelt es sich um den Gattungsbegriff aller Zahlen, in dem anderen um die einzelnen Zahlbegriffe selbst.

Eine spezielle Zahl (z. B. 12) ist nicht identisch mit einer Mehrzahl oder Menge konkreter Gegenstände von dieser Anzahl (z. B. 12 Apostel Johannes, Petrus, Matthäus . . .), sie bezeichnet vielmehr etwas, das allen Mengen konkreter Gegenstände von dieser Anzahl gemeinsam ist (den 12 Aposteln und den 12 Monaten und den 12 Kantischen Kategorien . . .) und was diese von allen Mengen anderer Anzahl unterscheidet (der Charakter, ein Dutzend zu sein). Eine spezielle Zahl ist also das allgemeine Merkmal einer bestimmten Gattung von Mehrheiten oder Mengen.

Eine Menge oder Mehrheit bedeutet aber selbst schon immer etwas Gattungsmäßiges: sie schließt in sich, daß mehreres als in irgendeiner Hinsicht Gleichartiges zusammengenommen wird. Eine Menge ist selbst schon eine Gattung oder Klasse. Daher ist eine spezielle Zahl als Gattung von Mengen eine Gattung von Gattungen (Klasse von Klassen). 12 ist die Gattung aller Mengen (Klasse aller Klassen), welche 12 Glieder haben, 1 die Gattung aller Mengen, welche ein

Glied haben. Null die Gattung aller Gattungen, welche kein Glied haben.

Eine spezielle Zahl bezeichnet also eine Eigenheit, in der mehrerlei Mengen, Mengen von verschiedenartigen Gegenständen, mit einander übereinstimmen: eben die der gleichen Anzahl der Gegenstände in jeder Menge. Aber dieser Begriff der Anzahl, als bestimmter, darf ja nicht als gegeben gelten, er soll ja erst in einer Definition konstituiert werden. Als das, was sich durch Abzählen der Gegenstände einer Menge ergibt, läßt er sich nicht bestimmen. Denn Abzählen setzt ja die Zahl schon voraus. Aber man kann die Gegenstände mehrerer Mengen in der Hinsicht mit einander vergleichen, ob sie sich gegenseitig umkehrbar eindeutig zuordnen lassen, ob jeder Gegenstand der einen Menge auf einen und nur einen Gegenstand der anderen bezogen werden kann und ebenso umgekehrt. Wenn dann keiner ohne Entsprechung übrigbleibt, so haben diese Mengen die gleiche Anzahl von Gegenständen. Lassen sich aber die Gegenstände der einen Menge nicht der anderen, sondern nur einem Teil der anderen umkehrbar eindeutig zuordnen, so ist die Anzahl der Gegenstände verschieden; die der einen ist kleiner, die der anderen größer. (Daß bei zwei Mengen A und B nur einer der drei Fälle: A und B einander gegenseitig zuordenbar oder A nur einer Teilmenge von B zuordenbar oder B nur einer Teilmenge von A zuordenbar, eintreten kann, wird durch die Voraussetzung der Wohlordenbarkeit einer Menge gewährleistet.) Was das heißt: gleiche, verschiedene (größere, kleinere) Anzahl ist also damit definitorisch bestimmt: es sind die Verhältnisse umkehrbar eindeutiger Zuordenbarkeit der Gegenstände von Mengen. Damit ist die Zahl als Kardinalzahl definiert. Eine spezielle Kardinalzahl ist also eine Gattung von Mengen: die Gattung all der Mengen, deren Gegenstände einander umkehrbar eindeutig zuordenbar sind. Jede solche verschiedene Mengengattung wird durch ein (Zahl-)Zeichen individuell festgelegt.

(Eine Zahl ist eine Gattung von Mengen oder Mehrheiten. Ist aber nun 1 eine Menge [Mehrheit]? oder gar 0? ist denn auch 2 eigentlich eine Mehrheit? ist darum 1 keine Zahl? und 0 und 2? So wird es verständlich, daß die Griechen und

Araber auch tatsächlich 1 nicht zu den Zahlen gerechnet haben und daß die 0 erst im 12. Jahrhundert im Abendland als Zahl eingeführt worden ist [aus Indien, wo sie um 400 nach Christo gebildet wurde,<sup>13</sup> I., S. 158, 784], ebenso daß ursprünglich in den klassischen Sprachen neben dem Plural ein Dual bestand. Wenn man auch 0 und 1 und 2 unter den Begriff der Zahl befaßt, so heißt das, es nur als einen speziellen Fall ansehen, wenn eine Menge oder Klasse einmal nur ein Glied oder keines oder zwei Glieder enthält. Das bedeutet aber eine Erweiterung des Begriffes der Mehrheit oder Menge über den gewöhnlichen Sinn, in dem sie immer mehrere Glieder umfaßt, hinaus, ihre Verwendung in einem allgemeineren, eben mathematischen Sinn. Der Begriff der Zahl erweist sich damit als eine Begriffsbildung, in der aus der Mehrheit und dem Individuum und dem Paar und dem ‚kein‘ der allgemeine Charakter der Anzahl herausgehoben ist als ein höherer Begriff, der nun alle diese als Sonderfälle unter sich zu befassen imstande ist.)

Es beruht auf einem Mißverständnis, wenn Aster<sup>30</sup> (S. 255) meint: die Definition der Zahl mit Hilfe des Begriffes der Menge ‚enthält einen Lehrsatz, den wir nur verstehen können, wenn wir den Gegenstand kennen, den wir als Zahl bezeichnen‘, geradeso wie wir ‚den Schall nicht als periodische Luftbewegung definieren können‘. Dieser Gegenstand, der Anzahlcharakter Zweiheit, Dreiheit, ist für ihn vielmehr ein ‚unmittelbar gegebener Tatbestand‘ (S. 207), auf dem alle weitere Zahlbildung beruht. ‚Ebenso wie das Gleichheitsphänomen Grund eines Gleichheitsurteils ist, so ist auch das Anzahlphänomen Grund eines entsprechenden Urteils.‘ Der Anzahlcharakter — selbst wenn er auch (immer nur für ganz kleine Zahlen) unmittelbar gegeben wäre — wird aber eben durch die ausgeführten Beziehungen von Mengen tatsächlich definiert. Die Zahl ist eine Mengengattung, sie wird nicht erst einer solchen als eine konkrete Erfüllung substituiert (sowie die Räumlichkeit einem formalen Beziehungsgefüge).

Mit diesen besonderen Gattungen von Mengen oder Mehrheiten haben wir aber erst unter sich verschiedene Anzahlen, erst Anzahlen, die im Verhältnis zueinander größer oder kleiner sind, die teilweise ineinander enthalten sind. Es

sind aber noch lange nicht die Zahlen (z. B. 12), die innerhalb der Zahlenreihe zueinander (z. B. zu 11 und 13) in bestimmten festen Verhältnissen (der Aufeinanderfolge) stehen. Die Zahlen in der Anordnung zur Zahlenreihe involvieren noch ein anderes Moment: das der Ordnung.

Eine Ordnung besteht darin, daß die Glieder derselben in einer ganz besonders gearteten Beziehung zueinander stehen. Die Eigenschaften, welche eine Beziehung haben muß, um eine Ordnung zu begründen, bezeichnet Russell als 1. ‚asymmetrisch‘, 2. ‚transitiv‘, 3. ‚verknüpft‘ (‘connected’) <sup>35</sup> (p. 31—34).

Es gibt verschiedene Anordnungen der natürlichen Zahlen, je nach den verschiedenen Beziehungen, welche zwischen ihnen bestehen (z. B. nach Gerade oder Ungerade). In der Zahlenreihe sind sie nach der Größe angeordnet. Die Beziehung ‚kleiner (größer) als‘ definiert Russell mit Hilfe der Beziehung der ‚unmittelbaren Nachfolgeschaft‘ zwischen zwei Zahlen <sup>35</sup> (p. 35): Eine Zahl ist kleiner als eine andere, wenn diese jede ‚sich übertragende‘ Eigenschaft der auf die erstere nächstfolgenden Zahl hat. Diese Eigenschaft, welche vor allem den natürlichen Zahlen zukommt und sie von anderen Zahlenarten (z. B. den unendlichen, ‚transfiniten‘ Kardinalzahlen) unterscheidet, die ‚hereditäre‘, speziell die ‚induktive‘ Eigenschaft besteht darin, daß, wenn eine Eigenschaft einer Zahl zukommt, sie auch der nächstfolgenden Zahl zukommt. Die Beziehung der ‚Nachfolgeschaft‘ zwischen zwei Zahlen wird aber wieder definiert durch eine bestimmte Beziehung zwischen den Gegenständen, welche diese Zahlen als Mengengattungen enthalten. Wenn von zwei Mengengattungen die eine die andere in sich enthält und außerdem nur noch ein überschüssiges Element, dann steht sie zu der anderen in der Beziehung, die ‚nächstfolgende‘ zu sein <sup>35</sup> (p. 23). Russell führt somit die Beziehung der Nachfolgeschaft auf jenes Verhältnis der Mengengattungen zurück, daß der Unterschied zwischen ihren Gegenständen nur ein Element beträgt. Daß man diese Beziehung des Unterschiedes um eins als ordnungsbildende im obigen Sinne benützt, um dadurch die natürlichen Zahlen zu ordnen, darauf beruht also in letzter Linie die Zahlenreihe. Diese stellt damit selbst eine geordnete Nor-

ma l m e n g e (-Klasse) dar und das A b z ä h l e n besteht darin, daß man die Glieder (Gegenstände) einer beliebigen anderen Menge den Gliedern dieser Normalmenge, soweit man eben kommt, umkehrbar eindeutig zuordnet.

Wie der Begriff der Zahl, so werden auch die arithmetischen Grundbeziehungen, auf denen die Begriffe der Summe und des Vielfachen beruhen, von Russell auf allgemeine logische Grundbeziehungen zurückgeführt. Die Summe und das Vielfache bezeichnen Vereinigungen von Mengengattungen zu einer neuen, und die Vereinigung von Mengengattungen ist nur ein Spezialfall der Zusammenfassung von Klassen (Gattungen) zu einer neuen überhaupt: der logischen Addition<sup>1</sup> und Multiplikation<sup>2</sup> (dagegen Rickert<sup>3a</sup>). Die Axiome der Arithmetik stellen damit nicht mehr etwas ursprüngliches, Letztes, Unableitbares dar: sie lassen sich selbst logisch ableiten aus den allgemeinen Begriffen und Grundsätzen der Logik. Sie sind gar nicht mehr Axiome im eigentlichen Sinne.

Mit denselben rein logischen Mitteln läßt sich dann auch die G e o m e t r i e, als formalisierte, aufbauen. Ich habe schon früher (S. 38, 39) ausgeführt, daß das System der räumlichen Beziehungen, der geometrische Raum, seiner formalen Struktur nach bloß ein Gefüge geordneter Beziehungen zwischen beliebigen Gliedern darstellt. Es läßt sich aus der allgemeinen Klassen- und Beziehungslehre durch die Beziehungsform der R e i h e, und zwar der stetigen Reihe höherer Stufe (Reihen von Reihen) entwickeln. Es müssen auch hier keine anderen, neuen Elemente und Beziehungen eingeführt werden. Die für den Aufbau einer formalisierten Geometrie erforderlichen lassen sich mit den ganz allgemeinen, nichtspezifischen Begriffen bestimmen: die Elemente als Klassen überhaupt und die Beziehungen als formal bestimmte Relationen, also z. B. „zwischen“ als eine „symmetrische“, „transitive“ Relation. Die Geometrie bildet damit bloß einen Teil einer allgemeinen Relations-theorie so wie die Arithmetik. Ein solches System darf man deshalb als „reine Geometrie“ bezeichnen, weil es alles m a t h e m a t i s c h Wesentliche einer jeden Geometrie enthält, alles, was auch an einer Geometrie des anschaulichen Raumes, einer „Ausdehnungslehre“ mathematisch allein in Betracht kommt. Für ein solches relationstheoretisches Teilsystem bedeuten



aber die geometrischen Axiome keine eigentlichen Axiome mehr, sondern sie führen nur spezielle Bedingungen für die Deduktion innerhalb eines größeren Systems definitorisch ein. Daß es diese speziellen Bedingungen, d. h. diese formalen Arten von Beziehungen überhaupt gibt — ideell gibt natürlich, d. h. daß sie denkbar sind —, das wird durch den Beweis ihrer Widerspruchslosigkeit innerhalb des allgemeinen Systems einer Relationstheorie erwiesen.

Was bisher in der Arithmetik und in der Geometrie Grundbegriffe und Grundsätze war, das ist damit auf die der Logik zurückgeschoben. Die ganze Mathematik hat sich in dieser Weise zu einer allgemeinsten Beziehungslehre erweitert oder in sie eingefügt. Ihre bisherigen Axiome werden aus denen der Logik abgeleitet, sind also bewiesene Sätze. Sie haben daher dieselbe Art der Geltung wie die Axiome der Logik: eine absolute. (Die Axiome der Logik sind ja für den Charakter der Normgemäßheit, der das Wesen der Geltung ausmacht, konstitutiv — was hier nur vorausgesetzt werden kann.) Die Mathematik gibt in diesem Sinne nur die spezielle Ausführung von Gebieten einer allgemeinen Relationstheorie: Es gibt — ideell, d. h. es lassen sich denken — Individuen und Klassen und Relationen: durch die Beziehung der umkehrbar eindentlichen Zuordnung, die sich zwischen den Individuen von Klassen gedanklich herstellen läßt, lassen sich bestimmte Klassen von Klassen bilden — die Kardinalzahlen: die Relationen lassen sich denken als „symmetrisch“ oder „asymmetrisch“, als „transitiv“ oder „intransitiv“: und bei einer gewissen asymmetrischen transitiven Relation zwischen jenen Klassen von Klassen ergibt sich die Zahlenreihe usw. Diese Relationseinsichten gelten alle mit derselben Sicherheit wie die Logik.

Aber damit hat die Arithmetik nur die endlichen ganzen Zahlen zur Verfügung. Wenn sie unendliche Reihen von solchen und von Brüchen und unendliche ganze Zahlen und unendliche Mengen behandeln will, so erfordert das erst noch die Annahme, daß es unendlich viele Individuen gibt <sup>35</sup> (Ch. 13). Denn Russell hat den Begriff der (speziellen) Zahl konstituiert als den einer Gattung von gleichzähligen Mengen und er hat daraus die Zahlenreihe konstituiert durch Ordnung dieser

Mengengattungen nach dem Unterschied um ein Element. Das setzt aber voraus, daß Mengen von Gegenständen schon irgendwie gegeben sind, denn um die Zahlen und die Zahlenreihe zu gewinnen, werden diese Mengen nur mehr verglichen und ihre Gattungen geordnet.

Aber um die unendliche Zahlenreihe, um die Arithmetik in ihrer Gänze zu begründen, braucht doch auch Russell zwei neue Axiome: das „Axiom der Unendlichkeit“ — daß es unendlich viele Zahlen gibt — und das der „Auswahl“. Diese gelten nicht unbedingt, nicht mit der Logik überhaupt, sondern nur in unserer Welt. Sie stellen daher Postulate dar. Viele Sätze der Arithmetik gelten deshalb nur in der Form: Wenn es unendlich viele Zahlen gibt, dann gilt . . . Weil aber die Arithmetik in ihrer Gänze nicht ohne die unendliche Zahlenreihe aufgebaut werden kann, darf man wohl sagen: Die Arithmetik als vollständiges System, und damit die Mathematik überhaupt, gilt auch als bloßes relationstheoretisches Gebiet nicht unbedingt, sondern nur bedingt, bei bestimmten Voraussetzungen; sie stellt ein hypothetisch-deduktives System dar. Denn ihre Sätze lassen sich nur zu einem Teil absolut gültig aussprechen, zum größeren Teil aber nur auf Grund von Voraussetzungen entwickeln.

Damit ist auch bereits die Geltungsart der Arithmetik festgestellt, wenn man die Mathematik nicht als formalisierte, sondern mit material bestimmten Begriffen ins Auge faßt. Denn in der Russellschen Ableitung werden ja schon die Zahlen selbst konstituiert und nicht bloß symbolische Schemata eingeführt wie bei Peano und Hilbert. Die Zahlen und die Grundbeziehungen werden ja hiermit explizit definiert. Es ist daher damit schon die material bestimmte Arithmetik begründet. Und sie gilt eben als hypothetisch-deduktives System.

Das ist ganz unzweifelhaft auch für die Geometrie als eine Lehre von den Räumen im eigentlichen Sinn. Denn man kann die geometrischen Grundbegriffe (Punkt zwischen . . .) im spezifisch räumlichen Sinne nicht definieren. Eine Nominaldefinition des euklidischen Punktes, die auf bloße Begriffe sich gründete, sich nicht auf irgendwelche Wahrnehmungen beziehe, kann es nicht geben. Denn sie müßte

zusammen mit den übrigen euklidischen Axiomen den „Punkt“ vollständig und eindeutig bestimmen. Nun lassen sich doch aber sämtliche Sätze der euklidischen Geometrie auch als Sätze über Inbegriffe dreier Zahlen deuten, also gibt es keine Definition des euklidischen Punktes, die nur auf einen Gegenstand oder eine vorgegebene Klasse von Gegenständen paßte (eben den Punkt unseres Gesichtsraumes), was doch die Nominaldefinition gerade leisten will<sup>52</sup> (S. 406). Daher ist zur mehr als formalen Bestimmung der geometrischen Grundbegriffe noch eine Beziehung auf Wahrnehmung erforderlich und in diesem neuen Sinne können sie nur in der Form von Postulaten, als willkürliche Setzungen eingeführt werden. In derartigen Axiomen werden nicht absolut sichere Grundwahrheiten aufgezählt, welche die Geltung des ganzen Folgerungsgebäudes zu verbürgen imstande sind; sondern in ihnen werden offenkundig einfach die Voraussetzungen ausgesprochen, welche logisch erforderlich sind, um die Lehrsätze logisch ableiten zu können. Es sind nicht Axiome im alten Sinne von absolut gültigen, selbst evidenten Wahrheiten, sondern Postulate, freie Festsetzungen, Annahmen (aber nicht in bezug auf die Wirklichkeit, sondern auf ideelle Inhalte). Erst in der auf den wirklichen Raum angewandten Geometrie kommt die Geltung eines Axiomensystems in Betracht, aber auch hier wieder nicht als solche von unmittelbar selbstgewissen Fundamentalsätzen, sondern als eine rückwirkend begründete Geltung, durch die Übereinstimmung der Folgesätze mit der Erfahrung.

Wenn ich nun die Ergebnisse der Erörterungen zusammenfasse, so stellen die mathematischen Disziplinen einen Wissenschaftstypus, eine Art wissenschaftlichen Erkennens vor uns hin, welche folgendermaßen charakterisiert ist: Eine Wissenschaft, deren Objekte nicht als reale in Betracht kommen, sondern bloß als ideelle, als rein gedankliche Setzungen und deshalb auch geradezu ideale Objekte sein können; diese Wissenschaft entwickelt als ein System von rein logischen Folgerungen aus einer Anzahl von klar aufgewiesenen Ausgangssätzen (Axiomen, Definitionen), welche die notwendige und hinreichende logische Bedingung für die Folgesätze bilden. Infolgedessen gelten die Lehrsätze lediglich auf Grund

der Logik. Die Ausgangssätze haben je nach ihrem Sinn entweder die Geltung von Definitionen, also überhaupt keine absolute Gültigkeit, oder die Geltung von auf Grund der allgemeinen Logik ableitbaren Sätzen. Daher ist eine solche Wissenschaft für sich allein, sofern sie nicht auf die Erfahrungswirklichkeit angewandt wird, in ihrer Geltung von der Erfahrung unabhängig. Im ganzen stellt sie ein hypothetisch-deduktives System dar.

Man hat darum diese Art von Wissenschaft, wie sie die Mathematik darstellt, den Wissenschaften von realen Objekten, den Realwissenschaften, die sich auf die Erfahrung gründen, als apriorische Idealwissenschaft gegenübergestellt — so als eine bereits konventionelle Einteilung in Eislers Handwörterbuch der Philosophie (2. Aufl., herausgegeben von Müller-Freienfels, 1922, S. 762); auch Stumpf grenzt in seiner Einteilung der Wissenschaften<sup>53</sup> die Mathematik gerade durch die Verschiedenheit ihrer Methode gegen alle übrigen Wissenschaften ab. Es soll aber nun im folgenden gezeigt werden, daß dieser Wissenschaftstypus der Mathematik nicht so isoliert dasteht und daß ihm die Realwissenschaften nicht wesensfremd und gegensätzlich gegenüberstehen.

## II. Die wissenschaftstheoretische Eigenart der Mechanik.

Es fällt gegenwärtig nicht leicht, die Mechanik zum Gegenstand einer konkreten erkenntnistheoretischen Analyse zu machen, weil die klassische Mechanik Newtons und seiner Nachfolger durch die allgemeine Relativitätstheorie eine vollständige theoretische Umgestaltung erfährt. Ich sollte daher entweder beide oder doch eher die letztere der Analyse zugrunde legen. Mit Rücksicht auf die Kompliziertheit der Relativitätstheorie wird man es aber begreiflich und erlaubt finden, daß ich im folgenden die viel einfacheren und elementarerer Grundlagen der klassischen Mechanik zum Ausgangspunkt nehme und an ihnen den prinzipiellen erkenntnistheoretischen Charakter der Mechanik aufweise; sonst müßte ich entweder eine weitaus unständlichere und schwierigere Darlegung der Relativitätstheorie vorausschicken oder statt

deren sie einfach voraussetzen, was man heute gewiß noch nicht allgemein tun darf und was der Klarheit sehr abträglich wäre. Was sich aber an der klassischen Mechanik als ihre allgemeine erkenntnistheoretische Eigenart ergibt, das gilt nicht minder auch für die relativitätstheoretische Mechanik, ja es tritt in dieser nur noch viel ausgeprägter hervor. Denn die Umgestaltung betrifft ja nur den Inhalt, nicht die Erkenntnisweise.

### **1. Die Mechanik als induktive und als deduktive Wissenschaft.**

Die Mechanik nimmt eine solche Übergangsstellung zwischen Mathematik und empirischer Realwissenschaft ein, daß sie ihrem wissenschaftstheoretischen Charakter nach sowohl mit der einen wie mit der anderen gleichartig gehalten worden ist. „Die Engländer lehren die Mechanik wie eine Experimentalwissenschaft; auf dem Kontinent stellt man sie stets als eine mehr oder weniger deduktive Wissenschaft und als eine Wissenschaft a priori dar, also als etwas wie die Mathematik“ (S. 91). Und es ist nicht am Ende eine Sache der bloßen Darstellung: systematisch-deduktiv oder induktiv generalisierend, ob die Mechanik dieses oder jenes Gesicht gewinnt, sondern es bedeutet einen prinzipiellen Unterschied in der inneren Struktur, im Geltungsaufbau dieser Wissenschaft.

Die Mechanik läßt sich in einer ganz gleichartigen Weise aufbauen wie die Mathematik. Seit Newton, eigentlich schon seit Descartes, geht sie aus von axiomatischen Grundsätzen (Definitionen und Bewegungsgesetzen) und entwickelt ihre Lehrsätze daraus in logischen Schlußfolgerungen mit Hilfe der analytischen Geometrie. So erklärt z. B. Hertz<sup>24</sup> (S. 6, ebenso S. 162): „In der Tat sind die aufgezählten Begriffe und Sätze nicht nur notwendig, sondern auch hinreichend, um den gesamten Inhalt der Mechanik aus ihnen mit Denknötwendigkeit zu entwickeln und alle übrigen sogenannten Prinzipien als Lehrsätze und Folgerungen aus besonderen Voraussetzungen erscheinen zu lassen.“ Die Mechanik geht so nicht von empirischen Tatsachen aus und erweist aus diesen Gesetze; sie geht nicht induktiv vor, sondern deduktiv. So wie die Mathematik hat sie in ihren Grundbegriffen: Raum, Zeit, Be-

wegung (und damit auch Geschwindigkeit und Beschleunigung), Masse und Kraft (oder Energie), die Elemente klar aufgewiesen und in den geometrischen Beziehungen und den Bewegungsgesetzen die Beziehungen zwischen diesen, die Verknüpfungsgesetze, formuliert und ist dadurch imstande, alle ihre Lehrsätze als strenge Folgerungen daraus zu entwickeln. Die Mechanik stellt damit genau so ein deduktives System dar wie die Mathematik. Aber ebenso auch ein ideelles, hypothetisch-deduktives System? Da scheint der fundamentale Unterschied zu liegen. Man wird sagen: das deduktive System ist nur eine Form der Darstellung, nur diese ist die gleiche, dabei aber doch der Inhalt ganz verschieden: bei der Mathematik ein ideeller, bei der Mechanik ein realer. Es sind eigentlich rein induktive Ergebnisse, die nur systematisch und darum deduktiv dargestellt werden.

Denn die Mechanik erscheint andererseits doch immer als ein Zweig der Physik, als eine Wissenschaft von der Wirklichkeit, und ihre Grundbegriffe und -beziehungen, ihre Axiome, werden demgemäß als Ausdruck realer Verhältnisse betrachtet. Infolgedessen hat man aber die Ausgangssätze der Mechanik vielfach, ja zumeist als induktive Erfahrungsergebnisse angesehen. So ausdrücklich Newton und Ampère (vgl. <sup>28</sup> 10. Kap., §§ 4. 5). Demgemäß erklärt Wundt (Logik, II<sup>3</sup>, S. 408): Newtons Prinzipien leiten aus allgemeinen, durch Induktion gefundenen Erfahrungssätzen die mechanischen Erscheinungen ab; ebenso (S. 410—412) in bezug auf Lagranges Mechanik. Hölder <sup>29</sup> (S. 21): Die Mechanik braucht für ihre Deduktionen Voraussetzungen, von denen wohl allgemein angenommen wird, daß sie der Erfahrung entstammen . . . Und Streinz <sup>30</sup>. Das ist vor allem auch der Standpunkt Machs, den ich weiter unten darlegen werde. Klar spricht diese Auffassung auch Hertz aus. Er unterscheidet scharf einen Teil der Mechanik, die Kinematik, der wie die reine Mathematik behandelt wird und unabhängig von der Erfahrung ist, und „die Mechanik der materiellen Systeme“, welche „für Gegenstände der äußeren Erfahrung“ gilt und sich darum auch auf die Erfahrung stützt. „Den Anteil der letzteren aber, so weit er nicht schon in den Grundbegriffen enthalten ist, werden wir zusammenfassen in eine einzige allgemeine Aus-

sage, welche wir als Grundgesetz voranstellen. Eine spätere nochmalige Berufung auf die Erfahrung findet dann nicht mehr statt<sup>54</sup> (S. 157). Und dem entsprechend läßt er der Formulierung seines „Grundgesetzes“ einen ausdrücklichen Abschnitt über „die Berechtigung des Grundgesetzes“ folgen<sup>54</sup> (S. 163 f.), in dem er dieses als „das wahrscheinliche Ergebnis allgemeinsten Erfahrung“ in bezug auf die materiellen Systeme der Natur zu begründen sucht und es in einem darauffolgenden Abschnitt „über die Zerlegung des Grundgesetzes“ auf zwei Aussagen über Erfahrungstatsachen von großer Allgemeinheit zurückführt (S. 167).

Wenn aber die Deduktionsgrundlagen der Mechanik Erfahrungssätze über Verhältnisse der Wirklichkeit sein sollen, dann müßte die Mechanik einen ganz anderen Aufbau haben, als sie ihn seit Newton tatsächlich hat. Der deduktiven Entwicklung der mechanischen Sätze müßte zunächst einmal eine induktive Feststellung ihrer Ausgangssätze vorangehen. Man kann ja die Grundsätze der Mechanik nicht als Axiome im Sinne von „Letzten einfachen Grundtatsachen“ hinstellen, als Aussagen über die Wirklichkeit, die an und für sich gewiß sind. Man müßte vielmehr auf Grund von Erfahrungstatsachen oder Experimenten die Gesetzmäßigkeiten, die sie aussprechen, entwickeln.

Mach hat auch in seiner Geschichte der Mechanik einen ausführlichen und konkreten Nachweis für den empirischen Charakter der Grundsätze der Mechanik unternommen. Sie ist für ihn der Weg, um den Ursprung und damit in seinem Sinne den Geltungsgrund der mechanischen Grundsätze aufzuklären. Er sucht im einzelnen zu zeigen, wie die Fundamentalsätze der Mechanik auf elementaren Erfahrungen fußen: So gleich für das Hebelgesetz — das ja noch Lagrange ausdrücklich als eines der drei Grundprinzipien der Statik anführt.

Die Voraussetzung des Archimedes, daß gleichschwere Größen in gleicher Entfernung vom Unterstützungspunkt im Gleichgewicht sind, fußt auf einer „Menge negativer und positiver Erfahrungen“, vor allem, „daß nicht nur die Gewichte, sondern auch die Entfernungen vom Stützpunkt für die Gleichgewichtsstörung maßgebend, daß sie bewegungsbestimmende

Umstände sind“ (I. Kap. 1., S. 12). Eine andere „wichtige, wenn auch unscheinbare Erfahrung“ ist die, „daß an einer einen Punkt ergreifenden Kraft Größe und Richtung maßgebend ist“ (S. 46). Aber „wenn wir schon die bloße Abhängigkeit des Gleichgewichtes vom Gewicht und Abstand überhaupt nicht aus uns herausphilosophieren konnten, sondern aus der Erfahrung holen mußten, um wie viel weniger werden wir die Form dieser Abhängigkeit, die Proportionalität [vom Gewicht zum Abstand] auf spekulativem Wege finden können“ (S. 46). Mach zeigt (S. 16–19), wie Archimedes und seine Nachfolger bis Lagrange bei ihren Beweisen für das Hebelgesetz das Wesentliche desselben — nämlich „daß die (gleichgewichtsstörende) Wirkung eines Gewichtes  $P$  im Abstand  $L$  von der Achse durch das Produkt  $P \cdot L$  (das sogenannte statische Moment) gemessen sei“ (S. 16) — immer schon stillschweigend voraussetzen. Man kommt „wenigstens auf dieser Stufe nicht zum Verständnis des Hebels, wenn man nicht das Produkt  $P \cdot L$  als das bei der Gleichgewichtsstörung Maßgebende in den Vorgängen *erschaut*“ (S. 21). Das für das Gleichgewicht am Hebel Bestimmende, das Hebelgesetz, kann also nicht durch bloße Überlegung gefunden werden, sondern muß aus der Erfahrung geholt, in den realen empirischen Vorgängen entdeckt werden. Ebenso steht es um das Gesetz des Kräfteparallelogrammes: „Sobald man direkt oder indirekt zu dem Prinzip des Kräfteparallelogrammes geführt worden ist und dasselbe *erschaut* hat, ist dasselbe ebensogut eine Beobachtung als jede andere“ (S. 50). Und das bildet auch den Geltungsgrund. Nur aus Mißtrauen wegen eines Irrtums sucht man nach einem Beweis für eine neue Regel, „deren Gültigkeit man bemerkt zu haben glaubt“ (S. 80). „Der Beweis der Richtigkeit einer neuen Regel kann dadurch erbracht werden, daß diese Regel oft angewandt, mit der Erfahrung verglichen und unter den verschiedensten Umständen erprobt wird. Dieser Prozeß vollzieht sich im Laufe der Zeit von selbst. Der Entdecker wünscht aber rascher zum Ziele zu kommen. Er vergleicht das Ergebnis seiner Regel mit allen ihm geläufigen Erfahrungen, mit allen älteren, bereits vielfach erprobten Regeln und sieht nach, ob er auf keinen Widerspruch stößt“ (S. 80). „Wenn aber die Regel nach Ver-



lauf einer entsprechenden Zeit genügend oft direkt erprobt worden ist, geziemt es der Wissenschaft zu erkennen, daß ein anderer Beweis ganz unnötig geworden ist, daß es keinen Sinn hat, eine Regel für mehr gesichert zu halten, indem man sie auf andere stützt, welche (nur etwas früher) auf ganz demselben Wege der Beobachtung gewonnen worden ist, daß eine besonnene und erprobte Beobachtung so gut ist als eine andere (S. 81). „Wir können heute das Hebelprinzip, die statischen Momente, das Prinzip der schiefen Ebene, das Prinzip der virtuellen Verschiebungen, das Kräfteparallelogramm als durch gleichwertige Beobachtung gefunden ansehen“ (S. 82). Nach Mach werden also die mechanischen Gesetze intuitiv, ja „instinktiv“ (S. 29, 81) gefunden und dann durch vielfache Erfahrung erprobt.

Und dem entsprechend, bemüht sich Mach durchgängig und ausführlich zu zeigen, daß die Mechanik ihre Grundgesetze auf dem Wege der Erfahrung gewonnen hat, wie für das Hebelgesetz so für das der schiefen Ebene und das des Kräfteparallelogrammes und das der virtuellen Verschiebungen usw. Deshalb liegt vor dem deduktiven System der Mechanik historisch ein breites Feld von Empirie und dieses breite Fundament von Erfahrungen darf man nicht achtlos beiseite lassen oder stillschweigend zugrunde legen, sondern man müßte es klar aufweisen, wenn die Grundsätze der Mechanik daraufhin als induktive Erfahrungssätze über Verhältnisse der Wirklichkeit gelten sollen.

## **2. Die Fundamentalsätze der Mechanik — keine Erfahrungssätze.**

Sind die Deduktionsgrundlagen der Mechanik aber wirklich Erfahrungssätze? Sind das, was sie aussprechen, durch Erfahrung gegebene — oder wie Mach noch bestimmter sagt: durch Beobachtung gegebene — Beziehungen von Tatsachen?

Dazu muß vorerst ausgesprochen werden, wann etwas als „Erfahrungssatz“ anzusehen ist. Formal kann man als Erfahrungssatz eine Aussage definieren, die lediglich auf Grund von Erfahrung gilt. Aber was ist eben „Erfahrung?“

Was als Erkenntnis auf Erfahrung beruht, durch Erfahrung gegeben wird, das ist zunächst einmal die Feststellung von konkreten Einzeltatsachen durch Wahrnehmung (im natürlichen Verlauf oder im Experiment). Das ist ferner die Feststellung von Beziehungen zwischen solchen konkreten Einzeltatsachen, die durch mehrfache Wahrnehmungen oder durch Beobachtungsreihen mit Hilfe von Gedächtnis und Aufzeichnungen gegeben werden. Beziehungen wie die der regelmäßigen Aufeinanderfolge, des wiederholten Zusammenvorkommens, von statistischen Gleichförmigkeiten usw. Und es ist schließlich im weiteren Sinne auch die Feststellung von Tatsachen durch Schlüsse aus solchen durch unmittelbare Wahrnehmung gegebenen Tatsachen auf Grund der Naturgesetze, z. B. der Ursachen aus den Wirkungen. Erkenntnistheoretisch stellen diese Tatsachenfeststellungen freilich durchaus keinen einheitlichen elementaren Geltungsgrund dar, sondern einen komplexen Geltungstatbestand; es wirken da mehrere Geltungsinstanzen zusammen. Schon dem einzelnen Wahrnehmungs- (kantisch: Erfahrungs-)Urteil liegen ja gewisse allgemeine („kategoriale“) Interpretationsprinzipien des rein Gegebenen zugrunde. Und solche erfahrungsgegebenen Tatsachenbeziehungen fußen auf Voraussetzungen und sind vielfach schon das Ergebnis einer logischen Verarbeitung der unmittelbaren Wahrnehmungsdaten. Hier sind jedoch die Erfahrungssätze in ihrer erkenntnistheoretischen Eigenart hinreichend gekennzeichnet, wenn man allgemein sagt: Erfahrungssätze im eigentlichen Sinne sind Aussagen über Tatsachen, deren Geltung, abgesehen von den Erkenntnisprinzipien und den logischen Gesetzen, lediglich und vollständig durch Wahrnehmung begründet ist.

Dann handelt es sich darum, in welchen Sätzen die Deduktionsgrundlagen der Mechanik zu sehen sind. Das System der Mechanik ist auf verschiedene Weise entwickelt worden: die Mechanik hat — so sehr sie auch ihrem Inhalte nach seit Lagrange fest geblieben ist — gerade in ihrem axiomatischen Aufbau Wandlungen erfahren. Das erste mechanische System war das Newtons, der ihm vier „definitiones“ und drei „axiomata sive leges motus“ zugrunde legte. Das zweite epochale System war das Lagranges, das zum „klassischen“

System der Mechanik ward und in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts ziemlich allgemeine Geltung erlangte. Ihm gegenüber ist im letzten Drittel des 19. Jahrhunderts von Hertz und von Boltzmann das System der Mechanik auf neue Weise entwickelt worden: das letzte, neueste System ist heute die Relativitätstheorie.

Was in den Fundamentalsätzen der Mechanik ausgesprochen wird.<sup>37</sup> ist: wovon die Bewegung in ihrer Bestimmtheit abhängt und wie sie bestimmt wird. Es sind die Faktoren der allgemeinen Gesetzmäßigkeit der Bewegung und ihre Beziehung, wie sie im Grundgesetz der Bewegung ( $f = mb$ ) mathematisch quantitativ genau ausgesprochen ist. Dieses besagt, daß die Änderung der Geschwindigkeit (oder der Richtung) einer Bewegung der Kraft direkt und der Masse des bewegten Körpers verkehrt proportional ist. Dieses Grundgesetz kann aber nun keineswegs als ein reines Ergebnis der Erfahrung, als eine nackte Erfahrungstatsache, wie Mach sagt, gelten — das hat Poincaré<sup>37</sup> (S. 99—107) übersichtlich dargestellt.

Um es empirisch nachzuweisen, muß man die drei Größen (Beschleunigung, Kraft, Masse) messen können. Das ist aber nur möglich, wenn man dazu bestimmte Voraussetzungen macht: so hinsichtlich der Kraft Voraussetzungen, welche es ermöglichen, die Gleichheit von Kräften zu definieren: nämlich 1. das Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung und 2. die Konstanz gewisser Kräfte (wie z. B. des Gewichtes eines Körpers) nach Größe und Richtung. Das sind selbst aber keine experimentell oder empirisch erweisbaren Gesetze, sondern Definitionen, Übereinkommen, willkürliche Annahmen.

Ebenso ist Masse zu messen erst möglich, wenn man bestimmte Voraussetzungen macht. Betrachtet man das Verhältnis zweier Massen als das umgekehrte Verhältnis der Beschleunigungen, welche sich zwei Körper gegenseitig erteilen, so ist es nur dann möglich, durch das Experiment zu bestätigen, daß dieses Verhältnis unveränderlich ist, also die Masse auf Grund von Erfahrung festzustellen (was Mach als seinen zweiten „Erfahrungssatz“ der Mechanik zugrunde legt<sup>36</sup> [S. 268]), wenn man das Prinzip des Kräfteparallelo-

grammes und die Hypothese von Zentralkräften einführt. Denn die beiden Körper sind empirisch nicht allein vorhanden, sondern erfahren auch von den übrigen Körpern Beschleunigungen. Um die gegenseitigen Beschleunigungen der beiden Körper allein festzustellen, muß man ihre tatsächlichen Beschleunigungen in Komponenten zerlegen und unter diesen die Komponente ihrer gegenseitigen Beschleunigungen von den anderen unterscheiden. Das setzt aber voraus, daß das Vorhandensein anderer Körper die gegenseitige Beschleunigungserteilung zweier Körper nicht beeinträchtigt, sondern daß sich die von seiten mehrerer Körper einem erteilten Beschleunigungen einfach addieren — und das wieder, daß sich zwei Körper gegenseitig in der Richtung ihrer Verbindungslinie anziehen (Machs erster Erfahrungssatz). Das ist aber die Hypothese von Zentralkräften. „Aber haben wir das Recht, die Hypothese von Zentralkräften zuzulassen? Ist diese Hypothese streng exakt? Ist es gewiß, daß sie durch die Erfahrung niemals widerlegt wird? Wer wagt das zu bejahen?“<sup>27</sup> (S. 104, 105). Ohne derartige Hypothesen bedeuten die Massen aber nur Koeffizienten der Beschleunigung (S. 106).

Das Grundgesetz der Bewegung spricht also nicht einfach Erfahrungstatsachen aus: es gilt ja nur unter bestimmten Voraussetzungen, nur wenn man bestimmte Annahmen macht. Was Mach (a. a. O.) als Erfahrungssätze hinstellt: daß sich Körper gegenseitig entgegengesetzte Beschleunigungen in der Richtung ihrer Verbindungslinie bestimmen und daß die Beschleunigungen, welche mehrere Körper an einem Körper bestimmen, voneinander unabhängig sind, — das läßt sich nie direkt in der Erfahrung beobachten. Denn was uns in der Erfahrung wirklich vorliegt, sind komplizierte Bewegungserscheinungen innerhalb einer vielfältigen Körperwelt; es sind, im Sinne der mechanischen Fundamentalsätze, nur immer die Resultierenden aus mehrfachen Beschleunigungen in mehrfachen Richtungen. Daß diese gegebenen Resultierenden sich in Komponenten auflösen lassen, wodurch sich das Ganze auf das einfache Verhältnis der gegenseitigen Beschleunigung zweier Körper in der Richtung ihrer Verbindungslinie zurückführen läßt, das ist nicht empirisch gegeben, sondern

aus dem empirisch Gegebenen erschlossen und ist nur erschließbar, wenn man die aufgewiesenen Voraussetzungen zuläßt.

Das eigentliche Erfahrungs- (induktive) Ergebnis hinsichtlich der Massenanziehung liegt in den Keplerschen Gesetzen vor, als Gesetzen über Planetenbahnen, also von direkten Objekten der astronomischen Beobachtung. In ihnen sind die Beobachtungen von Tycho-Brähe als Gesetze formuliert — wie sich Duhem<sup>58</sup> (S. 260) ausdrückt. Das Newtonsche Gesetz der Massenanziehung dagegen läßt sich nicht einfach aus diesen ableiten, denn es enthält mehr als induktiv festgestellt ist: es zerlegt die Gesetzmäßigkeit der Bahnen in die Faktoren Kraft und Masse, die sich nicht mehr direkt beobachten, sondern nur daraus konstruieren lassen<sup>59</sup> (S. 257—260).

Der dabei grundlegende Satz vom Parallelogramm der Kräfte läßt sich keineswegs vollständig auf Erfahrung zurückführen, wie Mach will. Nach ihm folgt er unmittelbar aus dem Satz über die gegenseitige Unabhängigkeit der von mehreren Körpern einem Körper erteilten Beschleunigungen<sup>60</sup> (S. 268) und diesen Satz erklärt er für einen Erfahrungssatz (S. 49). Das Prinzip des Kräfteparallelogrammes besagt: Zwei Kräfte, welche an einem Punkt angreifen, lassen sich durch eine Kraft ersetzen, welche in Größe und Richtung der Diagonale eines Parallelogrammes entspricht, dessen Seiten in Richtung und Größe den beiden Kräften entsprechen; und umgekehrt läßt sich eine Kraft, als solche Diagonale aufgefaßt, in zwei Kräfte zerlegen. Newton und Varignon, die zuerst diesen Satz klar ausgesprochen haben, leiten zunächst die Zusammensetzung zweier Bewegungen ab, und zwar auf geometrischem Weg, und erweitern sie dann auch auf die Kräfte, weil diese den von ihnen in gleichen Zeiten hervorgebrachten Bewegungen (Beschleunigungen) proportional sind. Daß der Satz vom Kräfteparallelogramm aber freilich deswegen doch kein bloß geometrischer Satz ist, wie Bernoulli glaubte, zeigt Mach hinlänglich, indem er die Erfahrungen darlegt, welcher dieser Satz über die bloße Geometrie hinaus voraussetzt: „daß das Gleichgewichts- oder Bewegungsbestimmende einer Kraft nicht nur in deren Größe, sondern auch in deren Richtung liegt“ (S. 45), ferner, daß mehrere auf einen Punkt wirkende

Kräfte durch eine ersetzbar sind (S. 49), endlich, daß die Resultierende nicht nur in die Ebene der Kräfte und in die Halbierungslinie des Winkels zwischen ihnen, sondern auch in den spitzen Winkel hineinfällt (S. 46). Diese Erfahrungsargumente bedeuten aber doch noch keinen Erfahrungsbeweis für ihn. Ein solcher ist deshalb ausgeschlossen, weil der Satz außerdem noch eine Voraussetzung hat, die nicht durch Erfahrung erweisbar ist: die Unabhängigkeit der Kräfte voneinander, nämlich daß die Beschleunigungen, welche mehrere Körper einem Körper bestimmen, voneinander unabhängig sind. Mach nennt zwar auch dies einen (seinen dritten) Erfahrungssatz (S. 49), — aus dem er eben den Satz des Kräfteparallelogrammes unmittelbar folgert. Aber ließe sich denn je die gegenseitige Unabhängigkeit der Beschleunigungen direkt durch Erfahrung feststellen? In der Erfahrung liegt doch immer nur eine Resultierende vor und wenn man diese als aus ungestörten, unabhängigen Kraftwirkungen hervorgehend auffaßt, sie auf solche zurückführt, so ist das doch nur erschlossen und angenommen. Die Unabhängigkeit erweist sich als eine Folge und als Bedingung bekannter Tatsachen, wie Mach einmal bei Gelegenheit Stevins sagt (S. 39), aber nicht als eine Erfahrungstatsache selbst. Sie ist eine Annahme, die man der Auffassung der Erfahrungstatsachen zugrunde legt, ein Prinzip. Es kann in seinen Folgerungen durch die Erfahrung bestätigt werden, aber es kann nicht selbst direkt durch Erfahrung konstatiert werden.

Man hat auch lange Zeit das Prinzip des Kräfteparallelogrammes zu beweisen unternommen, es also aus anderen Sätzen gefolgert. Darboux hat<sup>30</sup> die logischen Voraussetzungen dafür abschließend aufgewiesen: 1. daß die Resultierende von  $n$  Vektoren (Größen mit einer Richtungsbestimmtheit) eindeutig bestimmt ist, 2. daß sie sich nicht ändert, wenn man beliebig viele solche Vektoren durch ihre Resultierende ersetzt, 3. daß sie von der Lage der Vektoren gegen das Koordinatensystem unabhängig ist, 4. daß sich gleichgerichtete Vektoren addieren. Aber in neueren Darstellungen der Mechanik treten die Beweise für das Parallelogramm überhaupt nicht mehr auf<sup>31</sup> (S. 44—46). Es wird viel-

mehr die Kraft, die auf einen materiellen Punkt ausgeübt wird, als Vektor, der an diesem Punkte lokalisiert ist, definiert<sup>66</sup> und daraus folgt dann, daß die Kraft den Gesetzen des geometrischen Vektors gehorcht. Das ist aber der klarste Beweis dafür, daß man es bei diesem Prinzip nicht mit einem Erfahrungssatz zu tun hat, sondern mit einer Annahme.

So läßt sich durchgehend zeigen, daß der ganze Aufbau der Mechanik nicht auf reinen Erfahrungsergebnissen, sondern auf Voraussetzungen, auf definitorischen Annahmen ruht. Die Statik, d. i. die Lehre vom Gleichgewicht, von der Äquivalenz der Kräfte, geht von einigen grundlegenden, aber empirisch völlig unerweisbaren Voraussetzungen aus, die damit auch für die ganze Mechanik fundamental sind. Da ist eine Reihe von Annahmen über die (quantitativen) Eigenschaften der Kräfte: 1. daß zwei Kräfte gleich sind, die sich in entgegengesetzter Richtung das Gleichgewicht halten. 2. daß sich Kräfte von gleicher oder entgegengesetzter Richtung algebraisch summieren. 3. daß sich verschieden gerichtete Kräfte nach dem Gesetz des Kräfteparallelogrammes zusammensetzen; außerdem die Voraussetzung der Verlegbarkeit der Kräfte in der Richtung ihrer Angriffslinie (vgl. <sup>67</sup>, S. 42).

In den Grundbegriffen und -beziehungen der Mechanik werden die erfahrungsmäßigen Bewegungsverhältnisse so zerlegt, daß sie sich als gesetzmäßig ergeben. Es werden ihnen solche einfache Verhältnisse zugrunde gelegt, sie werden so konstruiert, daß sie Gesetzmäßigkeit aufweisen. Diese ganze Konstruktionsweise anzugeben, das ist das Wesen der mechanischen Fundamentalsätze. Sie geben die Anweisung, wie die bewegungsbestimmenden Umstände auf die an der Bewegung beteiligten Körper und deren Verhältnisse aufzuteilen sind. Sie geben die Grundzüge einer Theorie der Bewegung.

Das beweist auch der Zwiespalt, der hinsichtlich des einen bewegungsbestimmenden Faktors: der Kraft, besteht. Die Kraft läßt sich für sich allein nicht empirisch konstatieren; was empirisch vorliegt, ist die Bewegung oder das Gleichgewicht. Eben deshalb war es möglich, daß man die Kraft zuerst nicht der Beschleunigung, sondern der Geschwindigkeit proportional setzte wie Descartes oder dem Quadrat der Geschwindigkeit wie Leibniz. Und deshalb konnte man auch ver-

suchen, die Kraft als einen eigenen bewegungsbestimmenden Umstand überhaupt auszuschalten, wie es Lord Kelvin in seiner Hypothese der Wirbelringe skizziert hat, bei denen gewisse Bewegungseigenschaften den Anschein von Kräften erzeugen, oder wie es Hertz durch seine Auffassung eines jeden materiellen Systems als Teilsystems anderer Systeme versucht hat, d. h. indem er neben den sichtbaren Massen noch verborgene unsichtbare, mit den ersteren durch Bedingungen gekoppelte Massen angenommen hat und so die von Kräften erteilten Beschleunigungen durch solche von Massen erteilte ersetzt hat. Und heute hat man, wenigstens in der Dynamik, die Kraft als einen eigenen Faktor, nämlich als Ursache von Beschleunigung, überhaupt fallen gelassen. Da ist Kraft nur mehr eine abkürzende Bezeichnung für die Tatsache, daß ein Massenteilchen eine gewisse Beschleunigungskomponente besitzt<sup>55</sup> (S. 54), ein Hilfsbegriff. Aber in der Statik ist die Kraft noch immer ein eigener bewegungsbestimmender Umstand (nicht bloß an Beschleunigung, sondern auch an anderen Wirkungen zu erkennen), welcher durch Gewichte (oder durch die Federwage) gemessen wird. Eine allgemeine Einigung über diese beiden Auffassungen des Kraftbegriffes ist bisher nicht erzielt<sup>57</sup> (Anm. 154),<sup>57</sup> (§ 140),<sup>56</sup> (§ 5—13).

An das Verhältnis zum Begriff der Kraft knüpfen sich in erster Linie die Wandlungen, welche innerhalb der Mechanik bis zum Auftreten der Relativitätstheorie vor sich gegangen sind. Zuerst hat man die Mechanik lediglich mit Hilfe von bloß von der Entfernung abhängigen Fernkräften, ohne Einführung von Bedingungen, aufgebaut (Newton, aber auch in neuerer Zeit wieder Boltzmann); dann (in der klassischen Mechanik) mit Hilfe von Fernkräften und Bedingungen; schließlich in neuerer Zeit ohne Kräfte, nur mit Hilfe von Bedingungen (William Thomson, J. J. Thomson, Hertz)<sup>57</sup> a. a. O. und<sup>58</sup> (S. 407). In dieser wechselnden Rolle liegt doch wohl der klare Beweis, daß zum mindesten die Kraft als bewegungsbestimmender Umstand keine Erfahrungstatsache ist, sondern eine Annahme, eine konstruierte Gesetzmäßigkeitskomponente.

Das läßt sich ganz allgemein für die Zurückführung der wirklichen Bewegung auf die bewegungsbestimmenden Umstände der Mechanik auch von einer anderen Seite her zeigen.



Mit der Bedingtheit der Bewegung durch Masse und Kraft steht das Prinzip der Trägheit in engster Verbindung; ja in seinem eigentlichen Sinne ist es, wie Mach zuerst erkannt hat<sup>56</sup> (S. 268), in dem Grundsatz über die gegenseitige Beschleunigungserteilung zweier Körper schon eingeschlossen. Da er diesen für einen Erfahrungssatz erklärt, müßte also auch das Trägheitsprinzip ein solcher sein. Aber auch in seiner kritischsten Formulierung läßt sich dieses durchaus nicht einfach der Erfahrung entnehmen, durch experimentelle Beobachtung verifizieren, wie Poincaré ebenfalls<sup>57</sup> (S. 93—99) gezeigt hat.

Daß der Satz der Trägheit in seiner alten, Newtonschen Fassung: ein Körper, der keiner Kraft unterworfen ist, verharrt in dem Zustand der Ruhe oder der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung, keinen Erfahrungsbeweis zuläßt, ist klar. Wie sollte man den Zustand, daß ein Körper keiner Kraft unterworfen ist, experimentell herstellen? Man muß den unmöglichen Gesichtspunkt eines sich selbst überlassenen, gänzlich unbeeinflussten Körpers völlig ausschalten; denn auch die Geradlinigkeit und Gleichförmigkeit seiner Bewegung hat nur einen Sinn, wenn man das Bezugssystem dafür angeben kann. Wenn man nun nicht mehr mit Newton ein *absolutes* Bezugssystem für alle Ortsveränderungen im absoluten Raum (so wie eine Normaluhr dafür in der absoluten Zeit) annehmen kann und auch ein Surrogat dafür, wie es die Lösungsversuche von C. Neumann, Streintz, L. Lange oder W. Wien geben wollen, als unmöglich erkannt hat, so ergibt sich der ganze Gesichtspunkt als unhaltbar.

Man muß den Satz der Trägheit vielmehr ganz anders formulieren, damit für ihn überhaupt ein Erfahrungsbeweis in Betracht kommen kann. Man muß das, was er eigentlich besagen will, klarer dahin aussprechen: Eine Änderung der Geschwindigkeit (oder Ruhe) eines Körpers erfolgt nur unter der Einwirkung einer Kraft; oder noch voraussetzungsloser: die Beschleunigungen der Körper hängen nur von ihrer gegenseitigen Lage und ihren Geschwindigkeiten ab. So enthält das Gesetz der Trägheit in der Tat nichts anderes als Machs ersten Erfahrungssatz. In dieser Form ist es tatsächlich durch die Erfahrung bestätigt — so weit es die Astronomie betrifft. Nach den Keplerschen Gesetzen ist die Bahn eines Planeten

vollständig durch seine Anfangslage und seine Anfangsgeschwindigkeit bestimmt. Aber es ist nicht auch für das ganze Gebiet der Physik experimentell verifiziert und es läßt sich auf diesem gar nicht vollständig verifizieren. Denn bei den physikalischen Erscheinungen spielen auch Bewegungen unsichtbarer Körper, der Moleküle, eine Rolle, und wenn hier die Beschleunigung eines unsichtbaren Körpers sich aus den Lagen und Geschwindigkeiten der mit ihm gegebenen Körper nach dem Trägheitsgesetz noch nicht ergibt, so können wir sie als noch von anderen, unsichtbaren Körpern (so den „verborgenen Massen“ bei Hertz!) abhängig annehmen. So kann hier das Trägheitsgesetz durch die Erfahrung weder bestätigt noch auch widerlegt werden. Es ist nur für einen Teil des Gebietes, für das es gilt, durch Erfahrung sichergestellt; es wird aber weit darüber hinaus in der allgemeinsten Weise als gültig angenommen. Es ist eben ein Prinzip, kein Erfahrungssatz.

Dieser Charakter tritt nur um so deutlicher hervor, wenn nun die Relativitätstheorie an die Stelle des Trägheitsgesetzes ein anderes und viel allgemeineres Grundgesetz hinstellt: Die Bewegung eines materiellen Punktes geht so vor sich, daß sie im Raum-Zeit-Kontinuum, bestimmt durch drei Raumkoordinaten und eine Zeitkoordinate, eine geodätische Linie (d. i. eine kürzeste Linie in einem gekrümmten Raum) darstellt. Aber auch dieses neue Grundgesetz kann so wenig durch unmittelbare Erfahrung bestätigt werden wie das alte, denn es ist ja noch allgemeiner als das klassische Trägheitsgesetz. Dieses erscheint jetzt als eine Gesetzmäßigkeit unter speziellen Bedingungen: wenn „kein merklicher Einfluß gravitierender Massen besteht“. Das neue Prinzip ermöglicht dagegen Trägheits- gerade so wie Gravitationswirkungen als Ergebnis einer und derselben Gesetzmäßigkeit zu fassen<sup>61</sup> (S. 30, 46, 47). Es ist eine Verallgemeinerung des bisherigen Prinzips und muß darum dessen erkenntnistheoretischen Charakter teilen.

Klar läßt sich der eigenartige erkenntnistheoretische Charakter des Prinzips in seinem Unterschied vom Erfahrungssatz auch an dem Grundgesetze der Statik aufweisen, dem Prinzip der virtuellen (Geschwindigkeiten oder Verschiebungen oder) Arbeit. Es besagt: In einem Bedingungen unterworfenen (verbundenen) System, auf das

irgendwelche Kräfte einwirken, besteht dann Gleichgewicht, wenn die Verschiebungen in allen möglichen Bewegungsrichtungen aufgehoben werden, d. h. wenn die Summe der Arbeiten, die von den Kräften bei einer virtuellen Verschiebung des Systems geleistet werden, für alle zulässigen Verschiebungen innerhalb des Systems verschwindet<sup>37</sup> (S. 67, 71).<sup>17</sup> (S. 429). Dieses Grundgesetz kann man nur für die Fälle nachweisen, wenn man das starre System als aus Punkten gebildet betrachtet, die in unveränderlicher Entfernung durch entgegengesetzte gleiche Kräfte gehalten werden, welche in den Richtungen der Verbindungslinien von zwei Punkten wirken; oder wenn Punkte des Systems außerdem auf völlig glatten Flächen oder Kurven gezwungen sind zu bleiben, respektive Teile solcher Systeme mit völlig glatten Oberflächen sich berühren usw. Ohne Zweifel kann man in der Schilderung solcher Verhältnisse weitergehen; in allen derartigen Fällen läßt sich dann erweisen, daß die Arbeit dabei Null ist<sup>37</sup> (S. 71). „Das Beweisverfahren stützt sich also auf die Feststellung, daß das Prinzip für die elementaren Fälle gilt: den freien Punkt, den auf einer Fläche beweglichen Punkt, die verbundenen Punkte, auf einander rollende Flächen usw., und diese Feststellung vollzieht sich durch eine direkte Vergleichung der auf diese Fälle bezüglichen Experimente oder die Vergleichung der durch das Verschwinden der virtuellen Arbeit gegebenen Gleichgewichtsbedingung mit anderen speziellen Gleichgewichtsbedingungen, die man auf Grund vorhergehender Experimente (bewußter oder unbewußter) als bekannt ansieht“<sup>17</sup> (S. 429, 430). „Ein allgemeiner Beweis [für das Prinzip] kann natürlich auf diesem Wege . . . nicht erbracht werden und man wird so genötigt, das Prinzip für den Fall ganz unbestimmt gelassener Bedingungsgleichungen als eine Regel anzusehen, deren Folgen tatsächlich mit der Erfahrung in Einklang sind“<sup>37</sup> (S. 68, 69). Auch Wundt (Logik, II<sup>3</sup>, S. 335, 338) hat schon bemerkt, daß Lagranges „Beweis“ des Prinzips der virtuellen Arbeit mit Hilfe des Gesetzes des Flaschenzuges kein wirklicher Beweis ist, sondern nur die Bedeutung der Veranschaulichung eines axiomatisch angenommenen Prinzips haben kann. Alle Beweise für dieses Prinzip gehen doch immer von der Voraussetzung, von

Systemen diskreter Punkte mit einer endlichen Anzahl von Freiheitsgraden aus, während der Satz selbst auch für Systeme mit unendlich vielen Graden der Beweglichkeit zur Anwendung gebracht wird und in dieser Form schon von Lagrange in seiner Herleitung der Gleichgewichtsbedingungen der Flüssigkeiten benützt wurde<sup>55</sup> (S. 72, 73). Das Prinzip der virtuellen Arbeit ist in seiner Allgemeinheit unerweisbar, es ist eine Annahme, ein Prinzip, kein Erfahrungssatz.<sup>56</sup> Es gibt die Grundlage für eine Theorie des Gleichgewichtes — und nicht nur des Gleichgewichtes, sondern auch der Bewegung überhaupt. Denn dieses Prinzip der Gleichgewichtsbedingungen, auf den Fall eines in Bewegung befindlichen Systems übertragen, ergibt in einer rein logischen Überlegung<sup>57</sup> das D'Alembertsche Prinzip, das Grundgesetz der Dynamik<sup>58</sup> (S. 77). Und dieses Prinzip ist äquivalent mit den übrigen Grundprinzipien der Mechanik: mit dem Gaußschen Prinzip des kleinsten Zwanges und durch dieses wieder mit dem Hertzschen Grundgesetz; ebenso aber auch mit dem Hamiltonschen Prinzip und mit dem Prinzip der kleinsten Wirkung<sup>59</sup> (S. 92, 93). Alle die Prinzipie der Mechanik, Differential- wie Integralprinzipie, nehmen daher Teil an der Unerweisbarkeit des Prinzips der virtuellen Arbeit in seiner absoluten Allgemeinheit; sie lassen sich ebenfalls nur partiell, für bestimmte Bedingungen, nachweisen; aber darüber hinaus sind sie Annahmen.

Dieses eigenartige Verhältnis der mechanischen Fundamentalsätze zur Erfahrung tritt bei der klaren logisch-erkenntnistheoretischen Durcharbeitung, welche Hertz dem Aufbau der Mechanik hat zuteil werden lassen, in vollster Offenheit hervor. Der Anteil der Erfahrung, „soweit er nicht schon in den Grundbegriffen enthalten ist“, faßt sich bei ihm in eine einzige allgemeine Aussage zusammen, das „Grundgesetz“. Das Grundgesetz betrachtet er als das wahrscheinliche Ergebnis allgemeinsten Erfahrung. Genauer gesprochen, ist das Grundgesetz eine Hypothese oder Annahme, welche viele Erfahrungen einschließt, welche durch keine Erfahrung widerlegt wird, welche aber mehr aussagt, als durch sichere Erfahrung zur Zeit erwiesen werden kann<sup>60</sup> (S. 157). Hinsichtlich ihres Verhältnisses zum

Grundgesetz lassen sich nämlich die materiellen Systeme der Natur in drei Klassen einteilen. „Die erste Klasse umfaßt solche Körpersysteme . . . , welche den Bedingungen der freien Systeme nach dem unmittelbaren Ergebnis der Erfahrung[!] genügen (z. B. starre Körper, welche sich im leeren Raum, oder vollkommene Flüssigkeiten, welche sich in geschlossenen Gefäßen bewegen[!]). Aus den Erfahrungen[!] an solchen Körpersystemen ist das Grundgesetz abgeleitet. In Hinsicht dieser ersten Klasse stellt es eine nackte Erfahrungstatsache dar“ (S. 163) — was freilich nach den vorausgegangenen Erörterungen keineswegs der Fall ist, wie es ja auch schon der innere Widerspruch von ‚Erfahrungen‘ in bezug auf die Bewegung von ‚vollkommenen Flüssigkeiten‘ offenbart. „Die zweite Klasse umfaßt solche Körpersysteme, welche nur dann . . . dem Grundgesetze folgen, wenn der unmittelbaren sinnlichen Erfahrung gewisse annehmbare Hypothesen über ihre Natur hinzugefügt werden“ (z. B. „Systeme, in welchen die Fernkräfte, die Kräfte der Wärme und andere, nicht immer vollständig verstandene Bewegungsursache sind“). „Hinsichtlich dieser zweiten Klasse von natürlichen Systemen trägt das Grundgesetz den Charakter einer teils sehr, teils ziemlich wahrscheinlichen, aber stets, soweit wir sehen, einer zulässigen Hypothese“ (S. 164). „Die dritte Klasse der Körpersysteme enthält solche Systeme, deren Bewegungen sich nicht olneweitere als notwendige Folgen des Grundgesetzes darstellen lassen und für welche auch keine bestimmten Hypothesen angegeben werden können, durch welche sie unter das Gesetz gefügt würden“ (z. B. alle organisch belebten Wesen). „Unsere Unkenntnis aller hierher gehörigen Systeme ist aber so groß, daß auch der Beweis nicht geführt werden kann, daß solche Hypothesen unmöglich seien und daß die Erscheinungen an diesen Systemen dem Gesetz widersprechen. Hinsichtlich dieser dritten Klasse von Körpersystemen trägt also das Grundgesetz den Charakter einer zulässigen Hypothese“ (S. 165). Daraus geht wohl zur Genüge hervor, daß das Hertzsche Grundgesetz der Mechanik — und ebenso jedes der anderen mit ihm äquivalenten — über die wirkliche Erfahrung hinausgeht. Die Fundamentalsätze der Mechanik sind durchaus nicht einfach der Erfahrung ent-

nommen: sie sind vielmehr über die Erfahrung hinausgehende Annahmen, durch welche wir die Erfahrungstatsachen in einheitlicher Gesetzmäßigkeit zu erfassen vermögen.

Wenn man die Prinzipie der Mechanik aber deshalb induktive heuristische Annahmen nennt (wie Voß<sup>III</sup>, S. 117), so ist damit ihr erkenntnistheoretischer Charakter nicht richtig bezeichnet. Sie sind durchaus nicht etwas so Vorläufiges wie heuristische Annahmen, sondern sie sind die notwendigen Bedingungen, um die tatsächlichen Bewegungsvorgänge als gesetzmäßige zu begreifen. Sie sind die konstruierten allgemeinsten Obersätze für eine deduktive Ableitung der Bewegungsvorgänge. Dadurch, daß man eine Beziehung von allgemeinsten Gesetzmäßigkeit ausnahmsweise einführt, gewinnt man die Möglichkeit, auf Grund deren Bewegungsvorgänge unter speziellen Bedingungen durch Folgerung abzuleiten und so gesetzmäßig zu bestimmen. Diese speziellen Ergebnisse kann man aber dann mit den Erfahrungsverhältnissen direkt vergleichen und sie dadurch verifizieren. In diesem Sinne werden die Prinzipie dann auch durch die Erfahrung legitimiert. Aber das ist doch etwas anderes als wirkliche Erfahrungssätze. Dieser ganze Aufbau: die Aufstellung eines Gesetzmäßigkeitsprinzips über das Erfahrungsgegebene hinaus, die deduktive Entwicklung der besonderen Erscheinungen daraus und die nachfolgende Verifikation derselben durch die Erfahrung und damit die indirekte, rückwirkende Begründung des Prinzips durch die Erfahrung — dieser ganze Aufbau ist der einer Theorie. Es ist ein deduktives System auf Grund von Annahmen mit einer indirekten Art der Begründung durch die Erfahrung.

### 3. Der ideale Charakter des Gegenstandes der Mechanik.

Wenn man sich die wissenschaftstheoretische Eigenart der Mechanik weiter klarmacht, so erkennt man, daß ihre Sätze gar keine Erfahrungssätze sein können, denn sie beziehen sich auf Verhältnisse, die so in der Erfahrung gar nicht angetroffen werden, sondern erst künstlich aus ihr herauspräpariert sind: sie stellen gar nicht wirkliche Erfahrungsergebnisse fest. Um das einzusehen, muß man nur die wirklichen empirischen Bewegungen ins Auge fassen.

Daß es Geschwindigkeit und Geschwindigkeitsänderung, Beschleunigung und Verzögerung gibt, ist gewiß eine Erfahrungstatsache, ebensogut wie die, daß es Bewegung überhaupt gibt. Aber durch die Erfahrung werden uns unmittelbar immer nur konkrete, individuelle Bewegungsvorgänge gegeben, die darin bestehen, daß sich die gegenseitigen Entfernungen von Körpern mit der Zeit ändern. Es sind Bewegungen in ihrer ganzen Kompliziertheit durch vielfache gegenseitige Einwirkungen der Körper, durch Reibung, Elastizität usw. Die gesetzmäßige Beziehung zwischen Beschleunigung, Kraft und Masse, welche das Grundgesetz der Bewegung ausspricht, kann aber in den wirklichen Bewegungsvorgängen immer nur in der Weise aufgefunden werden, daß man sie zerlegt in einzelne Komponenten der Bedingtheit. So wird der Luftwiderstand abgespalten und die Reibung auf der Oberfläche oder in Flüssigkeiten usw., und es wird die Bewegung ohne Rücksicht auf ein widerstehendes Mittel, frei von allen Bewegungshindernissen, betrachtet. Ein solcher Vorgang wird aber in der Wirklichkeit nicht angetroffen: er läßt sich auch im Experiment nicht völlig herstellen, sondern immer nur angenähert. Der Luftwiderstand läßt sich in der Torricellischen Röhre fast ganz ausschalten, die Oberflächenreibung läßt sich sehr vermindern, aber nicht gänzlich beseitigen. Es ist ein Vorgang unter ausgewählten, vereinfachten, unter künstlichen Bedingungen, ein idealer Vorgang, für den das Grundgesetz der Bewegung aufgestellt wird. Die Begriffsbildungen und Sätze der Mechanik fassen innerhalb der komplexen empirischen Wirklichkeit nur ganz bestimmte Abhängigkeiten ins Auge: die reine, unbehinderte Bewegung in ihren einfachen, elementaren Beziehungen (vgl. auch Wundt, Logik, II<sup>3</sup>, S. 412). Auch dort, wo die Mechanik ihre Aufgabenstellung den in der Natur gegebenen Bedingungen möglichst anzunähern sucht (Elastizität, Reibung . . . in Betracht zieht), können ihre Verhältnisse mit denen in der Erfahrung nie völlig übereinstimmen. Es ist der Verlauf, den die Bewegung annehmen würde — wenn die Verhältnisse anders wären! Dem sie sich annähert nach Maßgabe des Zurücktretens der störenden Umstände. Es sind einseitige Abhängigkeiten, Bedingtheitskomponenten der wirklichen Bewegung, welche damit isoliert herausgehoben und

untersucht werden. Diese Art von Bewegung ist demnach in ihrer Reinheit eine ideale.

Weil für diese Art von Bewegung alle störenden Modifikationen ausgeschlossen werden, ergibt sich ihr Verlauf auch anders als in der Erfahrung. Es gilt für sie, was in der Wirklichkeit ausgeschlossen ist: die vollständige Umkehrbarkeit eines jeden Bewegungsvorganges — weil eben jeder Bewegungsverlust infolge von Reibung usw. fehlt. Wenn wir uns fragen, worin denn eigentlich die völlig neue Auffassung Galileis besteht, der er so großartige Forschungsergebnisse verdankt und die ihn zum eigentlichen Begründer einer exakten Dynamik macht, dann müssen wir diese Frage am ehesten wohl dahin beantworten, daß Galilei den Begriff des idealen, als von Bewegungshindernissen freien dynamischen Prozesses schuf und für die ideale Bewegung das Prinzip der Umkehrbarkeit aufstellte<sup>53</sup> (S. 54). Ebenso sagt Mach<sup>56</sup> (S. 33): ‚Das genaue statische Verhältnis ergibt sich durch Idealisierung und Absehen von den störenden Umständen.‘ ‚Der Hebel und die schiefe Ebene sind gerade so selbstgeschaffene ideale Objekte der Mechanik, wie die Dreiecke ideale Objekte der Geometrie sind. Diese Objekte allein können den logischen Forderungen vollkommen genügen, welche wir ihnen auferlegt haben. Der physische Hebel genügt ihnen nur so weit, als er sich dem idealen nähert. Der Naturforscher strebt, seine Ideale der Wirklichkeit anzupassen.‘ Hiermit gesteht also Mach selbst zu — was sich allerdings mit seiner allgemeinen empiristischen Auffassung nicht verträgt —, daß die Mechanik auch darin der Mathematik gleicht, daß sie von idealen Objekten handelt. Sie untersucht gar nicht die Bedingtheit der Bewegung durch die wirklichen, empirischen Körper (den physischen Hebel, die physische Rolle . . .), sondern durch ideale Objekte: sie betrachtet den Hebel als vollkommen starr oder aber als biegsam, jedoch homogen und vollkommen elastisch, ‚was in der Praxis nie realisiert werden kann‘ offenkundig, oder sie betrachtet bei der Fortpflanzung der Wellen auf der Oberfläche einer Flüssigkeit diese als eine homogene, unzusammendrückbare und vollkommen plastische Masse, ‚eine hypothetische Substanz, die natürlich in der Natur nirgends existiert‘<sup>61</sup>



(S. 1—4, §§ 439—446). Sie legt allgemein ihren Untersuchungen vollkommen starre Körper zugrunde, d. i. solche von absolut, nicht bloß — wie in Wirklichkeit — relativ unveränderlicher geometrischer Gestalt. Sie behandelt auch die Bewegung der Körper nur mit Hilfe eines idealen Hilfsbegriffes: des materiellen Punktes und diskreter und kontinuierlicher Punktsysteme. Er ist von Laplace in dem Sinn eingeführt worden, daß in ihm dem geometrischen Punkt nur die Bestimmungen hinzugefügt sind, daß er mit Masse behaftet und der Einwirkung von Kräften unterworfen und beweglich gedacht ist. Noch bei Poisson und Kirchhoff bedeutet der materielle Punkt die Existenzialisierung des Unendlich-Kleinen, eines mathematischen Hilfsbegriffes! Erst von Maggi<sup>65</sup> und nach ihm von Love<sup>66</sup> ist er einwandfrei definiert worden (nach<sup>67</sup>, S. 24).

All das sind rein gedankliche Mittel zur Bestimmung der wirklichen Bewegungen der physischen Körper. Sie sind auf die wirklichen Bewegungen anwendbar, aber sie geben nicht empirische Eigenschaften derselben — gerade so wie auch die Geometrie auf die physische Wirklichkeit nur anwendbar ist (vgl. dazu auch<sup>24</sup> 2. Kap., VI).

Aber es sind deswegen doch auch wieder nicht eigentliche Fiktionen, wie Valbinger<sup>68</sup> ihre Idealität mißdentet: sondern es sind abstrakte Isolierungen von Teilgesetzmäßigkeiten zwischen Gliedern, die mit absoluter Präzision bestimmbar gedacht sind und insofern ideale Grenzwerte darstellen, damit zwischen ihnen die Beziehungen mit absoluter Genauigkeit gelten können. Was die Mechanik mit ihren idealen Gebilden (Hebel, Rolle, absolut starrer Körper, materieller Punkt . . .) eigentlich will, geht dahin, daß sie damit Gesetzmäßigkeiten der Bewegung in präziser Form ausspricht. Der ideale Hebel, die reibungslose Rolle der Mechanik sind nur ein spezieller Ausdruck für das Gesetz der statischen Momente (für eine gesetzmäßige Beziehung zwischen Kraftrichtung, Angriffspunkt und Drehpunkt). Diese Gesetzmäßigkeit ist aber nicht die der wirklichen Bewegung, sondern sie ist nur eine Komponente darin: in ihr ist nur eine von den mehrfachen Abhängigkeitsbeziehungen, durch welche die wirkliche Bewegung tatsächlich bestimmt wird, isoliert herausgehoben; in ihr ist eine einfache Grundbeziehung innerhalb der tatsäch-

lichen Bewegungsbedingtheit, die immer eine mehrfache ist, aufgestellt. In dieser Isolierung einer einfachen Abhängigkeitsbeziehung und der Konstruktion vollkommen präziser Glieder dafür liegt die Idealität der mechanischen Objekte. Denn diese einfachen Abhängigkeiten sind in ihrer Isoliertheit und Genauigkeit in der Erfahrung nie zu beobachten; die empirisch wirkliche Bewegung zeigt sie auch im besten Fall immer nur angenähert. Damit erweist es sich als grundsätzlich, daß die Mechanik gar nicht Erfahrungen über den Ablauf von Bewegungsvorgängen in der Wirklichkeit ausspricht, sondern vielmehr ein System von isolierten einfachen Abhängigkeitsbeziehungen, von idealen Gesetzmäßigkeiten der Bewegung gibt. Diese können aber von der Erfahrung aus nur konstruiert werden. Sie können jedoch von der Erfahrung in der Weise bestätigt werden, daß sich die Art der wirklichen Bewegung einer solchen idealen einfachen Abhängigkeit um so mehr annähert, je weniger andere Bedingungskomponenten daran beteiligt sind, oder daß die Abweichungen davon auf solche andere zurückgeführt werden können.

#### **4. Die Mechanik als hypothetisch-deduktives System.**

Die Mechanik stellt also ein ideales und damit ideelles Gebäude dar so wie die Mathematik; und ebenso ein hypothetisch-deduktives System.

Weil es sich in der Mechanik nicht um konstatierte Erfahrungstatsachen in bezug auf wirkliche Bewegungsvorgänge handelt, sondern um die konstruierten einfachen Grundbedingtheiten einer idealen Bewegung, so schlägt sie auch einen anderen methodischen Weg ein als sonst eine empirische Wirklichkeitswissenschaft. Statt von der Beobachtung der Einzeltatsachen auszugehen und zu der generellen Zusammenfassung derselben fortzuschreiten, legt sie konstruierte elementare Gesetzmäßigkeiten zugrunde und geht von diesen aus deduktiv in der Richtung auf die tatsächliche Bewegung weiter. Deshalb muß sie zuerst die Bedingungen, von denen sie ausgeht, klar angeben. Aus diesen annahmeweise eingeführten Vordersätzen hat sie dann Folgerungen zu entwickeln, um zu zeigen, wie sich unter der Voraussetzung der einfachen Grundbeziehungen spezielle Fälle darstellen. (Dabei wird

auch das Experimentieren charakteristischerweise ebenfalls aus der Wirklichkeit in die Sphäre der Reflexion verlegt: als Gedankenexperiment an Stelle des wirklichen, zur Klarstellung der Abhängigkeit durch Variation der Bedingungen wie Mach<sup>104</sup> S. 180 f. ausführt.) Erst die Ergebnisse dieser rein gedanklichen Entwicklung können dann mit der empirisch wirklichen Bewegung verglichen werden. Das hat sich sogleich bei Galilei als das eigentümliche Verfahren der Mechanik gezeigt<sup>63</sup> (S. 48, 49)<sup>67</sup>. Zuerst setzt er per definitionem den Begriff der gleichförmig beschleunigten Bewegung fest (als derjenigen, bei der die Geschwindigkeit gleich der Zeit wächst) und leitet dann daraus geometrisch die Haupteigenschaften dieser Art von Bewegung her, insbesondere das Gesetz, daß die durchlaufenen Räume wie die Quadrate der Zeiten zunehmen; schließlich untersucht er, durch das Experiment an der schiefen Ebene, ob dieses Gesetz für die in der Natur vorkommenden beschleunigten Bewegungen zutrifft. Also Definitionen und Axiome als Ausgangspunkt und auf Grund deren strenge Deduktion — das ist seitdem der eigentliche Erkenntnisweg der Mechanik geworden.

Er bedeutet eine grundsätzliche Verschiedenheit gegenüber reiner Erfahrungserkenntnis. Die Mechanik baut sich damit in der Weise auf, daß sie klar und ausdrücklich ihre Elemente und deren Grundbeziehungen (Verknüpfungsgesetze) angibt: Raum- und Zeitgrößen in mathematischen Beziehungen, Kraft und Masse (als bewegungsbestimmende Umstände, als „Koeffizienten“ raumzeitlicher Beziehungen — was sie darüber hinaus „eigentlich“ sein mögen, bleibt völlig im Dunklen) und die mechanischen Prinzipien, und indem sie aus diesen Elementen und Beziehungsgesetzen unter Einführung spezieller Bedingungen ein System von mechanischen Sätzen deduktiv ableitet. Das Fruchtbare, Erkenntniserweiternde sind dabei — das hat sich schon bei der Mathematik gezeigt — eben diese speziellen Bedingungen, die Aufgabenstellung. Dieser Erkenntnisweg bedeutet also, daß die Mechanik ihre Objekte und deren Beziehungen selbst konstituiert und in einem deduktiven System entfaltet gerade so wie die Geometrie. Und das ist nicht bloß eine Form der Darstellung induktiver Ergebnisse, sondern es liegt im Wesen dieser Wissenschaft. Das

darf man nicht verkennen. Sie handelt von idealen Gegenständen, ihre Ausgangspunkte haben nur annahmeweise Geltung — das unterliegt nicht der Willkür der Darstellung.

Denn durch diese Erkenntnisweise gewinnt die Mechanik etwas, was sie als reine Erfahrungswissenschaft nie gewinnen könnte: die Einsicht in den inneren Zusammenhang der mechanischen Verhältnisse untereinander infolge ihrer Deduzierbarkeit. Vermöge der Idealisierung auf Grund isolierender Abstraktion ist sie instande, die Bewegung aus Grundbeziehungen zwischen elementaren Faktoren abzuleiten, statt sie bloß empirisch feststellen zu können. „Nun erst können wir die Tatsachen, mit exakten Begriffen operierend, selbsttätig rekonstruieren, wissenschaftlich, logisch beherrschen“ — so spricht sich auch Mach<sup>56</sup> (S. 33) aus. Indem die Mechanik von Elementen und Beziehungsgrundgesetzen ausgeht und in einem deduktiven System die mechanischen Sätze als Folgerungen daraus entwickelt, übersieht sie klar die inneren Beziehungen zwischen ihnen, die Notwendigkeit, mit der sie sich aus einigen wenigen Grundvoraussetzungen ergeben. Wenn man z. B. nach Archimedes das Verhältnis von Kraft und Last am Hebel als umgekehrt entsprechend dem Verhältnis von Kraftarm und Lastarm mit Hilfe des Satzes über die Schwerpunkte deduziert (vgl.<sup>27</sup> § 12<sup>42</sup>, S. 2—5), so wird damit dieses Verhältnis durchsichtig als etwas, das so sein muß, nicht bloß annähernd so ist. Im mechanischen System werden die einzelnen Sätze verständlich als Spezialfälle, als Folgen ganz weniger Prinzipie oder gar nur eines einzigen Grundgesetzes. In ihm schließen sie sich zusammen zu einer einheitlichen Gesetzmäßigkeit. Das ist das Große, das das deduktive System der Mechanik leistet: daß es die einzelnen Sätze über die Bewegung als notwendig unter bestimmten Voraussetzungen einsehen läßt: man sieht nicht bloß, daß sie bestehen, sondern warum sie bestehen.

Wenn man für einen Satz einen Beweis, eine deduktive Ableitung sucht, so hat das seinen Grund nicht einfach darin, daß sich sein Entdecker „mißtrauisch gegen sich“ — wie Mach<sup>56</sup> (S. 31, 80) sagt — gegen einen allfälligen Irrtum zu sichern sucht. „Daß der wissenschaftliche Beweis . . . nur aus der Erkenntnis der Fehlbarkeit der Forscher hervorgegangen

sein kann<sup>36</sup> (S. 29), ist jedenfalls zu eng. Seine logisch-erkenntnistheoretische Funktion liegt in der Aufdeckung eines logischen Zusammenhanges: eines Folgeverhältnisses, einer konsekutiven Notwendigkeit. „Wird ein [mechanisches] Verhältnis auf solchem Wege wiedergefunden, so hat es einen höheren Wert als das Ergebnis eines messenden Experimentes, welches von jenem immer etwas abweicht“ — gesteht Mach selbst zu (S. 33). Ein moderner Galilei könnte mit den Hilfsmitteln unserer Technik die Fallgesetzmäßigkeit durch direkte Beobachtung ermitteln. Er könnte\* einen frei fallenden Körper kinematographisch aufnehmen und dann die Aufnahme mit einem Zehntel der ursprünglichen Geschwindigkeit ablaufen lassen und daran das Verhältnis von Weg und Zeit direkt ausmessen. Eine solche Feststellung würde aber bei jeder Wiederholung an einem neuen Wirklichkeitsfall abweichende Werte ergeben, weil ja die den Fall beeinflussenden Umstände (Körperoberfläche, spezifisches Gewicht, Luftströmungen . . .) immer verschieden sind. Es würde sich nur eine annähernde Regelmäßigkeit, ein Oszillieren um einen Mittelwert ergeben. Das Verfahren hingegen, das Galilei tatsächlich eingeschlagen hat, steht einer solchen rein empirischen Feststellung so gegenüber, wie wenn man die Winkelsumme im Dreieck nicht durch empirische Ausmessung wirklicher Dreiecke, sondern durch Folgerung aus den Konstruktionsbedingungen bestimmt. Er konstruiert den Fallvorgang selbst auf Grund bestimmter vereinfachter Bedingungen, die er als Annahmen einführt, er konstruiert einen idealen Fallvorgang und kann an diesem die Gesetzmäßigkeit des Fallens mit mathematischer Sicherheit deduzieren. Diese ideelle Theorie des Falles läßt ihn die Gesetzmäßigkeit aus den Bedingungen des Vorganges verstehen: sie gibt ihm viel mehr, als empirische Feststellung je geben könnte: eine strenge Gesetzmäßigkeit, ableitbar aus den klar überblickten, allerdings idealen Bedingungen. Es ist ein prinzipiell andersartiges Wissen. Die Erkenntnisleistung der Theorie ist nicht bloß eine „ökonomische Zusammenfassung der Erfahrungen“ in einer Formel für beliebig viele Fälle, sondern die Einsicht in das Bedingende der Fälle und damit in die Notwendigkeit. So hat

\* Den Hinweis darauf verdanke ich Prof. Lampa.

Newton durch seine Theorie der Gravitation erkannt, daß die Bahnen der Himmelskörper nicht bloß Ellipsen, sondern überhaupt Kegelschnitte sein können, was weit mehr war, als die bloße Beobachtung ihm lehren konnte.

Mit all dem habe ich eingehend gezeigt, daß die Mechanik, entgegen der Auffassung mancher hervorragender Denker, nicht eine Summe von induktiven Erfahrungssätzen über die Wirklichkeit darstellt, sondern daß sie den davon sehr verschiedenen Charakter einer Theorie und als solche ganz den Charakter eines ideellen deduktiven Systems wie die Mathematik aufweist. Diese Theorie soll allerdings die wirklichen Bewegungsvorgänge gesetzmäßig erklären oder beschreiben, das heißt aber nur: dieses System wird in seinen besonderen Ergebnissen zur Erfahrung in Beziehung gesetzt — und dadurch wird sein ideeller Charakter verschleiert. Aber wenn man es einmal von dieser seiner Anwendung auf die Erfahrungswirklichkeit löst und für sich betrachtet als das, was es ist, so tritt der Charakter eines ideellen deduktiven Systems unverkennbar hervor.

Das System der Mechanik handelt eigentlich nicht von realen Tatsachen, sondern — in der Sprache Husserls — von idealen Wesensbeziehungen: und es gründet sich nicht auf Erfahrungssätze, sondern es konstituiert sich auf Grund vorausgesetzter Elemente und Beziehungsgesetze, die in Axiomen formuliert werden und die an und für sich keine andere Geltung als die von Annahmen oder von Definitionen haben. In ihnen werden nur die Voraussetzungen ausgesprochen, die man einführt und zugrunde legt, die „Grundannahmen“, wie sie Boltzmann<sup>68</sup> bezeichnet. Aber diese Grundannahmen sind an und für sich gar keine Annahmen in bezug auf die Wirklichkeit, keine Annahmen von empirischen Tatsachengesetzmäßigkeiten — sie wollen es gar nicht sein; sondern es sind willkürlich aufgestellte Bedingungen, frei gewählte Ausgangspositionen. Das zeigt sich schon in der Formulierung, wie sie in dem letzten vorrelativistischen System der Mechanik, bei Boltzmann, eingeführt werden, z. B. die Grundannahme 2: „daß die Funktionen  $\varphi(t)$ ,  $\psi(t)$  und  $\chi(t)$  . . . erste und zweite Differentialquotienten haben sollen [!], die nirgends unendlich werden“ (S. 10). Oder beim Prinzip der Gleichheit der

Wirkung und Gegenwirkung (S. 22): „Damit die Bewegung sicher eindeutig bestimmt ist, nehmen wir noch an [!], daß die natürliche eindeutige Funktion der Entfernung  $r$ , welche die Kraft gibt, für alle in Betracht kommenden Werte des  $r$  eine unendliche erste Ableitung hat. . . .“ Der Charakter von willkürlichen ideellen Setzungen, den die Axiome der Mechanik haben, wird auch noch dadurch erwiesen, daß sie sich teilweise auswechseln lassen. Es hängt von unserer Wahl ab, von welchen Grundannahmen wir ausgehen wollen. „Die Möglichkeit, einen Teil unserer Grundannahmen durch andere allgemeine Prinzipien zu ersetzen, will ich keineswegs leugnen. Ja, man könnte sogar statt von dem Begriff der Beschleunigung von der Gleichung der lebendigen Kraft ausgehen . . .“ (S. 23).

Die Grundannahmen der Mechanik haben also für sich allein ihrem ganzen Charakter nach nur definitorische, nicht reale Geltung; sie stellen einfach hin. Die ganze Mechanik trägt damit den Charakter eines hypothetisch-deduktiven Systems so wie die Mathematik, und dieses ideelle System wird nur auf die Erfahrungswirklichkeit angewendet, d. h. zu ihr in logische Beziehung gesetzt, wenn man es als eine Zurechtlegung der wirklichen Bewegungsvorgänge auffaßt. Es kommt damit die Beziehung auf die Erfahrung noch hinzu. Aber sie gehört nicht wesentlich mit zum Charakter des Systems.

Das zeigt sich in überzeugender Weise darin, daß das ideelle System auch von ihr ganz losgelöst und rein auf sich gestellt werden kann. Das hat Russell im Ch. 53 seiner „Principles of Mathematics“ getan, wo er die Mechanik als ein rein ideelles hypothetisch-deduktives System ohne Rücksicht auf die empirische Verifikation, geradezu als Zweig der reinen Mathematik, behandelt. Er hat da ein solches System einer „rationalen Dynamik“ in streng axiomatischer Weise entworfen. Wie bei einem System der Geometrie werden die Voraussetzungen, deren es bedarf, die Grundbegriffe und -beziehungen, als Axiome, d. i. als Grundannahmen eingeführt. Das sind 1. der Raum als eine  $n$ -dimensionale (nicht bloß dreidimensionale!) Reihe und die Zeit als eine eindimensionale Reihe; 2. materielle Punkte (Einheiten) als das Raum- und

Zeiterfüllende, das, was einen Raumpunkt und einen Zeitpunkt einnimmt; der materielle Charakter wird in diesem Sinne hier nicht durch den der Substanz mit Eigenschaften, sondern nur durch das Verhältnis zu Raum und Zeit definiert: als eine eigenartige („mehr-eindeutige“) Beziehung zwischen Raum- und Zeitpunkten, eine Korrelation (Verknüpfung) zwischen allen Momenten der Zeit und einigen Punkten des Raumes; 3. die Undurchdringlichkeit als die Ausschließungsbestimmung, daß zwei materielle Punkte nicht im selben Zeitpunkt denselben Raumpunkt einnehmen können (und ebenso nicht derselbe materielle Punkt im selben Momente zwei Raumpunkte, wohl aber denselben Raumpunkt in zwei Zeitpunkten), das heißt nach 2.: zwei Raumpunkte sollen nicht demselben Zeitpunkt korrelativ zugeordnet werden; 4. die Unzerstörbarkeit als die Dauer, das Immervorhandensein eines materiellen Punktes in der Zeit, indem er entweder denselben Raumpunkt behält oder ihn kontinuierlich wechselt, das heißt nach 2., daß jede korrelative Zuordnung von Raum- und Zeitpunkten eine kontinuierliche Funktion bestimmt (unter der Voraussetzung, daß die beiden Reihen des Raumes und der Zeit kontinuierlich sind). Die Dynamik erfordert ferner die Einführung der Kausalbeziehung in einer ganz allgemeinen Form, als eine Beziehung, vermöge deren, wenn zwei „Konfigurationen“ (Bewegungsbestimmtheiten) zu zwei Zeitpunkten gegeben sind, die Konfiguration zu einer anderen Zeit bestimmt ist, also eine besondere („mehr-eindeutige“) Beziehung zwischen irgend zwei Konfigurationen von Raumpunkten und ihren Zeiten und einer dritten Zeit als einem Beziehungsglied („Referent“) und der Konfiguration zur dritten Zeit als anderem Beziehungsglied („Relatum“); die Spezifikation dieser Beziehung erfordert für eine auf die Erfahrungswirklichkeit anwendbare Dynamik den Begriff der Masse (p. 481) als eines „konstanten Koeffizienten“ (p. 483). Außerdem müssen noch die Bewegungsgesetze eingeführt werden als Beziehungsgesetzmäßigkeiten zwischen den Beziehungen, die in den Axiomen 1. bis 4. ausgesprochen sind. Russell hat in dieser Weise alle logischen Bedingungen für ein ideelles, hypothetisch-deduktives System der Mechanik in allgemeinen logischen Begriffen axiomatisch formuliert.



Daß sich dieses ideelle System von seiner Beziehung auf die Erfahrung vollständig ablösen und für sich allein selbständig, ganz so wie die Mathematik, behandeln läßt, das wird schlagend dadurch erwiesen, daß auch eine Mechanik auf Grund durchaus irrealer Voraussetzungen entwickelt worden ist, eine nicht-newtonsche Mechanik so wie die nicht-euklidische Geometrie. Es läßt sich z. B. die Zeit als eine vierte Variable betrachten, welche nicht bloß — wie in Wirklichkeit — stets wachsen muß, sondern auch negativ (in der Mechanik umkehrbarer Prozesse) oder gar imaginär werden kann<sup>57</sup> (S. 30, Anm. 60 b). Das sind ebensowenig müßige Spekulationen wie die nicht-euklidischen Geometrien. Ihre Bedeutung und ihr Wert liegt darin, daß sie die Einsicht in den inneren notwendigen Zusammenhang und in die erforderlichen besonderen Bedingungen geben; er liegt eben in dem, was die wesentliche Erkenntnisleistung eines deduktiven Systems ausmacht.

In diesen Gestaltungen der Mechanik liegt der zweifellose Beweis dafür, daß in ihrem System ganz dieselbe Wissenschaftsform wie in den Systemen der Mathematik vorliegt: das ideelle, hypothetisch-deduktive System. Denn in dieser rein ideellen Mechanik tritt nicht eine ganz neue Behandlungsweise der Mechanik auf, sondern es ist nur das theoretische System der gewöhnlichen Mechanik, aber eben für sich allein, ohne Beziehung auf die Wirklichkeit.

### III. Das ideelle hypothetisch-deduktive System in anderen Wissenschaften.

#### 1. In der Physik.

Damit habe ich eingehend gezeigt, daß der Wissenschaftscharakter der Mathematik auch einer Realwissenschaft wie der Mechanik zukommen kann. Sie ist aber nicht die einzige derartige Wissenschaft; auch die theoretische Physik weist ihn auf — wenn auch noch lange nicht in einer so durchgebildeten Form wie die Mechanik. Auch die theoretische Physik strebt ein System an, das von axiomatischen Annahmen, in denen die Grundbegriffe und -Beziehungen eingeführt werden, ausgeht und daraus deduktiv die Gestaltungen für besondere Bedingungen ableitet. Auch der Charakter des

Idealen läßt sich für das theoretische System in der Physik unschwer nachweisen. Ihre Entwicklungen behandeln immer nur ideale Fälle, Verhältnisse unter vereinfachten, ausgewählten Bedingungen, die deshalb mit der empirischen Wirklichkeit immer nur nahezu übereinstimmen. ‚Wir sind völlig unfähig, irgendeine physikalische Frage mittels der einzig vollkommenen Methode, nämlich durch Betrachtung der Umstände, welche für die Bewegung jedes einzelnen Teiles jedes in Rede stehenden Körpers von Einfluß sind, exakt und vollständig zu lösen.‘ ‚Doch kann man fast jedes Problem der gewöhnlichen Teile der Physik leicht approximativ durch Einführung einer Art von abstrakter oder vielmehr gegen eine Grenze hin verschobener Annahmen lösen‘<sup>64</sup> (V. Kap., Einleitung, § 444, § 438<sup>65</sup>, 7. u. 9. Kap., vgl. auch Wundt, Logik, II, 3, S. 399).

In dieser Art eines idealen deduktiven Systems wird die theoretische Physik z. B. in den Vorlesungen über theoretische Physik von Helmholtz, 1897, dargestellt oder in Poincarés ‚Cours de physique mathématique‘, 1889. Wenn auch noch nicht die ganze Physik in einem einheitlichen, geschlossenen System aufgebaut werden kann, so gibt es doch einzelne Gebiete derselben, für die dies der Fall ist, so die Elektrodynamik, die Thermodynamik, die Gastheorie; Hilbert hat bereits die Gastheorie und die elementare Strahlungstheorie, d. i. denjenigen ‚phänomenologischen Teil der Strahlungstheorie, der unmittelbar auf den Begriffen der Emission und Absorption beruht‘, streng axiomatisch zu entwickeln versucht.<sup>69</sup> Und er hat auch ausdrücklich erklärt, daß ‚überhaupt die Möglichkeit naherückt, daß aus der Physik im Prinzip eine Wissenschaft von der Art der Geometrie wird‘.<sup>70</sup> Das stellt wohl die prinzipielle Gleichartigkeit des Systems der theoretischen Physik mit dem mathematischen System ins schärfste Licht.

## 2. In der Volkswirtschaftslehre.

Es ist aber keineswegs — wie man auf Grund der Mechanik und der theoretischen Physik glauben könnte — der mathematische Gehalt, eben der Einschlag von Mathematik, wodurch auch in anderen Wissenschaften ein ideelles deduktives System enthalten ist, so daß es dann doch nur immer die Mathematik allein wäre, welche diesen Charakter

trägt. Es ist vielmehr eine eigene Art des Verfahrens, eine methodische Form, welche das Meritorische einer Wissenschaft selbst betrifft. Nicht die Einführung von Mathematik, sondern die Einführung idealisierter Bedingungen und die Deduktion daraus ergibt ein solches ideelles deduktives System. Es liegt überall vor, wo eine deduktive Theorie aufgestellt wird. Das zeigt sich deutlich in den Fällen, wo Wissenschaften in der Weise einer Theorie vorgehen, bei denen das Mathematische nur eine unwesentliche oder gar keine Rolle spielt.

In der Volkswirtschaftslehre herrscht seit mehr als einer Generation ein Streit um die Methode und dahinter um das Erkenntnisziel und den ganzen erkenntnistheoretischen Charakter dieser Wissenschaft. Die klassische Richtung der Volkswirtschaftslehre, die ihrer Begründer (Quesnay, Smith, Ricardo) und deren Schüler, hatte keine einheitliche Behandlung ihres Wissensgebietes. Sie ging teils induktiv vor, teils aber auch (insbesondere Ricardo) konstruktiv. Gegen ihre Art erhob sich im Gefolge der historischen Rechtsschule (Savignys u. a.) eine historische Richtung auch in der Volkswirtschaftslehre (Roscher, Knies, Hildebrand um die Mitte des 19. Jahrhunderts, später, gegen Ende des Jahrhunderts, Schmoller, Brentano, Knapp u. a.). Sie stellte diese Wissenschaft mehr oder weniger konsequent auf eine historische und statistische Erforschung der Wirtschaft ein, auf die tatsächliche Feststellung ihrer Entwicklung und ihres gegenwärtigen Zustandes, aber auch auf eine Feststellung ihrer Entwicklungsgesetze (oder -Typen). Dieser historischen Schule trat aber nun wieder C. Menger, der Begründer der österreichischen Schule, entgegen (in seinen Untersuchungen über die Methode der Sozialwissenschaften und der politischen Ökonomie insbesondere, 1883) und forderte eine „exakte“, streng theoretische Behandlung der Volkswirtschaftslehre.

In seiner methodischen Untersuchung, die von vorbildlicher Klarheit ist, schied er lange vor Windelbands berühmter Straßburger Rede über „Geschichte und Naturwissenschaft“, 1894, an die dann Rickerts Gegenüberstellung von naturwissenschaftlicher und geschichtlicher Begriffsbildung erst anknüpfte, scharf und prinzipiell zwischen der Geschichte als

einer auf das Individuelle gerichteten Wissenschaft und den auf das Generelle gerichteten, den ‚theoretischen‘ Wissenschaften (a. a. O., S. 3f.). Auf dem üblichen Gebiete der Volkswirtschaftslehre hat man drei verschiedene Gesichtspunkte der Forschung zu unterscheiden: den historischen, den eigentlich theoretischen und den praktischen (S. 7). Der historische Gesichtspunkt richtet sich auf die einzelnen konkreten Erscheinungen der Volkswirtschaft in Vergangenheit und Gegenwart und auf ihren individuellen Zusammenhang in Raum und Zeit. Der theoretische Gesichtspunkt richtet sich dagegen auf die im Wechsel der einzelnen Erscheinungen wiederkehrenden ‚Erscheinungsformen‘, auf das generelle Wesen und die generellen Zusammenhänge, die Gesetzmäßigkeiten. Der praktische Gesichtspunkt geht hingegen nicht auf das, was ist, sondern was sein soll, auf die Grundsätze für das zweckmäßige Handeln, wenn bestimmte menschliche Zwecke erreicht werden sollen. Daher ist die Geschichte (und die Statistik) der Volkswirtschaft und ebenso die Volkswirtschaftspolitik und die Finanzwirtschaft etwas durchaus anderes als eine theoretische Volkswirtschaftslehre.

Das Ziel einer solchen Erkenntnis der generellen volkswirtschaftlichen Erscheinungsformen, läßt sich aber auf zwei Wegen erreichen: einerseits indem man, von der ‚vollen empirischen Wirklichkeit‘ ausgehend, darin die typischen Erscheinungsformen aufsucht, in denen sich die Erscheinungen erfahrungsgemäß wiederholen, und die faktischen Regelmäßigkeiten in der Koexistenz und Aufeinanderfolge der realen Erscheinungen feststellt. Das ist der ‚realistisch-empirische‘ Weg, der aber immer nur zu bloß ungefähren, nicht zu strengen Typen und zu nicht ausnahmslosen Regelmäßigkeiten führen kann, weil ‚kaum jemals zwei konkrete Phänomene, geschweige denn eine größere Gruppe von solchen eine durchgängige Übereinstimmung aufweisen‘ (a. a. O., S. 34, 35). Strenge Typen und exakte, ausnahmslose Gesetze lassen sich nur auf einem anderen Wege gewinnen. Man muß die einfachsten Elemente der Wirklichkeit aufsuchen, in einer nur zum Teil empirisch-realistischen Analyse, d. i. ohne Rücksicht darauf, ob dieselben in der Wirklichkeit als selbständige Erscheinungen vorhanden, ja selbst ohne Rücksicht

darauf, ob sie in ihrer vollen Reinheit überhaupt selbständig darstellbar sind'. Nur so gelangt man 'zu qualitativ streng typischen Erscheinungsformen' (S. 41). Man hat nicht die Regelmäßigkeiten in der Aufeinanderfolge usw. der realen Phänomene' zu untersuchen, sondern 'vielmehr, wie aus den vorhin erwähnten, den einfachsten, zum Teile geradezu unempirischen Elementen der realen Welt in ihrer (gleichfalls unempirischen) Isolierung von allen sonstigen Einflüssen sich kompliziertere Phänomene entwickeln, mit steter Berücksichtigung des exakten (gleichfalls idealen!) Maßes' (S. 41, 42). Demnach ist die Aufgabe der theoretischen Volkswirtschaftslehre 'die Erforschung der ursprünglichsten, der elementarsten Faktoren der menschlichen Wirtschaft, die Feststellung des Maßes der bezüglichen Phänomene und die Erforschung der Gesetze, nach welchen kompliziertere Erscheinungsformen der menschlichen Wirtschaft sich aus jenen einfachsten Elementen entwickeln' (S. 45). Eine solche Wissenschaft kann uns naturgemäß nicht die volle empirische Wirklichkeit der menschlichen Wirtschaft, sondern nur eine besondere Seite oder Komponente derselben verstehen lehren und sie darf 'deshalb auch vernünftigerweise nicht unter dem Gesichtspunkte des einseitigen empirischen Realismus beurteilt werden' (S. 42, 43).

Die theoretische Volkswirtschaftslehre, wie sie Menger da beschreibt, entspricht offenkundig genau dem Wissenschaftstypus der Theorie, wie er vorhin aufgestellt worden ist. Das Merkmal, das an dieser Volkswirtschaftslehre vor allem in die Augen fällt und das auch am ersten Widerspruch erregt hat, ist die Abstraktion. Sie betrachtet abstrakt isolierte und damit ideale, künstliche Gebilde und Verhältnisse: den lediglich nach seinem Interesse handelnden 'homo oeconomicus', vereinfachte Verhältnisse des Angebotes und der Nachfrage usw. Indem sie die Wirtschaft in elementare Bestandteile zu zerlegen und deren elementare Beziehungen aufzustellen bemüht ist, gibt sie eine Konstruktion von Gesetzmäßigkeitskomponenten für die tatsächliche Wirtschaft — ganz so wie die mechanische Theorie für die tatsächliche Bewegung. Und von diesen vereinfachten Bedingungen aus sucht sie die wesenhaften (nicht die konkreten) Er-

scheinungen der Wirtschaft durch Schlußfolgerungen herzuleiten und sie dadurch in ihrer gesetzmäßigen Bedingtheit und damit Notwendigkeit und damit wieder in ihrer strengen, unbedingten Allgemeingültigkeit für jede Wirtschaft beliebiger Entwicklungsstufe der Vergangenheit wie der Gegenwart (a. a. O. S. 40) zu erfassen. All das sind die typischen Merkmale eines idealen deduktiven Systems, einer Theorie.

Indem man den erkenntnistheoretischen Charakter einer solchen Volkswirtschaftslehre als den einer Theorie erkannt, ergeben sich daraus aber sogleich bestimmte Konsequenzen für sie, Ergänzungen und Richtigstellungen des von ihr entworfenen Bildes. Die vereinfachten Bedingungen des Wirtschaftslebens, von denen sie ausgeht, können bloß als Annahmen eingeführt werden, nicht mit dem Anspruch, festgestellte Grundtatsachen des Wirtschaftslebens zu sein. Es sind rein gedankliche Setzungen isolierender Abstraktion, keine Sätze über die Erfahrungswirklichkeit. Das ist besonders von der Kritik oft verkannt worden, z. B. von Ingram<sup>71</sup> (S. 156 bis 172) gegen Ricardo, von Gide und Rist<sup>72</sup> (S. 618) gegen die ‚hedonistische Schule‘, und alle die Einwände, namentlich des Historismus, gegen die Irrealität der Voraussetzungen, welche eine theoretische Volkswirtschaftslehre zugrunde legt, werden damit hinfällig. Auch die volkswirtschaftliche Theorie stellt ein hypothetisch-deduktives System dar. Daher hängt aber die Geltung dieses Systems von der Bestätigung durch die Erfahrung ab. Diese ganze Konstruktion wirtschaftlicher Gesetzmäßigkeiten muß erst noch in ihren Ergebnissen am tatsächlichen Wirtschaftsleben geprüft werden und erst durch die entsprechend festgestellte Übereinstimmung damit erhält sie ihre Gültigkeit. In diesem Punkte ist Menger nicht zu voller Klarheit gekommen. Denn er erklärt nicht nur (S. 41), daß die ‚Ergebnisse der theoretischen Forschung‘ nicht an der vollen empirischen Wirklichkeit geprüft werden dürfen, sondern er macht auch nirgends den Versuch — und ebenso nicht die anderen Theoretiker der Volkswirtschaftslehre —, die Theorien nach Art der naturwissenschaftlichen an ausgewählten, besonders günstigen Fällen der Erfahrung zu verifizieren. Mit dem Charakter der Theorie ist aber auch klar, daß die Zerlegung der Volkswirtschaft in elementare

Faktoren und darum die Aufstellung der vereinfachten, idealen Bedingungen für die Deduktion nur möglich wird auf Grund einer vorausgehenden Analyse und induktiven Erforschung der tatsächlichen Wirtschaftserscheinungen.

Es ist also unzweifelhaft eine Theorie des Wirtschaftslebens (eigentlich speziell der Volkswirtschaft), um die es sich da handelt. Die historische Richtung der Volkswirtschaftslehre bestreitet zwar die Möglichkeit und Berechtigung einer solchen wissenschaftlichen Behandlung der Wirtschaft, denn sie bestreitet — wenigstens in ihren radikalen und prinzipiellen Vertretern (Schmoller) — die Möglichkeit absolut allgemeingültiger Gesetzmäßigkeiten, d. i. überall und allezeit gleichförmiger Abhängigkeiten im Wirtschaftsleben: sie sieht darin immer nur eine individuelle, unvergleichbare Mannigfaltigkeit und darum lediglich historisches Objekt. Aber die Historiker der Wirtschaft sind selbst inkonsequent geworden. Sie haben doch auch eine Klassifikation der festgestellten Wirtschaftstatsachen gegeben und typische Entwicklungsstufen aufgestellt. Man will und kann auf Erkenntnis von Allgemeinem eben auch in der Volkswirtschaftslehre nicht verzichten.

Allgemeine ‚Erscheinungsformen‘ des Wirtschaftslebens lassen sich auf zwei Wegen erkennen: auf dem der Induktion, des empirischen Nachweises der Allgemeinheit als Tatsachenbeziehung, und auf dem der Theorie. Der Weg der Theorie ist bereits vielfach beschritten worden, fast so lange schon, als die Volkswirtschaftslehre besteht. Schon Ricardo hat seine Grundgesetze der Wirtschaft, die der Grundrente, des Lohnes, der Verteilung, auf Grund abstrakter Konstruktionen entwickelt. Er bewegt sich in einer Welt von Abstraktionen. Von mehr oder weniger willkürlichen Voraussetzungen ausgehend, leitet er deduktiv von diesen seine Folgerungen ab<sup>11</sup> (S. 156). Er arbeitet mit den idealen Begriffen eines ‚natürlichen‘ Preises, Arbeitslohnes, Gewinnes gegenüber den schwankenden wirklichen Preisen, Löhnen, Gewinnen. Ricardos Methode ist, ihrer Tendenz nach, wenn auch nicht klar durchgeführt, die der Theorie. Ihre breite und grundsätzliche Verwendung hat diese aber gerade in der modernen Volkswirtschaftslehre erfahren. Gerade in dem Augenblick, als die Lehren der histo-

rischen Schule im Zenith standen, gegen 1872—1874, beanspruchten mehrere hervorragende Volkswirtschaftler gleichzeitig in Österreich, in England, in der Schweiz und in Amerika mit Nachdruck für die Nationalökonomie das Recht, sich als exakte Wissenschaft aufzubauen oder, wie sie sagten, reine Ökonomik zu sein<sup>72</sup> (S. 558).

Das Wesentliche dieser ‚neoklassischen‘ Schule liegt darin, daß sie das Wirtschaftsleben nicht in seiner vollen empirischen Tatsächlichkeit betrachtet, nach all den konkreten Vorgängen und mannigfaltigen Erscheinungen und mit all den Motiven, die darin wirksam sind, so wie die historische Schule es will, sondern nur unter dem Gesichtspunkt einer *Abstraktion*: der Wirtschaftlichkeit des lediglich nach dem Prinzip der Ökonomie wirtschaftenden Menschen. Sie leugnet nicht, daß das menschliche Handeln und damit das Wirtschaften auch von anderen Motiven bestimmt wird; aber sie überläßt es den anderen, den soziologischen und den historischen Wissenschaften, sie zu studieren. „Die Menschen werden nur noch als Kräfte betrachtet, die durch Pfeile wie in den Zeichnungen eines Lehrbuches der Mechanik dargestellt werden. Es handelt sich darum, nachzuweisen, was sich aus ihren Beziehungen untereinander oder ihren Rückwirkungen auf die Umwelt ergibt“<sup>72</sup> (S. 589). Als das Prinzip der Gesetzmäßigkeit, welche diese Beziehungen beherrscht, stellt die österreichische Schule (C. Menger, Sax, Wieser, Böhm-Bawerk u. a.), die heute auch in Amerika zahlreiche Anhänger hat, das psychologische Prinzip des ‚Grenznutzens‘ auf: die ‚mathematische‘ Schule hingegen (vor allem Stanley Jevons und Walras), heute in allen Ländern mit Ausnahme von Frankreich vertreten, sieht es in dem Prinzip des wirtschaftlichen Gleichgewichtes. In Summa führt die neue Schule die ganze Wirtschaftswissenschaft auf eine Mechanik des Tausches zurück und glaubt sich hierzu um so mehr berechtigt, als das hedonistische Prinzip, „das Maximum an Befriedigung mit dem Minimum an Anstrengung zu erreichen“, nur ein Prinzip der reinen Mechanik ist“<sup>72</sup> (S. 609). Die mathematische Formulierung ist dabei aber nicht wesentlich: sie wird nur dort erfordert, wo es sich um quantitative Beziehungen handelt. Aber sie ist es keineswegs, welche die Form der Theorie mit sich bringt — wie



ja auch die österreichische Schule bei ihrer volkswirtschaftlichen Theorie von ihr ganz absieht. Aus angenommenen Bedingungen werden die Folgerungen gezogen und so die wirtschaftlichen Gesetze des Tausches, der Preisbildung, des Lohnes usw. entwickelt. So geht C. Menger in seinen ‚Grundsätzen der Volkswirtschaftslehre‘, 1871, vor und ebenso Walras z. B. in seiner ‚Mathematischen Theorie der Preisbestimmung der wirtschaftlichen Güter‘, 1881, u. a. Sobald Menger in den ersten drei Kapiteln die grundlegenden Begriffsbildungen vollzogen hat, geht er, um die Gesetze der Tauschbeziehung, der Preisbildung usw. zu bestimmen, von idealen Fällen, von vereinfachten Bedingungen aus — er beginnt immer wieder: ‚Setzen wir den Fall . . .‘ (S. 153, 154, 155, 157, 160, 162, 163 usw.!) — und erschließt daraus das für die wirtschaftlichen Beziehungen Bestimmende. Dasselbe Verfahren, nur in mathematischer Weise präzisiert, treffen wir bei Walras an. Nachdem er die Grundbegriffe des Tausches, des Marktes, der Konkurrenz usw. definitiv eingeführt hat, deduziert er aus klar übersichtbaren Bedingungen das Gesetz der Preisbildung usw. — unter Zugrundelegung des Prinzips, daß sich bei freier Konkurrenz von selbst das wirtschaftliche Gleichgewicht (von Angebot und Nachfrage usw.) herstellt, und unter der Voraussetzung — ebenso wie bei Menger — gewisser psychologischer Gesetzmäßigkeit des menschlichen Handelns.

Diese ganze Art, Volkswirtschaftslehre zu treiben, bedeutet also eine deduktive Theorie auf Grund abstrakter Konstruktion der elementaren Bedingungen des Wirtschaftens. Nur der höchst wichtige Endabschnitt in der Theoriebildung: die Prüfung der deduktiven Ergebnisse an konkreten Fällen der Erfahrung fehlt hier. Und dieser Mangel der empirischen Geltungslegitimierung ist wohl der Grund für den Widerstand gegen diese Art der Volkswirtschaftslehre und für den Einwand der Wirklichkeitsfremdheit und der Willkürlichkeit gegen sie bisher gewesen.

### 3. Ansätze in der Geomorphologie und Soziologie.

Hat man einmal die Wissenschaftsform der Theorie in ihrer Eigenart erkannt, so entdeckt man sie auch dort, wo sie erst ansatzweise auftritt und wo man sie gar nicht erwarten

würde. So z. B. in der Geomorphologie. Die Grundbegriffe für die erklärende Beschreibung der Landschaften werden von W. M. Davis in der Weise entwickelt, daß er von einer ‚Ur-Landoberfläche‘ ausgeht, welche durch den frisch gehobenen Meeresboden gebildet wird. Durch die Erosion, die nach empirisch bekannten Gesetzen wirkt, werden die ursprünglichen Formen derselben über eine Folge von Zwischenformen verschiedener Stadien (junge, reife, alte) in Endformen übergeführt<sup>74</sup> (Kap. V d. deutschen Ausg.). Dieser ‚schematische Begriff‘ der Erosionszyklen und ihrer Entwicklungsstadien enthält mehr als eine bloße Systematik morphologischer Typen; denn er stellt nicht einfach empirische Gattungen der Oberflächenformen, die sich induktiv ergeben, zusammen, sondern in ihm wird deutlich eine deduktive Ableitung der möglichen und notwendigen Formen aus einfachen Bedingungen versucht. Und diese Ausgangsvoraussetzungen sind ideale: ‚wir stellen uns vor, daß Meeresgrund rasch gehoben wird . . .‘ (S. 81). Von ihnen aus werden deduktiv ‚Idealformen‘ (S. 88) abgeleitet; ihre Entsprechungen in der Wirklichkeit sind dann aufzusuchen und durch sie zu beschreiben. So unvollkommen diese ‚erklärende Methode der Behandlung der Formen des Landes‘ (S. 88) auch ein ideelles hypothetisch-deduktives System vorstellt, es ist doch nichts anderes als ein solches, das damit eigentlich erstrebt wird — was bei der Kritik<sup>74</sup> dieser Methode bisher verkannt worden ist.

So auch in der Soziologie (oder richtiger: in einem Programm der Soziologie). Die Art, in der Dürkheim<sup>75</sup> zur Aufstellung der soziologischen Typen gelangen will, ist deutlich die einer deduktiven Theorie, wenn auch in den ersten Ansätzen. Er will ausgehen von der Definition der ‚einfachen Gesellschaft‘, mit der die soziale Entwicklung beginnt. ‚Unter einer einfachen Gesellschaft muß jede Gesellschaft verstanden werden, die keine anderen einfacheren einschließt‘ (S. 111). Dieser Forderung entspricht nach ihm die Horde oder der Clan. Ist dieser Begriff der Horde oder der monosegmentären Gesellschaft einmal aufgestellt, sei es als historische Realität oder als Postulat der Wissenschaft [!], so ist der notwendige Stützpunkt gegeben und die vollständige Stufenleiter der sozialen Typen zu konstruieren [!]. Man wird so viele

Grundtypen unterscheiden, als Kombinationsmöglichkeiten der Horden untereinander und der durch deren Verbindung entstandenen Gesellschaften vorhanden sind.<sup>1</sup> So kommt man zu ‚einfachen‘ und ‚zusammengesetzten‘ polysegmentären Gesellschaften, für die man dann die entsprechenden ‚Beispiele‘ (S. 112) — eigentlich Bestätigungen — in der Wirklichkeit aufzusuchen hat. Die charakteristischen Eigenschaften einer ideellen hypothetisch-deduktiven Theorie sind auch da deutlich vorhanden: der ideale und konstruktive Charakter, die deduktive Ableitung und die nachfolgende empirische Verifikation. Dabei sieht man aber aus den Erfordernissen einer Theorie heraus nun sogleich, daß, wenn man die sozialen Aggregatformen aus einem zugrunde gelegten ‚elementaren sozialen Aggregat‘ (S. 111) ableiten will, die dafür unentbehrliche Angabe der Verbindungsgesetzmäßigkeit dieser Aggregate untereinander fehlt. Mag das Ganze auch ein Programm sein und noch dazu eines, dessen vorläufige Unausführbarkeit offenbar ist: ja mag man das voreilige Deduzieren ohne hinreichende Erforschung der Tatsachen unter die Kinderkrankheiten einer werdenden Wissenschaft rechnen — es zeigt doch gerade, wie tief das Bedürfnis nach Einsicht in den inneren Zusammenhang und eben deshalb nach einem deduktiven System gegenüber bloßer empirischer Aufsammlung in der Wissenschaft überhaupt wurzelt.

#### IV. Die Wissenschaftsform der Theorie.

Damit ist wohl hinreichend gezeigt, daß der eigentümliche Wissenschaftstypus des ideellen hypothetisch-deduktiven Systems nicht lediglich der Mathematik zukommt, sondern auch anderen Wissenschaften, in erster Linie der Mechanik, also einer Realwissenschaft, aber auch anderen Realwissenschaften, wenn auch nicht in ihrer Gänze, so doch teilweise. Damit ist diese Wissenschaftsform als eine allgemeine erwiesen; sie ist nicht bloß die spezifisch mathematische, sondern diese ist nur ein spezieller Fall einer ganz allgemeinen Wissenschaftsform. Und diese allgemeine Wissenschaftsform, in der sonst das ideelle hypothetisch-deduktive System vorliegt, ist die Theorie.

Das logische Wesen einer Theorie besteht darin, daß von klar ausgesprochenen Grundannahmen ausgegangen wird, daraus mit logischer Strenge durch Einführung spezieller Bedingungen Folgerungen abgeleitet werden und diese darauf mit der Erfahrung verglichen und so an ihr verifiziert werden. Die empirische Verifikation bildet aber einen eigenen und andersartigen Abschnitt. Sie experimentiert, beobachtet und vergleicht die deduktiven Ergebnisse mit der Beobachtung. Sie führt damit einen neuen, anderen Geltungsgrund ein: Erfahrung, während die eigentliche Theorie hinsichtlich ihrer Geltung von der Erfahrung vollständig unabhängig bleibt und lediglich auf der logischen Stringenz beruht. Die Verifikation küpft nur an die speziellen Folgerungsergebnisse, an die „Randwerte“ einer Theorie an. Das eigentliche deduktive Gefüge der Theorien läßt sich daher von der Verifikation ohneweiters loslösen und für sich betrachten. Dann besteht sie in einem ideellen hypothetisch-deduktiven System genau so, wie das der Mathematik es ist.

Denn für eine Theorie ist der deduktive Charakter wesentlich; sie ist ein System von Folgerungen und als solches ganz unabhängig von der Erfahrung. Eine Theorie ist immer auch ein hypothetisch-deduktives System, denn die Deduktionsgrundlagen, von denen aus sie folgert, sind nicht — wie an der Mechanik ausführlich gezeigt wurde — Erfahrungssätze in dem Sinn, daß sie Erfahrungstatsachen konstatieren, sondern frei gewählte Annahmen. (Über ihr Verhältnis zur Erfahrung siehe später S. 158 f.) Und diese Grundannahmen sind immer ideale, d. i. solche, welche sich mit den erfahrungsgegebenen Verhältnissen der Wirklichkeit nicht vollständig decken, sondern ausgewählte, vereinfachte Bedingungen hinstellen. Eine Theorie weist somit alle die wesentlichen Eigenschaften eines hypothetisch-deduktiven Systems auf. In der Form der Theorie eines größeren oder kleineren Gegenstandsgebietes stellt dieses also eine ganz allgemeine Art von Wissenschaftsgestaltung dar.

Sie bedeutet einen ganz andersartigen Aufbau der Wissenschaft als in den nichttheoretischen Erfahrungswissenschaften. Die Grundbegriffe und Grundbeziehungen sind nicht erst induktiv zu erarbeiten, sondern sie werden als

freigewählte Annahmen eingeführt und klar und übersichtlich an den Anfang gestellt. Auf Grund dessen kann man dann ganz selbständig vorgehen und durch Einführung besonderer Kombinationen der Elemente selbst die Bedingungen der zu ermittelnden Verhältnisse festlegen und genau bestimmen. Das ist die grundsätzliche Art wissenschaftlichen Aufbaues in einer Theorie.

Das erste Erfordernis dafür ist demnach, daß man die Elemente und ihre Verknüpfungsgesetzmäßigkeit vollständig und genau anzugeben vermag. Nur wo das der Fall ist, wird eine Theorie möglich. Dabei ist es aber bis zu einem gewissen Grade beliebig, welche man als die letzten undefinierbaren Begriffe und unbeweisbaren Sätze gelten lassen will. Sie sind nicht immer eindeutig bestimmt, sondern auswechselbar. Sie werden ausgesprochen in einem System von Axiomen.

In den deduktiven Ableitungen innerhalb der Theorie werden die Grundbegriffe aber immer nur als Glieder der Beziehungen verwendet, welche als die Grundbeziehungen aufgestellt worden sind. Eine über das Formale hinausgehende inhaltliche Bestimmtheit der Grundbegriffe ist daher logisch nicht erforderlich und, falls vorhanden, logisch überschüssig. Eine Theorie ist logisch eben nichts als ein deduktives Beziehungssystem. Ihre unmittelbare Gültigkeit betrifft immer nur Beziehungen.

Daher sind die in den Grundbegriffen eingeführten Elemente für die Theorie dadurch hinreichend bestimmt, eben Glieder dieser Beziehungen zu sein. Durch die Grundbeziehungen werden zugleich die Grundbegriffe in einer für die Theorie ausreichenden Weise festgelegt, wenn sie auch ihren individuellen inhaltlichen Eigenschaften nach dabei völlig unbestimmt bleiben. Sie werden zwar nicht ihrer materialen Eigenart nach explizit definiert, aber doch eindeutig umschrieben, implizit definiert.<sup>70</sup> Die Grundbeziehungen (z. B. 'gleich' oder 'zwischen') stellen aber selbst wieder etwas Undefinierbares, Letztes dar. Auch sie können nicht direkt inhaltlich bestimmt, explizit definiert werden und dürfen auch nicht einfach vorausgesetzt werden. Aber auch sie lassen sich in einer hinreichenden Weise indirekt präzisieren — durch dasjenige, was sie innerhalb der Theorie von einander unterscheidet:

das ist das spezielle Verknüpfungsgesetz für eine solche Beziehung.<sup>17</sup> Diese Verknüpfungsgesetze sind es darum eigentlich, welche rein logisch den Inhalt der Axiome bilden.

Die Axiome sind an und für sich, ohne Beziehung auf die empirische Verifikation, keine Urteile, die absolut wahr oder falsch wären, sondern sie geben nichts als die logischen Voraussetzungen für das deduktive (axiomatische) System. Sie sind freie Annahmen, willkürliche Setzungen ohne Wahrheitsanspruch.

Das Axiomensystem einer Theorie muß, um logisch vollkommen zu sein, den beiden Forderungen genügen: der Unabhängigkeit der einzelnen Axiome von einander — sonst ließen sich noch einige auf die anderen zurückführen — und ihrer Widerspruchlosigkeit — sonst ließen sich keine eindeutigen Folgerungen daraus ziehen. Solange man die Axiome für absolut gültig durch Selbstevidenz hält, muß die Widerspruchlosigkeit eines Axiomensystems nicht erst bewiesen werden. So Frege<sup>41</sup> (S. 321): „Die Axiome widersprechen einander nicht, da sie wahr sind. Das bedarf keines Beweises.“ Ein solcher wird daher aber sofort notwendig, sobald sie nicht mehr durch Selbstevidenz gelten. Die Widerspruchlosigkeit eines Axiomensystems läßt sich nur dadurch erweisen, daß man ihm Sätze der Arithmetik substituiert und dann in den Folgerungen daraus zu bewiesenen oder beweisbaren Sätzen der Arithmetik geführt wird<sup>41</sup> (S. 15, 16). Dazu auch<sup>27</sup> (S. 325). Die Widerspruchlosigkeit der Arithmetik selbst hat in letzter Zeit erst Hilbert<sup>18</sup> zu demonstrieren versucht.

Aus den Axiomen als Prämissen werden die Folgerungen als rein formale Konsequenzen aus Substitutionen durch Identitäten gezogen<sup>41</sup> (S. 38), nicht auf Grund irgend konkreter, weitergehender inhaltlicher Bestimmtheit als sie in den Axiomen gegeben ist. Infolge dieses rein formalen Folgerungscharakters zusammen mit der materialen Unbestimmtheit der Grundbegriffe wird es daher möglich, daß eine Theorie auch mehrere inhaltliche Interpretationen zuläßt. Denn die in den Axiomen geforderten Eigenschaften sind nur relative, Eigenschaften von Gegenständen im Verhältnis zu einander, nicht absolute; und es kann daher sein, daß mehrere Arten von Gegenständen diese relativen Eigenschaften auf-

weisen, d. i. in diesem gegenseitigen Verhältnis zu einander stehen und damit den Bedingungen der Axiome genügen. Eine solche Theorie ist dann für mehrere Arten von Gegenständen verwendbar. „So sind beispielsweise die Gleichungen, welche die Vorgänge der Wärmeleitung, respektive die der Flüssigkeitsströmung und die der Kräfte im elektrostatischen Felde beherrschen, in allen drei Fällen gleichlautend: es bedarf infolgedessen nur einer passenden Übersetzung des Inhalts, um die Resultate der einen Theorie auf die Gegenstände der anderen unmittelbar zu übertragen“<sup>77</sup> (S. 343). „Vollkommen axiomatisch hat z. B. Christoffel die Übertragbarkeit der Differentialgleichungen der Wärmeleitungstheorie auf die Theorie des Welthandels begründet und diese Gleichungen so abgeleitet, daß ihre Gültigkeit für beide Probleme unmittelbar einleuchtet“<sup>78</sup> (S. 115). Das axiomatische Verfahren ist, wie sich damit zeigt, nicht bloß eine Methode der neueren Mathematik, sondern die der Theorie überhaupt<sup>79</sup> (S. 406).

Das sind die wesentlichen Eigenschaften der allgemeinen Wissenschaftsform des hypothetisch-deduktiven Systems oder der idealen Theorie, die sich uns aus der vergleichenden Betrachtung konkreter Wissenschaften ergeben haben. Das Spezifische dieser Wissenschaftsform liegt darin, daß man den Boden der Erfahrungswirklichkeit verläßt und ideale Verhältnisse konstruiert, aus denen man seine Schlüsse zieht. Warum man das tut, erklärt und rechtfertigt sich aus dem, was man damit an Erkenntnis gewinnt. Man muß von vereinfachten, selbstgewählten, idealen Verhältnissen ausgehen, um die Bedingungen vollständig zu kennen, weil nur dann eine deduktive Ableitung der speziellen Verhältnisse möglich wird. Indem man sie deduziert, werden sie als Ergebnis einer einheitlichen Gesetzmäßigkeit dargestellt und damit als notwendig — und nicht bloß tatsächlich — erkannt. Der Sinn und Wert dieser Wissenschaftsform liegt in ihrer besonderen Erkenntnisleistung. Sie allein gibt Einsicht in eine großzügige Gesetzmäßigkeit spezieller Verhältnisse. Indem sie diese als Folgen einiger einfacher Grundbeziehungen erkennen läßt, gibt sie weit mehr, als was bloß empirische Feststellung und Gattungsbegriffsbildung geben kann: Einsicht in den notwendigen inneren Zusammenhang eines Gegenstandsgebietes. Es ist also

mehr als bloß eine ökonomisch-ästhetische Zusammenfassung und Klassifikation induktiver Gesetze (wie Duhem<sup>28</sup>, 2. Kap.) und keineswegs eine Sache der bloßen Darstellungsform; es ist nicht so, daß man induktive Ergebnisse nachher in eine systematische deduktive Form bringt, sondern um das zu können, muß man etwas Neues leisten: die Konstruktion der Tatsachen zu einer einheitlichen Gesetzmäßigkeit, zu einem in sich geschlossenen System.

## V. Theorie und Erfahrungswirklichkeit.

### 1. Die Anwendung der Mathematik.

Eine vergleichende Betrachtung der Wissenschaften hat also ergeben, daß das hypothetisch-deduktive System, die Theorie, eine allgemeine Art wissenschaftlichen Erkennens, nicht bloß die spezielle Form der Mathematik ist. Aber es scheint doch ein wesentlicher Unterschied zu bestehen zwischen dem hypothetisch-deduktiven System in der Mathematik und in den anderen Wissenschaften: dort ist es völlig selbständig und sich selbst genug, von der Wirklichkeit völlig unabhängig; hier dagegen sind es nichts weniger als lediglich ideelle Systeme, sie sind durchaus auf empirische Wirklichkeit bezogen, vielmehr sogar: sie bilden die theoretische Grundlage unserer Wirklichkeitserkenntnis.

Im Grunde ist aber das Verhältnis des deduktiven Systems zur empirischen Wirklichkeit doch das gleiche. Auch die Mathematik findet ja die ausgedehnteste Anwendung auf die Wirklichkeit im Zählen und Messen realer Objekte, in der Bestimmung und Berechnung des empirischen Raumes nach geometrischen Gesetzen. Auch die Mathematik will nicht immer bloß ideelles System, sondern, als angewandte, auch Wirklichkeitserkenntnis sein. Ein Unterschied zwischen dem hypothetisch-deduktiven System in der Mathematik und in den Realwissenschaften liegt nur darin, daß das mathematische selbständig für sich allein entwickelt wird, sonst hingegen nur mit Rücksicht auf die Erfahrung. Aber da wie dort tritt ein ideelles System zur Erfahrungswirklichkeit in Erkenntnisbeziehung und es knüpft sich dadurch an die wissenschaftliche Form des ideellen Systems allgemein das Problem: Wieso



können Grundsätze über ideelle Verhältnisse, welche von der Erfahrung unabhängig oder über alle Erfahrung hinausgehend einfach definitorisch hingestellt werden, zu Ergebnissen führen, die mit den Erfahrungstatsachen übereinstimmen — wenigstens nahezu, in einer außerordentlichen Annäherung?

Für die Mathematik ist es das Problem der Anwendung: Wieso kann ein ideelles apriorisches System auf die Erfahrungswirklichkeit angewendet werden? Sind die Zahlen „freie Schöpfungen des menschlichen Geistes“, wie Dedekind sagt (a. a. O., S. VIII u. 21), und ebenso die geometrischen Gebilde — wieso lassen sie sich aber dann auf die empirische Wirklichkeit anwenden?

Dazu muß zuerst klargestellt werden: Was heißt „Erfahrungswirklichkeit“? Ich meine damit die Erde und die Menschen und die Elemente usw. als einen Bereich, der als „wirklich“ charakterisiert wird im Gegensatz zu bloß gedachten, ideellen Gegenständen und Beziehungen, und den wir immer nur mit Hilfe von Erfahrung erkennen können. Es sind die Gegenstände, auf welche Physik und Chemie und die biologischen Wissenschaften, Geschichte und Psychologie usw. sich beziehen. Wenn die Erkenntnistheorie finden sollte, daß diese Erfahrungswirklichkeit nur in „Erscheinungen“ des Bewußtseins besteht und keine Existenz außerhalb desselben, an sich besitzt, so ist das für uns gleichgültig. Es handelt sich dann eben um die Anwendung auf diese „Erscheinungswirklichkeit“. Es handelt sich nicht um eine weitere erkenntnistheoretische Interpretation von „Erfahrungstatsachen“, ob realistisch oder idealistisch. Ob der Raum eine Beschaffenheit der Welt an sich oder eine menschlich-subjektive Anschauungsform ist, bleibt also völlig außerhalb unseres Gesichtspunktes. Er ist jedenfalls die unabstreifbare Form unserer empirischen Wirklichkeit. Unter „Erfahrungswirklichkeit“ wird nichts anderes verstanden als die objektiven Tatsachen, wie sie auf Grund von Wahrnehmungen und induktiv erkannt werden. Um erkenntnistheoretisch möglichst voraussetzungslos zu bleiben, braucht man darin nichts anderes zu sehen als einen geordneten Zusammenhang von Sinnesdaten. Es handelt sich dann bei der Anwendung einer Theorie auf die Erfahrungswirklichkeit eigentlich darum:

Wieso läßt sich ein ideelles System auf den Zusammenhang des sinnlich Gegebenen anwenden?

Die andere Frage ist: was heißt „Anwendung“? Ein einfaches Beispiel für die Anwendung bildet die Triangulierung bei der kartographischen Landesvermessung. Sie beruht auf dem geometrischen Satz, daß ein Dreieck vollständig bestimmt und daher zu berechnen ist, wenn eine Seite und die beiden anliegenden Winkel bekannt sind. Man mißt deshalb eine geeignete Strecke der Erdoberfläche aufs genaueste ab, bestimmt von ihren Endpunkten aus durch Visieren die Winkel, welche die Strecke mit den Richtungen zu einem markanten Punkt der Erdoberfläche (einer Bergspitze z. B.) bildet, und berechnet daraus die beiden anderen Dreieckseiten, welche die nicht meßbaren Entfernungen zwischen den Endpunkten der Grundlinie und dem anvisierten Punkt darstellen. Die Anwendung besteht somit darin, daß man in Beziehungen eines ideellen Systems konkrete Werte auf Grund von Erfahrung einsetzt und dann die Werte, die sich daraus dem System gemäß ergeben, wieder als solche der Erfahrung betrachtet. Das fundamental Bedeutsame dabei ist aber das, daß diese Übertragung des theoretischen Ergebnisses auf die Erfahrungswirklichkeit durch die Erfahrung bestätigt wird. Man kann die aus einem Triangulierungsdreieck errechnete Entfernung zweier Erdoberflächenpunkte auch aus anderen Triangulierungsdreiecken berechnen, oder auch auf Grund astronomischer Ortsbestimmungen, und man wird annähernd denselben Wert erhalten. Das theoretisch gefolgerte Ergebnis ergibt sich also auch von anderer Seite her, von anderen Erfahrungsdaten aus; oder es läßt sich eventuell auch direkt auf Grund von Erfahrung feststellen. Es wird so oder so durch die Erfahrung „verifiziert“. Daß dieses Zusammenpassen oder selbst Zusammenfallen konkreter theoretischer und empirischer Werte, in dem die Übereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung besteht, überhaupt der Fall ist, das ist eine Tatsache. Und im Problem der Anwendbarkeit handelt es sich um das theoretische Verständnis und die Erklärung dieser Tatsache.

Für Kant ist die Erklärung dieser Tatsache einfach. Die Mathematik gilt, muß gelten für den ganzen Bereich der Erfahrung, weil ihre Sätze auf Grund reiner Anschauung gel-

ten, welche die a priori notwendige Form der synthetischen Anordnung alles Sinnlichen überhaupt ist; also weil die mathematischen Sätze auf derselben apriorischen Anschauung beruhen, auf der zugleich eine erste Synthesis, eine ordnende Zusammenfassung des sinnlich Gegebenen zur Erfahrung beruht. Die apriorische Bedingung aller Erfahrung ist zugleich das Geltungsfundament der Mathematik.

Aber es ist heute nicht mehr zu bestreiten, daß die mathematischen Sätze und selbst die mathematischen Axiome nicht von einer reinen Anschauung Geltung erlangen. Dann wird aber ihre Geltung für die Erfahrung zum Problem. Es besteht zwar auch dann noch eine weitgehende Analogie zwischen der erkenntnistheoretischen Stellung der mathematischen Axiome und den reinen Anschauungsformen zur Erfahrung. Denn wie nach Kant die Anschauungsformen den konkreten Aufbau der Erfahrung schon von vornherein bestimmen, so auch die Axiome der Mathematik. Wenn auch unsere vorwissenschaftliche Erfahrung von den Axiomen der Mathematik nichts weiß — die wissenschaftliche Erfahrung baut sich doch schon durch die Benützung der Mathematik im Messen, Zählen und Berechnen auf; diese liegt ihr deshalb als wesentliche Voraussetzung schon zugrunde. Und so könnte man vielleicht meinen, daß auch dann so wenig ein Problem der empirischen Anwendbarkeit der Mathematik besteht wie bei Kant. Aber man muß doch fragen: Wieso kann die Mathematik einer wissenschaftlichen Erfahrungsbildung überhaupt zugrunde gelegt werden? Konkrete Erfahrung erfordert ja vor allem auch Sinnesdaten (in Beobachtung und Experiment). Kann man nun für die Ordnung des sinnlich Gegebenen jedes beliebige Axiomensystem zugrunde legen? Ist es eine Sache der freien Wahl, welches wir uns ausdenken, und läßt sich ein jedes im sinnlich Gegebenen durchführen? Oder hat die Anwendbarkeit von Axiomensystemen auf das Sinnliche innere Bedingungen? und welche? Das soll nun im Folgenden untersucht werden.

Um die allgemeinste Bedingung für die Anwendbarkeit einer Theorie klarzulegen, gehe ich von dem einfachsten Fall dessen aus, daß ein abstraktes Gedankengebilde auf einen konkreten Fall angewendet wird: von der Anwendung einer

**Definition.** Sie besteht darin, daß man prüft, ob der konkrete Sachverhalt — ein ideeller oder empirischer — die in der Definition festgestellten Merkmale aufweist. (Darum wird in der Mathematik [seit Kronecker] die Forderung der Entscheidbarkeit an jede Definition gestellt: es soll jedesmal, wenn ein konkreter Sachverhalt vorliegt, auf Grund der Definition zu entscheiden sein, ob der darin eingeführte Begriff auf ihn anwendbar ist oder nicht<sup>19</sup> [S. 357].) Darnach verlangt die Anwendung einer Theorie auf die konkrete Erfahrung die Prüfung, ob der Sachverhalt, der in den Axiomen als ein ideeller festgesetzt ist, in dem betreffenden Erfahrungsbereich konkret aufzuweisen ist: d. h. die axiomatischen Beziehungen müssen durch empirisch gegebene und kontrollierbare Daten befriedigt werden, also sich zwischen solchen herstellen lassen. Sofern die Axiome aber bloß formal bestimmt sind, erfordert das daher eine Zuordnung der empirischen Daten zu den Elementen der Theorie.

#### **a) Die Grundlagen der Anwendbarkeit der Arithmetik.**

Es soll zunächst die Grundlage der Anwendbarkeit für die Arithmetik untersucht werden. Die allgemeine Bedingung ihrer Anwendbarkeit auf die Erfahrungswirklichkeit ist, daß dieses Wirkliche zählbar ist: und die Bedingungen der Zählbarkeit werden gegeben durch das Wesen der Zahl. Da sich die Zahl explizit definieren läßt, lassen sich die Bedingungen der Zählbarkeit und damit der Anwendbarkeit der Zahl auf die Wirklichkeit klar angeben.

Wenn wir auf Grund der (S. 78f.) vorausgegangenen Analyse des Zahlbegriffes nochmal überblicken, was der Zahl in letzter Linie zugrunde liegt, so ist es erstens die Grundtatsache der Mehrheit (der Menge), die Grundtatsache, die sprachlich durch den Plural ausgedrückt wird. Mehrheit erfordert aber nicht durchaus Individuen, sondern nur Individualisierbares, Unterscheidbares, das aber in irgendeiner Hinsicht gleichartig ist, eine gemeinsame Beschaffenheit oder Beziehung aufweist und dadurch als eine Menge oder Mehrheit, d. i. Klasse, zusammenfaßbar wird.

Aber Zahl ist nicht einfach Mehrheit, sondern ein besonderes Moment an einer Mehrheit, dasjenige, woraufhin Mehr-

heiten verglichen werden: die ‚quantitative‘ Gleichheit oder Verschiedenheit (Bestimmtheit) gegenüber aller ‚qualitativen‘ — so kann man dieses Moment umschreiben, aber es nicht weiter auf anderes zurückführen. Eine Mehrheit von Gegenständen — nicht realen, sondern Denkgegenständen! — heißt: in quantitativer Hinsicht gelten sie als gleich, als dasselbe. Aber dasselbe ist in ihnen mehrfach vorhanden; und in der Art dieses mehrfach Vorhandenseins eines selben sind die Mehrheiten verschieden — das ist eben die ‚quantitative‘ Hinsicht. Auch die gegenseitige Zuordnung der Gegenstände der Mengen ist nur der einfachste Weg, um das Verhältnis von konkreten Mehrheiten in eben dieser Hinsicht festzustellen. Als qualitativ dasselbe bilden die Gegenstände einer Menge eine höhere Einheit, eben die Menge als Gattung (Klassé). Aber auch in quantitativer Hinsicht, als Mehrfach-Setzungen eines selben lassen sie sich zu einer höheren Einheit zusammenfassen: zur Mengen-Gattung als Anzahl. Nach der Verschiedenheit in der Art des Mehrfach-Vorhandenseins eines selben sind sie als individuelle Anzahlen charakterisiert. Anzahl ist ein spezifisches Moment, eine ursprüngliche, unzurückführbare Bestimmtheit an einer Mehrheit von Gegenständen. Die natürliche Zahl spricht daher einen Ursachverhalt aus. Die Zahlen sind wohl eine ‚Schöpfung des Geistes‘ — so wie es eben jede Begriffsbildung ist. In einer Zahl werden gleichzählige Mengen von Gegenständen zu einer höheren Einheit zusammengefaßt, die nur für den Geist besteht. Aber die Bestimmtheit, welche die natürlichen Zahlen damit festlegen, ist etwas, das an jeder Mehrheit objektiv vorhanden ist. Wenn einmal die Elemente einer Menge gegeben sind, so ist die Zahl derselben etwas Festes, Unverrückbares.

Damit liegt der Grund für die Anwendbarkeit der Zahlen auf die Erfahrungswirklichkeit klar zutage. Ist eine Zahl ihrem Wesen nach ein gattungsmäßiges Moment (zweiter Stufe) an jeder Menge, so läßt sich überall dort, wo eine Klasse, also eine Mehrheit vorliegt, auch eine Zahl feststellen. Sobald unbestimmte Mehrzahl vorliegt, läßt sie sich zur bestimmten Anzahl präzisieren, durch Vergleichung mit allen anderen Mehrzahlen, nämlich durch Zuordnung zur gedank-

lichen Normal- und Universalordnung der quantitativen Mengengattungen — der Zahlenreihe. Da diese einfache Bedingung einer Mehrheit oder Menge empirisch so leicht und so oft erfüllt ist, können auch in der Erfahrung in so ausgedehntem Maße Zahlen festgestellt werden.

Mit der Anwendbarkeit der Zahlen ist auch die der Arithmetik zunächst wenigstens in dem Sinne gegeben, daß die Anzahlen von empirisch realen Mengen in solche rein gedankliche Beziehungen zu einander gebracht werden können, wie sie die Arithmetik in Betracht zieht. So kann man den Prozentsatz der Blinden in einer Bevölkerungsmenge als rein gedankliches Verhältnis bestimmen. Die Anwendbarkeit der Arithmetik ist damit aber noch nicht auch in dem Sinne gewährleistet, daß man aus den bekannten Anzahlen realer Teilmengen die Anzahl der realen Gesamt-mengen errechnen kann, so wenn ein Beamter aus den ursprünglich übernommenen, den ausgegebenen und den eingelangten Stücken von verrechenbaren Drucksorten die bei ihm gegenwärtig erliegende Anzahl derselben bestimmt. Und wenn diese mit der unmittelbar abgezählten Anzahl derselben nicht stimmt und er nun nach den fehlenden Stücken oder nach einem Rechenfehler oder nach einem Irrtum im Rechnungsansatz sucht, so beruht das alles noch auf der Voraussetzung, daß die arithmetische Summierung und Subtraktion der Anzahlen realer Teilmengen eine Anzahl ergibt, welche dieselbe ist wie die tatsächliche Anzahl der realen Gesamtmenge. Diese Voraussetzung ist dadurch gerechtfertigt, daß überall, wo Klassen (Mengen) vorliegen, auch die Beziehungen der logischen Addition und Multiplikation bestehen — sofern überhaupt Logik in der Wirklichkeit gilt. Weil die arithmetischen Grundbeziehungen auf die allgemeinsten logischen Beziehungen zurückgehen, so müssen auch sie in der Wirklichkeit, wo empirisch Klassen gegeben sind, zwischen ihnen bestehen. Warum und inwieweit die Logik in der Wirklichkeit gilt oder die Wirklichkeit eine logische Struktur hat, das ist eine eigene, eine andere Frage.

Daß solche Arten von Beziehungen zwischen Mengen, wie sie die Arithmetik rein gedanklich betrachtet, die Vereinigung von Mengen zu einer neuen Menge oder die

Verminderung einer Menge um eine Teilmenge derselben, oder die Abhängigkeit von Mengen voneinander in ihrer Änderung usw., auch realiter in der Erfahrung bestehen, heißt aber nur, daß die Beziehungen, auf denen die arithmetischen Grundoperationen beruhen, in den empirisch gegebenen Klassen objektiv fundiert sind: es heißt aber nicht, daß realiter vor sich gehende Vereinigungen von Mengen (z. B. von zwei gleichen Volumina Wasserstoff und einem gleichen Volumen Sauerstoff) immer den arithmetischen Beziehungen entsprechen müssen (drei Volumina Wasser ergeben müssen). Das hat wieder weitere (physikalisch-chemische) Voraussetzungen: daß sich die Elemente von Mengen bei der realen Vereinigung nicht verändern. Daß dies tatsächlich oft der Fall ist, ist nun eine vielfache Erfahrung. Im arithmetischen Begriff der Summe oder der Differenz . . . ist ja nur das allgemein formuliert, was in den vielfachen Formen des Hinzufügens, Dazukommens oder Wegnehmens usw. konkret erfahren worden ist. Aber es ist eine eigenc. neue Erfahrung: es ist mit der bloßen Anwendbarkeit der Arithmetik noch nicht gegeben.

Die Grundlage für die Anwendbarkeit der Arithmetik auf die Erfahrungswirklichkeit liegt also darin, daß die Beschaffenheit, welche für die Zahl wesentlich ist (Klasse, Menge, Mehrheit, d. i. Unterscheidbares, aber in irgendeiner Hinsicht als gleichartig Zusammenfaßbares) und die Grundarten der Beziehungen zwischen Klassen (Mengen, Mehrheiten), welche die Arithmetik betrachtet, in der Erfahrung an wirklichen Gegenständen oder Vorgängen anzutreffen sind; daß sie nicht mehr wie in der Arithmetik bloß gedanklich vorausgesetzt werden, sondern empirisch zu konstatieren sind, daß es Klassen samt ihren Beziehungen wirklich gibt. Weil das empirisch Wirkliche die Beschaffenheit und Beziehungen aufweist, welche die Arithmetik in der Zahl und ihren Rechnungsoperationen rein gedanklich voraussetzt und isoliert behandelt, darum gilt von ihm die ganze Arithmetik mit all dem, was sie an Beziehungen zwischen Zahlen rein gedanklich erschließt. Es gilt, weil es sich damit gar nicht um etwas Zweites, Anderes, Neues neben dem arithmetischen Gehalt, sondern nur um ein und dieselbe eben in der Arithmetik wesentliche Be-

schaffenheit und Beziehung handelt. Diese sind hier nur noch außerdem zugleich in einem konkreten Fall empirisch wirklich vorhanden, sie liegen in Verbindung mit anderen Beschaffenheiten vor — das Zählbare der Erfahrungswirklichkeit bestimmt immer benannte Zahlen, während es die Arithmetik immer nur mit unbenannten, reinen Zahlen zu tun hat — und darum gilt nun das, was von der arithmetischen Beschaffenheit und Beziehung gilt, eben zugleich auch in Verbindung mit anderen Eigenschaften und für etwas Wirkliches. Für das, was sich aus der arithmetischen Beschaffenheit und Beziehung ergibt, ist das aber eigentlich ein gleichartiges und zufälliges Superplus. Die Arithmetik gilt somit für die Erfahrungswirklichkeit, weil oder sofern die Logik gilt, weil dann die Erfahrungswirklichkeit die Beschaffenheit und die Beziehungen aufweist, welche die Arithmetik gedanklich voraussetzt.

#### b) In der Geometrie.

Anders liegen die Verhältnisse bei der Geometrie, denn die geometrischen Grundbegriffe und -beziehungen lassen sich im eigentlich räumlichen Sinn nicht explizit definieren. Was sich an ihnen definitorisch fassen läßt, das ist ein System von Relationen zwischen Symbolen, bei dem alles, Beziehungen und Beziehungsglieder nur formal (allgemein logisch) bestimmt ist, inhaltlich aber völlig unbestimmt bleibt. Es kann daher Beliebiges in dieses System eingesetzt werden, sofern es nur die axiomatisch festgesetzten formalen Bedingungen erfüllt. Um den geometrischen Grundbegriffen den spezifisch räumlichen Sinn zu geben, den der euklidischen 'Definitionen', muß man sie bereits auf die in der Wahrnehmung vorliegende Räumlichkeit anwenden: d. h. es werden Elemente und Beziehungen aus dieser in die formalen Symbole und Relationen eingesetzt. Die geometrischen Grundbegriffe im euklidischen Sinn enthalten eine zweifache Bestimmtheit: die formale, rein mathematische und zugleich auch eine nur von der Anschauung her erfäßbare — die spezifisch räumliche. Diese Anwendung beruht darauf, daß Relationen von der formalen Art, wie sie die Axiome festsetzen, in der Erfahrung in concreto, d. i. zugleich mit einem



anschaulichen Gehalt, aufzuweisen sind — eben in den spezifisch räumlichen Verhältnissen. ‚Zwischen‘ ist auch als anschaulich räumliche Lagebeziehung eine ‚symmetrische‘, ‚transitive‘ Relation. Ein Stein liegt zwischen zwei Steinen wie ein geometrischer Punkt zwischen zwei Punkten; und wie ein Punkt einer Ebene, so gehört ein Farbentleck einer Oberfläche an.

Diese bereits inhaltliche Erfüllung des formalen Relationssystems in der spezifisch-räumlichen Geometrie ist es, welche die Anwendung der Geometrie auf den empirischen, wirklichen Raum, das will sagen auf die möglichen Lagebeziehungen oder Lagerungsmöglichkeiten der realen Körper vermittelt. Die idealen geometrischen Gebilde lassen sich dabei natürlich in der Erfahrung nicht wiederfinden.

Denn was man nun als Glieder der Beziehungen an Stelle der Symbole aus der Wahrnehmungsräumlichkeit herausnehmen kann, das ist in dieser nicht an und für sich schon vorgezeichnet, sondern da liegt der Angelpunkt der gedanklichen Schöpfung in der Geometrie. Ein natürliches Element der Räumlichkeit liegt in der Raumwahrnehmung nicht vor. Es aus ihr herzustellen, darum bemühen sich die Versuche einer ‚natürlichen‘ Geometrie wie die von Pasch<sup>22</sup> oder Hjelmslev.<sup>23</sup> Irgendeine Art der räumlichen Gebilde, wie sie in der Raumwahrnehmung auftreten (z. B. sehr schmale Streifen und ihren Schnittpunkt, vgl. <sup>22</sup> S. 4), als Elemente einer geometrischen Raumlehre zu nehmen, verbietet die Forderung der Präzision. Das würde keine Geometrie von absoluter Genauigkeit ermöglichen. Darum ersinnt man den ‚Punkt‘ als jenes ausdehnungslose Etwas der euklidischen Definition. Er und seine Zusammenhangsformen (Gerade, Ebene . . .) sind nicht etwas, das in der Raumwahrnehmung vorzufinden ist, man macht auch nicht ihren Sinn klar, wenn man sie als Idealisierung dessen bezeichnet, was man in dieser vorfindet; sondern ihr Sinn ist, anzugeben, wie sich innerhalb der Wahrnehmungsräumlichkeit Beziehungen von der geforderten formalen Art und ihre Träger vollkommen präzise bestimmen oder wenigstens bestimmt denken lassen. Der Sinn des geometrischen Punktes und der übrigen idealen Gebilde ist, wie früher (S. 35 f.) ausgeführt, der, eine Stelle

und einen Stellenzusammenhang in der anschaulichen Räumlichkeit als absolut identifizierbar, mit völliger Eindeutigkeit, ohne vagen Rand und Ungenauigkeit bestimmt zu denken. Er bedeutet, daß die Ausdehnung einer Raumstelle unterhalb der Genauigkeitsgrenze der Bestimmung bleiben muß, so daß sich also praktisch keine Mehrdeutigkeit und Ungenauigkeit ergibt. Es ist also nur eine relative Ausdehnungslosigkeit im Verhältnis zur Genauigkeitsgrenze, die den geometrischen Punkt als tatsächliches Raumelement charakterisiert. Und die absolute Ausdehnungslosigkeit, die ihm theoretisch zugeschrieben wird, ist eigentlich nur als ein Grenzwert zu verstehen, den man allein in Betracht ziehen kann, sobald es sich um konkrete Bestimmung wahrnehmungsgegebener Größen überhaupt nicht handelt. (Vgl. auch die Entwicklung des Differentiales durch Pasch<sup>20)</sup>.) Der spezifisch räumliche Sinn der euklidischen Elemente läßt sich nur in einer solchen Beziehung auf die wahrnehmbare Räumlichkeit herstellen: als das Bestimmungsgesetz für sie — die Bestimmung der konkreten Raumbeziehungen bis zu jener Grenze zu führen, wo empirisch die Unterschiede überhaupt aufhören.

An dem Beispiel für die Anwendung der Geometrie, das ich schon früher (S. 132) herangezogen habe, an der Landesvermessung mit Hilfe der Triangulierung, wird sofort deutlich, daß weder die ausgemessene Strecke eine geometrische Gerade, noch ihre Endpunkte und der anvisierte Punkt geometrische Punkte sind. Denn wenn auch die Grundlinie heute auf  $\frac{1}{200000}$  genau ausgemessen werden kann, so haben, da sie durchschnittlich 5 km beträgt, ihre Endpunkte trotz alldem immer noch einen Spielraum von 5 mm. Es werden nicht die Entfernung und die Winkel zwischen geometrischen ausdehnungslosen Punkten, sondern zwischen physischen Punkten gemessen, die eine durch die Messungsgenauigkeit bestimmte Ausdehnung haben, also (sehr kleine) Raumpartien sind. Die praktische Eindeutigkeit der empirischen Maßbestimmungen besteht natürlich nur für den Erfahrungsbereich, aber nicht mehr in Beziehung auf die reine, ideale Geometrie. Denn da die Maßbestimmungen auf Grund von Sinneswahrnehmung immer nur innerhalb von Genauigkeits-

grenzen gelten, so legen sie in bezug auf die reine Geometrie nicht bestimmte Größen, sondern nur Spielräume für Größen fest." (S. 16, 17.) Denn die durch sie gegebenen Größen sind innerhalb der Grenzen, die durch die mögliche Fehlergröße gezogen sind, variabel. Das ist übrigens ebenso bei mechanischen und physikalischen Größen der Fall und kann auch beim Rechnen mit Zahlen (z. B. Logarithmen, die nur bis auf so und so viele Stellen genau sind) der Fall sein. Wir arbeiten beim wirklichen Zahlenrechnen gar nicht mit abstrakten Zahlen, sondern mit den den abstrakten Zahlen zugehörigen E-Funktionen (d. i. der größten ganzen Zahl, die in der Funktion einer gegebenen Zahl enthalten ist)." (S. 14, 11, 12.) Im Erfahrungsbereich ist hingegen praktisch für Mehrdeutigkeit deshalb kein Raum, weil die anderen mathematisch noch möglichen Werte alle unterhalb der Fehlergrenze bleiben.

Bei der Anwendung der Geometrie in der Landesvermessung verhält es sich so, daß man die reale Entfernung zwischen zwei solchen physischen Punkten und die Winkel mit einem dritten empirisch bestimmt und diese konkreten Werte den entsprechenden Elementen eines geometrischen Dreiecks substituiert, sie als die konkreten Werte in einem geometrischen Dreieck nimmt. Daraus werden durch Berechnung nach den geometrischen Gesetzen zwei neue konkrete Werte für die beiden anderen Seiten des geometrischen Dreiecks gewonnen und diese werden wieder zugleich als die empirischen Werte der entsprechenden realen Entfernungen zwischen den entsprechenden physischen Punkten angenommen, ohne diese empirisch bestimmt zu haben. Die Anwendung der Geometrie auf die Erfahrungswirklichkeit besteht also in einer wechselseitigen Vertretung von geometrischen und physischen Punkten (ebenso Geraden, Kreisen . . .), wobei die physischen Punkte (Geraden . . .) keineswegs Punkte und Gerade im geometrischen Sinn sind. Die Anwendung besteht in einer gegenseitigen Zuordnung dieser ganz verschiedenen Elemente. Die Grundfrage der Anwendung ist daher die: worauf diese Zuordnung beruht.

Das erste Erfordernis dieser Anwendung geht dahin, klarzustellen, was empirisch als Punkt, als Raumelement zuzuordnen ist.

Es ist bereits dargelegt worden, daß der ideale geometrische Punkt die Idee der absolut individualisierten, völlig eindeutig gemachten Raumstelle bedeutet. Der physische Punkt stellt hingegen eine bloß relativ individualisierte Raumstelle dar, d. h. eine bloß nach Maßgabe unserer Messungsgenauigkeit oder des Messungszweckes individualisierte. So wird eine Bergspitze als Ort im Raum durch ein Triangulierungsgerüst festgelegt, also bis auf die Dicke der Stange genau. Aber sie ist doch immerhin soweit individualisiert, als wir sie eben brauchen. Die Individualisierung der Raumstellen — das ist das Gemeinsame zwischen geometrischem und physischem Punkt, das die gegenseitige Zuordnung herstellt. „Punkt“ bedeutet die Unterscheidung und Fixierung rein räumlicher Verschiedenheit, von Unterschieden im Raum als solchem, und diese setzt die Geometrie mit absoluter Genauigkeit und Eindeutigkeit getroffen voraus; in der empirischen Anwendung ist sie dagegen nur mit einer für unsere Messungsmöglichkeit bestehenden, also relativen Eindeutigkeit und Genauigkeit getroffen. Aber praktisch sind die Raumstellen auch auf diese Weise vollständig individualisiert und unzweifelhaft identifizierbar.

Physische Punkte (z. B. Bergspitzen) bestimmen Gerade, und zwar empirische Gerade, nicht geometrische, das heißt, nicht streng eindimensionale, sondern dreidimensionale Gebilde. Eine Meßleine, auch ein Fadenkreuzmittelpunkt, den man mit einer fernen Bergspitze zur visuellen Deckung bringt, hat ja doch immer auch eine Dicke und deshalb auch die Gerade, die dadurch bestimmt wird. Physische Punkte bestimmen empirische Gerade, das heißt zwischen zwei physischen Punkten kann man nur eine Gerade, einen solchen Raumstreifen, legen (z. B. eine Schnur spannen oder visieren) — wenn sie genügend weit voneinander abstehen. Denn die Ausdehnung dieser Punkte, z. B. der Triangulierungsstange, gestattet dann keine Mehrdeutigkeit ihrer geraden Verbindungslinie, wenn die Abweichungen dieser unter der Grenze bleiben, bis zu der die Genauigkeit der Messung im beson-

deren Fall reicht oder erforderlich ist. Das ist nur der Fall, wenn das Verhältnis zwischen der Dicke der Punkte und der Länge der Strecke ein sehr kleiner Bruch ist. Wenn aber die physischen Punkte zu nahe beisammen liegen, so erheben sich die möglichen Abweichungen über diese Grenze, weil dann die Größe der Strecke viel zu nahe an die Dicke heraufrückt.

Die physischen Punkte bestimmen also empirische Gerade zwischen sich und diese bilden miteinander Winkel, die sich ebenfalls mit einer praktisch hinreichenden Eindeutigkeit ergeben.

Was bei der Anwendung der Geometrie empirisch als Punkt, als Gerade usw. gelten darf, das ist demnach bloß durch das praktische Bedürfnis der jeweiligen Genauigkeit bestimmt. Es ist empirisch somit etwas Wechselndes, sehr Verschiedenes: ein Punkt eine Zirkelspitze (beim Zeichnen) oder eine Bergspitze (bei der Vermessung) oder auch ein Himmelskörper (in astronomischen Berechnungen), eine Gerade eine gespannte Meßleine oder eine Visierlinie durch die Dicke eines Fadens. . . . Was für die Anwendung der Geometrie als Punkt, als Gerade betrachtet werden darf, läßt sich also je nach dem Gesichtspunkte der Messung frei wählen. Es ist eine relativ willkürliche Zuordnung, auf der damit die Anwendung der Geometrie fußt.

Die Geraden-Setzung erfordert in der Erfahrungswirklichkeit aber darüber hinaus noch besondere Voraussetzungen, denn es ergibt sich nicht eindeutig, was in der Wahrnehmungswirklichkeit als Gerade zu betrachten ist. Denn was eine Gerade ist, läßt sich nicht explizit definieren, sondern nur durch Beziehung auf räumliche Wahrnehmung aufweisen. Was uns aber in dieser als Gerade erscheint, reicht noch nicht hin, um die Anwendung der Geometrie auf die Erfahrungswirklichkeit zu fundieren. Denn der bloße Sinneseindruck kann kein hinlängliches Kriterium dafür abgeben, ob im realen Raum eine Gerade vorliegt; das läßt sich objektiv in letzter Linie nur durch Visieren bestimmen, also mit Hilfe des Lichtstrahles, oder dadurch, daß man eine Linie als die kürzeste Entfernung zwischen zwei Punkten erweist (wie beim gespannten Faden) oder als Achse starrer Körper, die bei

ihrer Rotation in Ruhe bleibt. Daß aber der Lichtstrahl selbst gerade ist und der gespannte Faden und die Rotationsachse, daß sie in beliebiger, auch unendlicher Verlängerung die Eigenschaften der sinnenfälligen geraden Strecke bewahren, das bildet dabei eine Grundvoraussetzung. Und es kann nicht mehr sein als eine Voraussetzung, eine Annahme, denn es gibt kein objektives Kriterium für die Gerade. Wir könnten auch andere geometrische Annahmen in bezug auf empirische Körper und Erscheinungen machen.

Wenn wir tatsächlich die euklidische Gerade als die Gerade betrachten, wenn wir sagen, daß die euklidische Gerade eine wirkliche Gerade ist, so bedeutet das hauptsächlich, daß sie von gewissen wichtigen, natürlichen Gegenständen wenig abweicht, von denen die nichteuklidische Gerade stark abweicht<sup>81</sup> (S. 45). Es gibt kein absolutes Kriterium für die Gerade, auch nicht im Zusammenhang mit Bewegung. Unter allen denkbaren Bewegungen gibt es einige, von denen die euklidischen Geometer sagen, daß sie mit keiner Umgestaltung verbunden sind, und es gibt andere, von denen die nichteuklidischen Geometer sagen werden, daß sie mit keiner Umgestaltung verbunden sind. Die euklidischen Geraden bleiben in den ersteren, den sogenannten euklidischen Bewegungen euklidische Gerade, während die nichteuklidischen Geraden keine nichteuklidischen Geraden bleiben. In den Bewegungen der zweiten Art oder nichteuklidischen Bewegungen bleiben die nichteuklidischen Geraden nicht-euklidische Gerade, während die euklidischen Geraden keine euklidischen Geraden bleiben. Es ist also nicht bewiesen, daß es unvernünftig sei, die Seiten des nichteuklidischen Dreiecks gerade zu nennen; man hat nur bewiesen, daß es dann unbegründet wäre, wenn man dabei bliebe, die euklidischen Bewegungen Bewegungen ohne Umgestaltung zu nennen; man hätte aber ebenso gut bewiesen, daß es unvernünftig wäre, die Seiten des euklidischen Dreiecks gerade zu nennen, wenn man die nichteuklidischen Bewegungen Bewegungen ohne Umgestaltung nennen würde.<sup>81</sup> (S. 45, 46.) Und wenn wir sagen, daß die euklidischen Bewegungen die wirklichen Bewegungen ohne Umgestaltung sind, so geschieht

das nur, weil gewisse natürliche Körper, die festen Körper, ungefähr solche Bewegungen erleiden'.<sup>81</sup> (S. 46.)

Es ist daher eine Sache der freien Entscheidung, die nicht unter rein geometrischem, sondern zugleich ebenso sehr unter physikalischem Gesichtspunkt erfolgt, was man als Gerade ansieht.

Die euklidischen und die nichteuklidischen Geometrien unterscheiden sich erst, sofern es die Geometrie mit Maßbestimmungen zu tun hat, als metrische Geometrien. Die Anwendung einer solchen metrischen Geometrie erfordert aber nun außerdem Feststellungen darüber, was empirisch die Maßgrundlagen bilden soll. Für die euklidische Metrik ist Kongruenz wesentlich. Kongruenz im räumlichen Sinn heißt, daß Punkte mit konstanter Entfernung zur Koinzidenz gebracht werden können. Kongruenz läßt sich daher nur vermöge konstanter Entfernung feststellen. Konstante Entfernung aber läßt sich empirisch nur durch Messung mittels eines Maßstabes feststellen. Dieser muß dabei selbst konstant, unverändert bleiben, d. h. ein starrer Körper sein. Daß das der Fall ist, läßt sich nun empirisch auf keine Weise konstatieren — das würde ja erfordern, daß wir einen absoluten Maßstab haben. Denn Messen ist nichts anderes als Vergleichen. Messen kann daher immer nur ein Verhältnis ergeben: daß zwei Entfernungen gleich sind, aber nicht, daß eine Entfernung konstant geblieben ist. (Vgl. 89, S. 15.) Man kann nur bestimmte empirische Körper auf Grund ihres physikalisch-chemischen Verhaltens als starr annehmen. Das bildet daher eine letzte Voraussetzung für alle empirische Kongruenzbestimmung und damit alle geometrische Maßbestimmung im empirischen Raum.

Es müssen also bestimmte Voraussetzungen über geometrische Eigenschaften physischer Körper und Vorgänge gemacht werden, um die Geometrie als metrische auf die Erfahrungswirklichkeit anwenden zu können. Würde man andere Voraussetzungen machen (hinsichtlich der Geraden z. B.), als man sie tatsächlich macht, so würde der reale Raum eine andere geometrische Struktur aufweisen. Die euklidische oder nichteuklidische Struktur des Raumes hängt so davon ab, was wir als Gerade

zugrunde legen. Wir kennen im Raume geradlinige Dreiecke, deren Winkelsumme zwei Rechten gleich ist. Aber wir kennen ebensowohl krummlinige Dreiecke, deren Winkelsumme kleiner ist als zwei Rechte. Die Existenz der einen ist nicht zweifelhafter als die der anderen. Den Seiten der ersteren den Namen Gerade zu geben heißt: die euklidische Geometrie annehmen.<sup>81</sup> (S. 43, 44.) Gauß hatte gehofft, auf astronomischem Wege entscheiden zu können, ob der wirkliche Raum die Gesetzmäßigkeit der euklidischen oder der nichteuklidischen Geometrie aufweist. Denn im letzteren Falle müßte der Winkel, den ein Fixstern mit den Endpunkten des Durchmessers der Erdbahn bildet, die Parallaxe, positiv, aber immer über einem bestimmten Wert (im Lobatschewskyschen) oder eventuell negativ (im Riemannschen Raum), im ersteren dagegen positiv, aber beliebig klein sein. Aber was man in der Astronomie die gerade Linie nennt, ist einfach die Bahn des Lichtstrahles. Wenn man also, was allerdings unmöglich ist, negative Parallaxen entdecken könnte oder beweisen könnte, daß alle Parallaxen oberhalb einer gewissen Grenze liegen, so hätte man die Wahl zwischen zwei Schlußfolgerungen: wir könnten der euklidischen Geometrie entsagen oder die Gesetze der Optik abändern und zulassen, daß das Licht sich nicht genau in gerader Linie fortpflanzt.<sup>82</sup> (S. 74.)

Wir können nie den Raum als solchen erforschen, sondern immer nur die Lagebeziehungen zwischen Körpern, also die geometrischen Eigenschaften immer nur im Zusammenhang mit physikalischen Eigenschaften. Und darum ist es unserer Wahl überlassen, was wir an den Erfahrungstatsachen als Gesetzmäßigkeit des reinen Raumes und was wir als Gesetzmäßigkeit der Beschaffenheit der Körper betrachten wollen. Eine Veränderung mit der Entfernung z. B. kann als gesetzmäßige physikalische Beschaffenheit der Körper gedeutet werden. Sie könnte aber auch als Einfluß des absoluten Ortes gedeutet werden, wie das für eine nichteuklidische Geometrie erforderlich wäre. Die Erfahrungstatsachen lassen uns nur die gegenseitigen Beziehungen der Körper erkennen, keine von ihnen bezieht sich (oder kann sich beziehen) auf die Beziehungen der Körper zum Raume



oder auf die wechselseitigen Beziehungen der verschiedenen Raumteile.<sup>37</sup> (S. 81.)

Darum gestattet jede beliebige Erfahrungstatsache eine Interpretation in der euklidischen Hypothese, aber sie gestattet eine solche gleichfalls in der nichteuklidischen Hypothese.<sup>37</sup> (S. 78.) Es kann sich gar kein Widerspruch auch zwischen der nichteuklidischen Geometrie und den Erfahrungstatsachen ergeben, weil man durch entsprechende physikalische Annahmen die Erfahrungstatsachen im Sinn einer jeden Art von Geometrie auslegen kann — wofür ja die Relativitätstheorie jetzt das glänzendste Beispiel bietet. Die geometrische Beschaffenheit des realen Raumes wird daher durch die reine Erfahrung gar nicht eindeutig bestimmt. Denn welche Geometrie auf die Erfahrungswirklichkeit angewendet werden kann, hängt davon ab, welche Voraussetzungen wir machen. Daß sich aber die ideelle, abstrakte Geometrie überhaupt auf den realen Raum anwenden läßt, beruht somit darauf, daß wir überhaupt Voraussetzungen über die Zuordnung geometrischer Beziehungen zu den empirischen Lagebeziehungen der Körper einführen.

Die Anwendung der Geometrie zur Bestimmung des empirischen Raumes und der Körper, der Erfahrungswirklichkeit, beruht somit einerseits darauf, daß die empirisch-räumlichen Beziehungen solche sind, welche außer ihrer inhaltlichen Eigenart zugleich auch die formale Beschaffenheit aufweisen, wie sie in den Axiomen festgelegt ist. Aber um diese Beziehungen zu gewinnen, müssen andererseits erst in bezug auf ihre Beziehungsglieder gewisse Voraussetzungen gemacht werden, darüber, was empirisch als Punkt, als Gerade, als konstante Entfernung (starrer Körper) anzusehen ist. Das ist nicht empirisch eindeutig gegeben, sondern es sind selbstgetroffene Zuordnungen, verschieden wählbare Festsetzungen.

Worauf gründen sich nun diese Voraussetzungen? Mit welchem Rechte dürfen wir diese Annahmen machen? Man kommt mit dieser Frage an eine der bedeutsamsten, aber auch der schwierigsten und umstrittensten Problemgruppen einer Philosophie der Mathematik nicht nur, sondern der theoretischen Philosophie überhaupt. Bei der Antwort darauf wird man unmittelbar an die entscheidenden Auffassungen über

das Verhältnis von Erkenntnis und Wirklichkeit herangeführt. Genau umschrieben handelt es sich um die sachlichen Beziehungen zwischen ideeller Theorie und empirischer Wirklichkeit. Ein Gegensatz der Auffassung macht sich dabei immer wieder geltend: die idealistische und die realistische Auffassung der Erkenntnis in ihrem Verhältnis zur Wirklichkeit. Gerade für die Geometrie hat jede der beiden in der Gegenwart ihren bedeutenden fachkundigen Anwalt gefunden: die erste in Poincaré, die zweite in Enriques.

Weil unsere Voraussetzungen über die Zuordnung geometrischer Beziehungen zu den empirischen Lagebeziehungen der Körper immer nur im Zusammenhang mit Annahmen über das physikalische Verhalten der Körper zu machen sind, und weil diese Annahmen in mehrfach verschiedener Weise gemacht werden könnten, so daß jede Erfahrungstatsache durch geeignete physikalische Annahmen im Sinne jeder beliebigen Geometrie sich deuten ließe — daraus zieht der Idealismus den Schluß, daß diese Annahmen nicht die Verhältnisse der Wirklichkeit geben können, daß sie nichts sind als rein ideelle Hilfsmittel. Sie können gewechselt werden; darum betrachtet er sie als willkürliche Annahmen, als bloße Vereinbarungen, denen keine wirklichen Beschaffenheiten des realen Raumes entsprechen. Die metrischen Beziehungen in den geometrischen Axiomen sind in bezug auf den wirklichen Raum nicht reale Lagebeziehungen, sondern nur rein ideelle Beziehungen, die wir zwischen dem Raumerfüllenden im Geiste hergestellt haben, um es zu ordnen. Und darum beruht die Zuordnung unserer geometrischen Elemente und Beziehungen zu den empirischen Lageverhältnissen auf willkürlichen Vereinbarungen. Die gemeinsame Grundlage der verschiedenen geometrischen Interpretationen ist das bloße Kontinuum des topologischen Raumes. „In diesem ursprünglich gestaltlosen Kontinuum kann man sich ein Netz von Linien und Flächen denken. Man kann weiter dahin übereinkommen, die Maschen dieses Netzes als untereinander gleich zu betrachten, und nur durch diese Übereinkunft wird das meßbar gewordene Kontinuum der euklidische oder nichteuklidische Raum“<sup>81</sup> (S. 43). Man kann vom wirklichen Raum ebenso wenig sagen, daß er euklidisch oder daß er nichteuklidisch ist,

und es kann ebensowenig Erscheinungen geben, welche in einem Raum der einen Art möglich in dem der anderen Art aber unmöglich wären, als es Längen geben kann, welche man nur in einem Maßsystem abmessen kann, in einem anderen aber nicht<sup>37</sup> (S. 75). Die verschiedenen Arten solcher Übereinkunft über die Zuordnung von geometrischen und empirischen Verhältnissen (z. B. die verschiedenartigen Voraussetzungen über die Gerade) sind theoretisch alle gleichwertig. Man könnte ebenso gut die eine wählen wie die andere. Was uns eine ganz bestimmte Art der Zuordnung (z. B. die euklidische) zu wählen veranlaßt, ist, daß dann das wissenschaftliche System der empirischen Erscheinungen einfacher und darum bequemer wird als bei anderen.

Da setzt aber nun die Einwendung der realistischen Auffassung ein. Es ist nicht einfach die Bequemlichkeit, die Ökonomie, welche uns bestimmt, die eine Annahme den anderen vorzuziehen, sondern es sind gute, sachliche Gründe. Die verschiedenen Annahmen sind nicht theoretisch gleichwertig, gleich möglich, sie können nur so erscheinen, wenn man in unserer tatsächlichen Welt eine systematische Fehlerquelle, eine neue Gesetzmäßigkeit annimmt. Das sucht Enriques in einer Kritik Poincarés zu zeigen<sup>37</sup> (II, S. 266 f., 274 f.).

Welche geometrischen Eigenschaften wir dem wirklichen Raum zuschreiben sollen, ist nicht eine Sache reiner Willkür, sondern einer Übereinstimmung in den Beziehungen und im Verhalten der Körper in der wirklichen Welt. Das konkrete Zurechtlegen der geometrischen Beziehungen ist in der Erfahrungswirklichkeit an nichtgeometrische, an physikalische Faktoren gebunden. Als geometrische Lagebeziehungen der Körper ergeben sich daraus diejenigen, welche übrigbleiben, wenn man die eigentlich physikalischen Beziehungen (in Gedanken) ausschaltet, d. i. welche als konstant bestehen bleiben, während diese variieren. In unserer Welt sind die Körper meßbar in bezug aufeinander dank der Möglichkeit, sie unabhängig von der Veränderung ihres physikalischen Zustandes zu bewegen: die Erwärmung, die Abkühlung, der Druck verändern allerdings die für die Messung erforderlichen Vergleichselemente, aber diese Veränderung ist zufällig in bezug auf die gegenseitige Lage der Körper, des-

halb braucht sich die Geometrie nicht um sie zu bekümmern.<sup>4</sup> Die Gerade ergibt sich als ausgezeichnete gemeinsame Lagebeziehung in den vielfachen, ganz verschiedenartigen physikalischen Erscheinungen: als Achse (d. i. Linie der Unbewegtheit) bei der Rotation starrer Körper, als Linie des Lichtstrahles und als Symmetrielinie der Strahlungserscheinungen in einem homogenen Medium, als Trägheitsbahn usw.<sup>17</sup> (S. 268). Alle diese verschiedenen Erscheinungen stimmen darüber überein, daß sie eine Art der Lagebeziehung aufweisen, welche sich unter dem geometrischen Begriff der (euklidischen) Geraden subsumieren und durch diesen Begriff rein und isoliert aussprechen läßt. Das ist die bedeutungsvolle Grundtatsache, welche uns berechtigt anzunehmen, daß die Gerade eine reale Lagebeziehung, eine Bestimmung des wirklichen Raumes ist. Und so ganz allgemein: Die Voraussetzungen über die geometrische Beschaffenheit der Körper, welche der Geometrie als metrischer zugrunde gelegt werden müssen, werden auf Grund eines ausgezeichneten Sachverhaltes in den empirischen Erscheinungen gewählt. Es sind physikalisch höchst wahrscheinliche Annahmen über die Erfahrungswirklichkeit. Man kann, wie bei allen Erfahrungserkenntnissen, die Möglichkeit nicht ausschließen, daß sie sich durch neue Erfahrungen als falsch erweisen könnten, sie sind also keineswegs eine a priorische, für alle Erfahrung notwendige Bedingung. Aber sie sind uns immer durch den jeweilig bekannten empirischen Sachverhalt aufgenötigt und durch ihn motiviert, nicht willkürlich und bloß als die bequemsten gewählt.

Insoferne die Geometrie angewendet wird, erhalten ihre Axiome die Bedeutung von Annahmen über die Lagebeziehungen des realen Raumes, von Hypothesen. Man nimmt an, daß darin, in der Auseinanderteilung von geometrischer und physikalischer Beschaffenheit der Körper, etwas Reales: spezifische Beschaffenheiten der Erfahrungswirklichkeit, erkannt wird. Die miteinander unverträglichen Axiome der verschiedenen metrischen (euklidischen und nichteuklidischen) Geometrien stellen demgemäß ebenso viele verschiedene Hypothesen über die Beschaffenheit des empirischen Raumes dar. Nur einer Gruppe von ihnen können die wirklichen Raumbeziehungen entsprechen — welcher, das muß die Erfahrung ent-

scheiden. Und wenn sie es auch nur auf Grund der vorher angeführten physikalisch-geometrischen Voraussetzungen tut, so sind diese doch nicht willkürliche Vereinbarungen, sondern sachlich begründete und geforderte Hypothesen. Wenn wir aber heute nicht mehr sagen können wie Enriques<sup>17</sup> (S. 290): Nach dem augenblicklichen Stand unserer Kenntnisse „kann der physikalische Raum also als euklidisch betrachtet werden mit einer Annäherung, welche die derzeitige Genauigkeitsgrenze unserer vollkommensten Instrumente überschreitet“, weil der Raum sich bei einer Verifizierung der allgemeinen Relativitätstheorie anders darstellt, so erfolgt eine solche Wandlung unserer Anschauungen eben deshalb, weil uns neue physikalische Gründe dazu nötigen. An dem allgemeinen erkenntnistheoretischen Sachverhalt wird dadurch nichts geändert.

Die gemeinsame Basis für diese entgegengesetzten Auffassungen über das Verhältnis von Geometrie und wirklichem Raum und damit über die Grundlage ihrer Anwendbarkeit, die idealistische und die realistische, bildet der erkenntnistheoretische Tatbestand, daß die Geometrie sich nicht unmittelbar auf die Erfahrung anwenden läßt, sondern daß man Voraussetzungen über die Zuordnung von geometrischen und empirischen Verhältnissen einführt. Voraussetzungen, welche in Hinsicht auf den anderweitigen, physikalischen Zusammenhang der empirischen Erscheinungen passend gewählt sind. (Was das heißt: „passend gewählt“, vgl. S. 156, 157.) Nur dadurch, wie sie diese Voraussetzungen erkenntnistheoretisch qualifizieren, unterscheiden sich die beiden Auffassungen voneinander. Sie sind nur verschiedene Deutungen des Sinnes der für die Anwendbarkeit erforderlichen Voraussetzungen. Für die eine beruhen diese auf willkürlicher Übereinkunft, zum Zwecke der bequemsten Ordnung der Erscheinungen, für die andere auf empirischer Wahrscheinlichkeit, darauf, daß sie zutreffende Hypothesen über die Verhältnisse der Wirklichkeit sind.

Für die ganze Frage der Anwendbarkeit der Mathematik auf die Erfahrungswirklichkeit ist aber eines von Bedeutung. Wenn die Mathematik auch hinsichtlich ihrer Geltung von der Erfahrung völlig unabhängig ist, so besteht deshalb doch

nicht eine völlige Fremdheit und Heterogenität zwischen ihnen, wie etwa zwischen einer ‚reinen Anschauung‘ und der ‚Sinnlichkeit‘, zwischen ursprünglicher ‚Form‘ und ebenso selbständigem ‚Stoff‘ der Erfahrung, die man dann beide durch eine naturgesetzliche Funktion aneinander binden muß. Wenn auch die Gebilde und Beziehungen der Mathematik etwas Ideelles, ja teilweise etwas Ideales sind, genetisch gehen sie doch durchaus auf die Erfahrung zurück.

Es sind die Verhältnisse empirischer Mengen, von Mengen empirischer Gegenstände, welche die genetische Grundlage für die Bildung der Zahlbegriffe geben: eine auf einmal überschaubare und leicht zu bemerkende Wiederholung gleichartiger Glieder (z. B. Jagdtiere oder Geräte derselben Art), und die deutlich merkbare Verschiedenheit in solcher Wiederholung bei ungleichzähligen Mengen (z. B. 2 und 5 Renntieren) und die gegenseitige Zuordenbarkeit bei gleichzähligen Mengen (z. B. 5 Renntieren und 5 Fingern), die Verminderung einer Menge oder die Zusammenlegung zweier Mengen usw. Das sind alles einerseits Verhältnisse am Erfahrungsgegebenen, an dem sie andererseits das Bewußtsein durch seine allgemeine Funktion der Aufeinanderbeziehung, der Vergleichen und Unterscheidung zur gesonderten Auffassung bringt. Es ist keine besondere spezifische Bewußtseinsfunktion der Synthese, eine ‚im Gemüt bereitliegende‘ Anschauungsform dafür erforderlich oder darin zu entdecken. Aus jenen allmählich aufgefaßten Verhältnissen und Beziehungen des Erfahrungsgegebenen sind dann in abstrakten Verselbständigungen die Begriffe der Arithmetik entwickelt worden: Der Begriff der Anzahl, dem nicht bloß die verschiedenen Mehrheiten, sondern auch Eins und Keines subsumiert wurden, eine Regel der Unterscheidung und Ordnung der Anzahlen; die Bildungsgesetzmäßigkeit der Zahlenreihe, die Rechenoperationen usw. Das Urphänomen des mehrfach Vorhandenseins, des Sichwiederholens eines Gleichen — das ist die empirische Grundlage der Zahl; an ihm hebt sich das Moment der Mehrzahl und das der Einheit ab und die verschiedenen Arten der Vielheit. Diese werden durch das künstliche Mittel eines Gesetzes der Zahlbildung unterscheidbar gemacht, individualisiert; aber es werden damit doch nur Momente am Em-

pirischen abstrakt isoliert und dann selbständig weitergebildet.

Ebenso bildet eine ganze Menge von Wahrnehmungsergebnissen, von mechanischen und physikalischen Erfahrungen die Grundlage, von der aus die geometrischen Begriffe konzipiert worden sind. So sind die Begriffe, welche dem geometrischen Begriffe der Linie zugrunde liegen, ungefähr folgende: zunächst die vielerlei Gesichtsbilder von Grenzen, von Kanten, von Gegenständen mit verschwindender Dicke gegenüber ihrer Längenerstreckung, welche alle das fertige, vollständige Bild von Linien vor uns hinstellen, dann Wahrnehmungen von der Art, daß eine über eine Fläche hinreichende Spitze eine Spur hinterläßt, welche uns die Erzeugung einer Linie durch einen ‚Punkt‘ darstellt; dann die Wahrnehmungen beim Berühren und beim Abtasten von solchen Gegenständen mit überwiegender Längenausdehnung oder von Kanten, Wahrnehmungen, welche uns ebenfalls teils die vollständige Linie, teils ihre Erzeugungen geben und außerdem, ebenso wie Blickbewegungen, noch die Möglichkeit klar machen, sie auch umgekehrt zu durchlaufen — was dann geometrisch in der Umkehrbarkeit der Punktfolge in einer Linie (der linearen Ordnung) ausgesprochen wird. Und die Erfahrungsdaten, welche den Begriff einer Geraden entstehen lassen, liegen in mannigfachen Erfahrungen über im selben Sinn ausgezeichnete Eigenschaften. Ein dünner Lichtstrahl gibt uns das fertige Bild einer Geraden. Die Spur eines Körpers, der sich beständig auf dasselbe Ziel zu (in derselben Richtung) bewegt, zeigt uns ihre Erzeugung. In der gespannten Schnur haben wir sie als die kürzeste Entfernung vor uns. Die Gerade als Linie stets gleicher Richtung zeichnet sich auch in eigenen Körperbewegungen ohne Richtungsänderung aus — sowie die Krümmung durch andersartige kinästhetische Empfindungen —, und sie zeichnet sich auch dadurch aus, daß ein gerader Körper von stark überwiegender Längenausdehnung, in seiner Längsrichtung gesehen, auf seinen Querschnitt zusammenschrumpft. Daß ein solcher Körper von allen Seiten als Gerade gesehen wird oder einen geraden Schatten wirft, zeigt uns die Gerade als die Linie, deren Projektionen wieder Gerade sind usw. (vgl. dazu<sup>17</sup> II, Kap. 4, B; zu den

empirischen Grundlagen der Dreidimensionalität des Raumes <sup>81</sup>, I. Teil, 4. Kap.).

Derart sind die Erfahrungen, welche den Anlaß und die Grundlage für die Bildung der mathematischen Begriffe ergeben. In einem Prozeß der Abstraktion, der Isolierung und der Verschmelzung bauen sich auf ihnen die mathematischen Begriffe als etwas Neues auf. Der geometrische Begriff der Linie oder vielleicht noch deutlicher der Geraden entsteht nicht als bloße Abstraktion aus dem sinnlichen Bild der Linie oder der Geraden, sondern erst auf dem Boden der mannigfachen Erfahrungen: denn er enthält weit mehr als das bloße sinnliche Bild. Er ist aber auch nicht einfach der Niederschlag der Erfahrungen, er enthält ja etwas Ideales, Nicht-mehr-Erfahrbares, sondern er stellt auf der Basis all der Erfahrungen etwas Neues auf, er konzipiert eine Beziehung, welche die mannigfachen Erfahrungen einheitlich zusammenfaßt, welche als eine Gesetzmäßigkeit in ihnen allen entdeckt werden kann, welche etwas Übergeordnetes, Gemeinsames über sie stellt.

Der mathematische Begriff wurzelt genetisch in der Erfahrung: er würde nicht entstehen ohne sie; aber er erwächst nicht unmittelbar aus ihr, sondern erst durch abstrakte Isolierung einzelner sehr allgemeiner Momente und Beziehungen an ihr durch ‚Formalisierung‘ des Empirischen und überdies durch Idealisierung (wie bei den geometrischen Begriffen).

## **2. Theorie als Wirklichkeitserkenntnis.**

### **a) Die Verifizierbarkeit einer Theorie.**

Wird die Mathematik auf die Erfahrungswirklichkeit angewendet, so sind die Mechanik und die theoretische Physik und die anderen Theorien schon von vornherein zur Wirklichkeitserkenntnis erklacht. Die Mechanik erklärt die wirklichen Bewegungen der physischen Körper auf der Erde und am Himmel in ihrer Gesetzmäßigkeit und bildet darum auch die Grundlage für eine reiche technische Anwendung, für den Maschinenbau und den Hochbau usw. Desgleichen gibt die theoretische Physik die Gesetzmäßigkeit wirklichen optischen, elektromagnetischen usw. Vorgänge.



Eine Theorie wird als Erkenntnis der Wirklichkeit erwiesen durch die empirische Verifikation, durch die Übereinstimmung ihrer Ergebnisse mit der Erfahrung. So ist die Mechanik verifiziert einerseits durch die tatsächliche Bewegung freier fester Körper auf der Erdoberfläche (beim Fall, beim Wurf usw.), anderseits durch die tatsächlichen Bewegungen der Planeten. Im ersten Fall verlangt allerdings die Berücksichtigung des Widerstandes der Luft eine „Ergänzung des bewegten Systems durch die umgebende Flüssigkeit, d. h. eines Systems, das schwerer zu bestimmenden Verbindungen unterworfen ist“. Im zweiten Falle genügt es „für die Hauptfragen der Astronomie“, wenn man die Himmelskörper „als Punkte oder als homogene Kugeln oder Ellipsoide oder als Körper betrachtet, deren Dichtigkeit mit einer gewissen Gleichmäßigkeit nach dem Mittelpunkte zu wächst“<sup>17</sup> (II, S. 438). Beide Verifikationsgebiete können durch eine Vergleichung der astronomischen Beobachtungen mit gewissen irdischen Experimenten teilweise mit einander verknüpft werden. Die Berechnungen der Planetenbewegung auf Grund der mechanischen Theorie werden durch die Beobachtung mit einer bewundernswerten Genauigkeit bestätigt, nämlich mit einer Abweichung von 15 Winkelsekunden oder 1 Zeitsekunde bei der Bewegung des Mondes innerhalb  $2\frac{1}{2}$  Jahrhunderten und mit der höchsten Abweichung von 8 Winkelsekunden oder  $\frac{1}{2}$  Zeitsekunde bei der Bewegung des Merkur in einem Jahrhundert (eine Verschiebung des Perihels um  $41''$  — welche jetzt durch die Relativitätstheorie aufgelöst wird). „Für die anderen Planeten bleibt diese Abweichung unterhalb eines Winkels von  $2''$ , obgleich sie in bezug auf den Knoten der Venus und das Perihel des Mars zu merkbaren Fehlern führt“<sup>17</sup> (S. 439, 440). Die Verifikation, welche die Mechanik durch das Funktionieren der Maschinen erfährt, gestaltet sich hingegen komplizierter. Denn „die Kräfte, Massen, Verbindungen und Bewegungen, die uns als sichtbare Bestandteile der Erscheinung sich darstellen, genügen nicht mehr zu ihrer Bestimmung. Man muß vielmehr daneben störende Faktoren in Betracht ziehen, und zwar in erster Linie die Reibung, an die sich Erscheinungen der Erwärmung, Elektrisierung usw. anschließen“<sup>17</sup> (II, S. 442). In diesen Fällen

stellt die Mechanik nur dann mehr als bloß 'eine grob angenäherte Erkenntnis' dar, 'sofern es gelingt, die Gesamtheit der sichtbaren Daten zu erweitern', indem man neben ihr 'eine hypothetische unsichtbare Welt' als 'fiktives Zwischenglied zwischen den realen Gegenständen' konstruiert (a. a. O.). In diesen Fällen bleibt eine genauere Verifikation also 'abhängig von der Annahme anderer Hilfhypothesen' (S. 443).

So werden die Theorien als Erkenntnis der Wirklichkeit von der Erfahrung bestätigt. Sie sind aber doch eigentlich ideelle Systeme. Wenn sie Wirklichkeitserkenntnis darstellen, so heißt das somit, daß ein ideelles hypothetisch-deduktives System in einer sachlichen (nicht bloß genetischen) Beziehung zur Erfahrung steht. Nur darin kann die Wirklichkeitsbedeutung eines ideellen Systems liegen. Diese sachliche Beziehung besteht darin, daß eine Theorie einen Kreis schon bekannter Tatsachen vollständig zu erklären, das ist aus ihren Annahmen zu deduzieren vermag und daß auch alle weiteren Folgerungen aus ihnen mit Erfahrungstatsachen übereinstimmen, mit schon bekannten, aber bis dahin unaufgeklärten oder mit dadurch erst neu aufgefundenen — womit dann die Verifikation besonders schlagend wird. So ist Maxwells elektromagnetische Theorie des Lichtes dadurch verifiziert worden, daß H. Hertz imstande war, elektromagnetische Wellen experimentell zu erzeugen. Wenn auch die Folgerungsergebnisse, zu denen eine Theorie führt, und die beobachteten Tatsachen nur nahezu übereinstimmen, so lassen sich aber die Abweichungen begründen und ihre Grenzen bestimmen. Auch die annähernde Übereinstimmung von Theorie und Wirklichkeit hat ihren Grund und ihre Gesetzmäßigkeit; sie ergibt sich aus beider Verhältnis: es sind nicht völlig dieselben Bedingungen, welche die Theorie ihren Folgerungen zugrunde legt und welche für den realen Naturvorgang bestehen — weil die Theorie eben vereinfachte, idealisierte Verhältnisse behandelt. Diese nur annähernde Übereinstimmung ist weit entfernt von einem vagen 'Ungefähr'; auch sie ist deduzierbar.

Damit ergibt sich aber die Frage: Wie kann eine Theorie, das ist ein ideelles hypothetisch-deduktives System, das doch von willkürlichen Annahmen ausgeht, zu Ergebnissen führen, welche mit den Erfahrungstatsachen übereinstimmen? Das

kann nur sein, wenn die Annahme, auf welche die Theorie sich aufbaut, von vornherein gerade in Hinsicht auf die Erfahrungstatsachen gewählt sind. Die Axiome, die Grundannahmen eines theoretischen Systems, werden in freier Setzung aufgestellt; sie können ohne Rücksicht auf die Erfahrungswirklichkeit gewählt werden — dann ergeben sie eine irrealer Theorie, wie z. B. eine nicht-newtonsche Mechanik; und sie können auch so gewählt werden, daß die Folgerungen aus ihnen mit den Erfahrungstatsachen möglichst übereinstimmen. Das wird dadurch erzielt, daß in den Grundannahmen die allgemeinen Voraussetzungen für eine deduktive Ableitung, also ein gesetzmäßiges Verständnis gewisser konkreter Tatsachen, welche empirisch (experimentell oder durch Beobachtung) feststehen, konstruiert werden. Daten wie die des Falles auf der schiefen Ebene oder wie die Örter und Umlaufzeiten von Planeten geben die konkreten empirischen Tatsachen der Bewegung; die Fallgesetze Galileis und die Keplerschen Gesetze weisen eine erste Gesetzmäßigkeit darin auf; diese Gesetzmäßigkeiten lassen sich durch das Gravitationsgesetz wieder als Folgen einer allgemeineren Gesetzmäßigkeit verstehen; die allgemeinen Voraussetzungen für diese werden dann von einer Theorie der Bewegung, wie sie die Mechanik darstellt, entwickelt. Wenn man das Ganze einer Theorie einmal von den verifizierenden Tatsachen aus überblickt, so knüpft sich an diese eine Reihe immer allgemeinerer Aufstellungen — als die umgekehrte Folgerungsreihe —, die mit den Axiomen als den allgemeinsten Voraussetzungen endet. Eine Theorie legt bestimmte Erfahrungstatsachen als gesetzmäßig zurecht und konzipiert damit eine allgemeine Gesetzmäßigkeit für ein Erscheinungsgebiet, eine Erscheinungsgattung; sie stellt die logischen Erfordernisse dafür auf. In den Grundannahmen einer Theorie werden die Bedingungen formuliert, unter denen sich bestimmte reale Erscheinungen gesetzmäßig konstruieren lassen, unter denen ihre Rationalisierung möglich wird. Weil die Grundannahmen einer Theorie, sofern diese real gelten soll, von vornherein so gewählt werden, daß sie den allgemeinen logischen Überbau über Erfahrungstatsachen, eine Gesetzmäßigkeitskonstruktion derselben bilden, darum können sie

dann zu Folgerungen führen, welche immer wieder von der Erfahrung bestätigt werden.

### b) Theorie und Erfahrung.

Wenn die Axiome oder Grundannahmen einer Theorie in Hinsicht auf die Erfahrungstatsachen gewählt werden sollen als die allgemeinen Voraussetzungen für eine Gesetzmäßigkeit derselben, so heißt das, daß die Erfahrung in gewissem Sinne mitwirken muß bei der Aufstellung der Axiome. Denn diese Annahmen können nicht rein spekulativ ausgedacht werden. Sie sollen ja Wirklichkeitserkenntnis sein und Eigenschaften der Natur kann man sich nicht mit Hilfe selbstverständlicher Annahmen aus den Fingern saugen, sondern sie müssen der Erfahrung entnommen werden<sup>56</sup> (Zusatz 1, 5. Aufl., S. 555). Die Grundannahmen einer Theorie können nur aufgestellt werden, wenn sie durch Erfahrungswissen hinreichend vorbereitet sind. Das ganze Gebäude einer Theorie: die scheinbar willkürlichen Grundannahmen und die scheinbar beliebigen speziellen Bedingungen für die Deduktion und die dabei erstaunliche schließliche Übereinstimmung der Folgerungen mit der Erfahrung — das ist nur möglich, weil so und so viel Erfahrungswissen bei seiner Aufrichtung leitend, richtunggebend beteiligt ist. Machs Werke zeigen eingehend, wie beim Aufbau der mechanischen und der physikalischen Theorien überall Erfahrungen mitwirken und bewußt oder stillschweigend vorangehen.

Die Elemente und Beziehungen, mit denen eine Theorie arbeitet (z. B. Beschleunigung, Masse, Kraft), sind doch nur von der Erfahrung aus konzipiert, wenn sie auch dann rein formal (wie bei Russel lediglich als Beziehungen zwischen Raum- und Zeitpunkten) gefaßt werden. Sie erwachsen aus einer Umformung (Idealisierung) der Erfahrungsverhältnisse; eine Theorie konstruiert isolierte und vereinfachte Bedingungsverhältnisse, indem sie gewisse Eigenschaften der Erfahrungswirklichkeit festhält, andere fallen läßt. Dazu muß aber ein Erfahrungsbereich so durchgearbeitet sein, daß man imstande ist, die letzten Elemente und ihre Beziehungen herauszupräparieren. Erst wenn ein Erfahrungsgebiet analy-

tisch erforscht ist, wird es möglich, die idealen Bausteine für eine Theorie desselben in der notwendigen Präzision zu konzipieren.

Das zeigt sich besonders deutlich in den Grundannahmen der neuen relativitätstheoretischen Mechanik: das gilt aber ebenso für die der klassischen Mechanik. Der neue Massenbegriff wurzelt in neuen Ergebnissen der Elektrodynamik bewegter Körper (Medien), wie sie die Erscheinungen bei den Kathodenstrahlen und den Radiumstrahlungen mit sich gebracht haben. Infolge der Selbstinduktion der ausgeschleuderten (negativ) elektrisch geladenen Teilchen eines Kathodenstrahles (oder bei der Strahlung in einem spiegelnden Hohlraum) zeigt die elektromagnetische Energie ein genau solches Verhalten wie Trägheit, wie Masse also. Rechnungen (Abrahams) und Versuche (Kaufmanns) führen zu dem Schlusse, daß die Elektronen überhaupt keine andere Masse als die scheinbare Trägheit der elektromagnetischen Energie haben. 'Die Rechnung zeigt, daß diese träge Masse mit der Geschwindigkeit variiert.' Und eben diese Erscheinungen bei den Kathoden- und den Radiumstrahlen haben Bewegungen von ungeheurer Geschwindigkeit (von  $\frac{1}{30}$  bis  $\frac{2}{3}$  der Lichtgeschwindigkeit) neu in den Gesichtskreis gebracht. 'Was man für Kathodenkorpuskeln gezeigt hat, hat man auf alle Körper ausgedehnt' (3. Buch, 1. Kap., S. 188). Masse besteht allgemein in dem trägheits-analogen Verhalten der Energie und daher ist Masse nicht konstant, sondern mit der Geschwindigkeit veränderlich (nur ungefähr konstant bei Geschwindigkeiten bis zu 1000 km in der Sekunde, darüber hinaus wachsend bis zu unendlicher Größe bei der Lichtgeschwindigkeit). Auf so vielfachen Erfahrungen und Hypothesen baut sich der neue Massenbegriff auf — als eine umfassendste Hypothese. Und ebenso basiert der alte Massenbegriff Newtons auf vielfachen Erfahrungen, auf den Pendelversuchen von Huyghens u. a. über das Verhältnis von Masse und Gewicht.

Heißt das aber dann nicht, daß die Grundlagen einer Theorie doch induktive Erfahrungsergebnisse sind oder wenigstens selbständig begründete Hypothesen? Es heißt nur, daß man die Voraussetzungen, die man für eine Theorie macht, auf Grund von Erfahrungstatsachen (und selbständigen

Hypothesen) wählt, daß die Annahmen, die man einer Theorie zugrunde legt, durch bestimmte Erfahrungstatsachen (und Hypothesen) gefordert werden. Aber es sind immer — als Grundlagen einer Theorie — so wenig als feststehende Erfahrungsergebnisse auch für sich schon begründete Hypothesen. Nicht so liegt die Sache, daß man Ergebnisse hat, die durch Erfahrung erwiesen oder wenigstens als Hypothesen wahrscheinlich sind, und sie nun zu Grundlagen eines deduktiven Systems, einer Theorie, nimmt, so daß die Folgerungen deshalb für die Erfahrungswirklichkeit gelten, weil die Voraussetzungen an und für sich schon dafür gelten (als induktive Erfahrungssätze oder Hypothesen), sondern immer liegt es bei einer Theorie so, daß ihre Grundlagen erst durch die Verifizierung ihrer Folgerungen rückwirkend Gültigkeit erhalten, auch wenn sie von vornherein in dem Sinne von Hypothesen über die Verhältnisse der Wirklichkeit aufgestellt sind; für sich allein haben sie keine hinreichende Gültigkeit. Denn in dem Sinne, wie sie die Grundlagen der Theorie bilden, gehen sie, wie gezeigt (S. 93 f.), als Verallgemeinerungen über das durch Erfahrung Gegebene (oder Wahrscheinliche) immer hinaus. „Was man für die Kathodenkorpuskeln gezeigt hat, hat man auf alle Körper ausgedehnt!“ Das Becht dazu muß sich aber erst aus der Verifizierung der Folgerungen daraus erweisen. Und darum kann sich auch die neue Mechanik nur in der Weise aufbauen: Nehmen wir an, daß sich die Körper in einem Raum-Zeit-Kontinuum in geodätischen Linien bewegen und daß die Masse nur von den vorhandenen Körpern und ihrer relativen Lage zu einander abhängt und daß... usw., dann muß z. B. das Licht in einem Gravitationsfeld abgelenkt werden oder dann ergibt sich eine säkulare Perihelverschiebung des Merkur um 41" — was tatsächlich der Fall ist (oder nicht der Fall ist). Die Gesetzmäßigkeit, welche eine Theorie aufstellt, wird an einem speziellen Bereich als Beziehung von Erfahrungstatsachen aufgefunden und festgestellt; diese wird dann verallgemeinert, sie wird als Gesetzmäßigkeit für einen allgemeinen Bereich ausgesprochen, indem man erkennt, daß sie nicht von den speziellen Bedingungen des gegebenen empirischen Falles abhängt, daß darin vielmehr eine allgemeinere Ab-

hängigkeitsbeziehung maßgebend ist. Als solche stellt sie dann aber nur eine Annahme dar. Aus dieser angenommenen Erweiterung lassen sich aber neue Folgerungen ableiten, und indem diese von der Erfahrung bestätigt werden, wird damit auch jene verifiziert.<sup>82</sup> Dieser Aufstieg zu einer allgemeineren Gesetzmäßigkeit bedeutet aber immer die Entdeckung eines Neuen: die Aufstellung eines übergeordneten Gemeinsamen (z. B. über dem Fall und dem Wurf und der Planetenbahn die Massen-Anziehung\*), und dieses ist eine originelle, geniale Idee, die nicht einfach von der Erfahrung abzulesen ist. Und insofern führt eine Theorie über das in der Erfahrung wirklich Gegebene immer hinaus — so sehr sie auch immer nur auf dem Boden der Erfahrung erwachsen kann. Die Grundlagen einer Theorie werden nicht im eigentlichen Sinn der Erfahrung entnommen, wie Mach (a. a. O.) sagt. Sie sind nicht empirisch gegeben oder beobachtbar und sie können auch nicht einfach erschlossen werden, weil die Obersätze dafür fehlen: eine Theorie baut sich ja gerade durch die Einführung neuer Ideen, neuer Abhängigkeitsbeziehungen auf. Die Grundannahmen können nur konstruiert werden als Hilfsmittel zur Zurückführung der empirisch gegebenen Erscheinungen (z. B. Bewegung) auf gesetzmäßige Bedingungen.

Damit ist ein klarer Einblick in das prinzipielle Verhältnis von Theorie und Erfahrung gewonnen. Wenn eine Theorie für die Erfahrungswirklichkeit gelten soll, so kann ihre Aufstellung nur Hand in Hand mit der Erfahrung erfolgen. Aber das bedeutet noch keineswegs, daß damit die Grundlagen einer Theorie durch Erfahrung selbständig, direkt begründet würden. Das Axiomensystem einer Theorie vermag immer nur als freie Setzung aufzutreten, nicht als für sich induktiv begründete Hypothesen. Die Erfahrung bildet — außer der Verifikation — nur eine Entstehungsbedingung für eine Theorie. All das, was früher über die Mitwirkung der Erfahrung am Aufbau einer Theorie gesagt worden ist, besteht nur in genetischer Hinsicht. Diese Mitwirkung wird unsichtbar, wenn das hypothetisch-deduktive System fertig dasteht. Unter dem Geltungs-Gesichtspunkte tritt die Erfahrung in einer Theorie überhaupt nicht früher als bei ihrer Verifikation als Instanz auf: sie wird erst zur Realitätsprüfung

der theoretischen Konsequenzen angerufen. Innerhalb des reinen Folgerungssystems spielt sie geltungsmäßig überhaupt keine Rolle. Denn hier folgt ja alles aus den Grundannahmen mit logischer Notwendigkeit. Darum gilt das deduktive System in sich unabhängig von der Erfahrung. Und auch für die Grundannahmen selbst bildet diese nur eine genetische Voraussetzung, nicht eine direkte Grundlage ihrer Geltung. Sie sind nur indirekt mit der Erfahrung geltungsmäßig verknüpft durch den rückläufigen Folgerungszusammenhang mit den verifizierenden Tatsachen.

Die Erfahrung wirkt also an der Aufstellung einer real gültigen Theorie in zweifacher Hinsicht mit; unter dem Gesichtspunkte der Geltung lediglich bei der Verifikation als empirische Bestätigung theoretischer Folgerungen; und sonst nur in genetischer Hinsicht als Ausgangsbasis für die Gestaltung einer Theorie, als Material für die Bildung ihrer Bausteine, als Direktive für die Wahl ihrer Grundannahmen, als Anregung für die Stellung der speziellen Aufgaben. In genetischem Sinne trifft es zu, wenn Wundt (*Logik*, II<sup>3</sup>, S. 400, 4. Abschn., 1. Kap., 1 c) sagt: „Nachdem durch Analyse, Induktion und Abstraktion die allgemeinen Voraussetzungen über die Grundlagen bestimmter Naturvorgänge sowie die Gesetze, denen sie folgen, gewonnen sind, beginnt das Geschäft der physikalischen Deduktion.“ Aber er hat nicht recht, wie er es meint — wenn er z. B. das Gesetz der virtuellen Verschiebungen bei Lagrange ein „aus ursprünglicher Induktion gewonnenes Gesetz“ nennt (S. 412, 410): im Sinne der Geltung. Denn die gesetzmäßigen Verhältnisse, die eine Theorie aufstellt, lassen sich nicht aus der Erfahrung direkt entnehmen oder erweisen oder logisch ableiten, sondern es ist gerade die Leistung einer Theorie, über dem Erfahrungsgegebenen eine rationale Konstruktion (die einer möglichen Gesetzmäßigkeit) aufzuführen und den Nachweis dafür aus der Erfahrung auf einem Umwege zu ermöglichen, indem sie das, was sie nur als Annahme einführen kann, in ihren Folgerungen an der Erfahrung prüft.

Obwohl eine Theorie eine nicht-empirische, ideale Konstruktion ist, kann sie doch für die Erfahrungswirklichkeit gelten, weil ihre Grundannahmen so gewählt werden, daß die



Folgerungen daraus mit der Erfahrung übereinstimmen. Und man wird dadurch instand gesetzt, solche Annahmen aufzustellen, daß man bei ihrem Entwurfe von den Erfahrungsverhältnissen ausgeht und auf Grund einer Analyse derselben und durch deren Vereinfachung und Idealisierung die Glieder und Beziehungen des Systems konzipiert.

### c) Mehrfachheit und Einfachheit der Theorien.

Die Geltung für die Erfahrungswirklichkeit wird einer Theorie durch die empirische Verifikation zuteil. Was diese besagt, ist streng genommen nur dies: Aus den Grundannahmen der Theorie lassen sich Folgerungen ziehen, welche mit empirisch konstatierten Tatsachen (innerhalb der Fehlergrenzen) übereinstimmen. Die reale Geltung einer Theorie beruht also darauf, daß sie die allgemeinen Voraussetzungen für die Gesetzmäßigkeit und damit Deduzierbarkeit von gegebenen empirischen Tatsachen aufstellt. Aber die Aufgabe, diese Voraussetzungen zu finden, hat keine völlig eindeutige Lösung.

Durch die Verifikation werden nicht die einzelnen Axiome, sondern es wird das System derselben bestätigt, denn sie werden ja nicht direkt, sondern nur als die gemeinsamen Obersätze der verifizierten Folgerung bestätigt. Es sind daher innerhalb des Systems immer Ersetzungen und Verschiebungen möglich. Die Grundannahmen werden immer indirekt, durch Vermittlung des logischen Verhältnisses von Besonderem und Allgemeinem verifiziert. Denn die verifizierenden Tatsachen sind immer besondere, spezielle, die Annahmen immer allgemein. Vom Besonderen aus ist aber das Allgemeine nicht eindeutig bestimmt: man kann zu einem gegebenen Urteil mehrfache Obersätze konstruieren, aus denen es sich logisch ableiten läßt. Deshalb ist es prinzipiell möglich, daß sich auch zu gegebenen Tatsachen die allgemeinen Voraussetzungen auf mehrfache Weise konstruieren lassen. Dieselben Tatsachen können eventuell durch verschiedene Theorien erklärt werden. Die Geschichte der Optik bietet in dem Kampf der Emissions- und der Undulationstheorie dafür eine ganze Reihe von Beispielen (vgl. <sup>82</sup> <sup>84</sup>). Aber auch die Gegen-

wart: Die verschiedenen Axiomensysteme, auf welche die moderne theoretische Physik aufgebaut werden kann, hat Carnap<sup>85</sup> zusammengestellt.

Zwischen verschiedenen möglichen Theorien entscheidet nicht die Verifikation, sondern ein ganz anderer Gesichtspunkt: der der Einfachheit. Diejenige Theorie ist den anderen vorzuziehen, welche die wenigsten speziellen Voraussetzungen, die nur für das betreffende Gebiet von Erscheinungen gelten, einführt, welche möglichst nur mit den allgemeinen Voraussetzungen größerer Wissenschaftsgebiete auskommt, um die tatsächlichen Erscheinungen daraus herzuleiten. Eine eingehendere Bestimmung dessen, was Einfachheit einer Theorie bedeutet, hat Carnap (a. a. O.) speziell in Hinsicht auf die physikalische Theorie gegeben. Die Forderung der ‚Einfachtheit‘ kann auf verschiedene Art ihre Erfüllung finden: durch die einfachste Gestalt der Grundannahmen oder aber durch die einfachste Form der ‚Beschreibung‘, der deduktiven Ableitung des betreffenden Erscheinungsgebietes. Die beiden gehen keineswegs Hand in Hand. Für die Physik z. B. sind die einfachsten Axiome die der euklidischen Geometrie und der Newtonschen Mechanik; die allgemeine Relativitätstheorie hingegen wählt die Axiome so, daß die deduktive Darstellung der mechanischen Vorgänge möglichst einfach wird, und kommt dadurch zu einem komplizierteren geometrischen System (dem der Riemannschen Geometrie für vier Dimensionen) und zu neuen komplizierteren Grundgleichungen. Die Einfachtheit kann sich lediglich auf die Axiome einer Theorie beziehen oder auf die deduktiven Ergebnisse. Über die Einfachheit einer Theorie entscheidet so jedesmal ein anderer Gesichtspunkt.

Wenn man die tatsächlichen Verhältnisse in den Wissenschaften überblickt, darf man aber wohl sagen, daß die willkürliche Wählbarkeit der Grundannahmen und damit die mehrfache Möglichkeit von Theorien in bezug auf dasselbe Tatsachengebiet faktisch doch einer starken Einschränkung unterliegt. Es ist vor allem das Stadium des Werdens in der theoretischen Bewältigung eines Tatsachenbereiches — und da kann man freilich fragen: wann ist dieses abgeschlossen? —, in dem sich tatsächlich mehrfache Theorien gegenüberstehen.

Aber sofern sie nicht vergehen, formen sie sich immer mehr in einer Richtung um, sie konvergieren: es nötigt sich eine Form deduktiven Zusammenhanges zunehmend aus der Sache selbst heraus auf. Das ist doch wohl das Bild, das die historische Entwicklung der verschiedenen Theorien eines und desselben Tatsachengebietes (z. B. der Optik) zeigt (vgl. <sup>81</sup>). Die Theorienbildung wird determiniert nicht nur durch die empirischen Tatsachen, welche sie erklären soll, z. B. die Erscheinungen der Binge in periodischen Abständen bei den Versuchen mit einer sehr dünnen, konzentrisch zunehmenden Luftschicht zwischen Glasflächen <sup>82</sup> (S. 192, 193), die Erscheinungen einer gegenseitigen Beeinflussung der Lichtstrahlen in Aufhebung oder Verstärkung (Interferenz) <sup>83</sup> (S. 262, 263), die Beugungserscheinungen usw.: die Theorienbildung wird auch determiniert durch bestimmte Grundbeziehungen, welche in den verschiedenen Erklärungsweisen dieser Tatsachen in gleicher Weise festgehalten werden: daß das Licht ein periodischer Vorgang ist, daß dieser einander aufhebende Zustände aufweist u. a. Brewster besprach z. B. die Periodizität der Emissionstheorie und jene der Undulationstheorie und kam schließlich zu dem Ergebnis, daß beide die Größe  $d$  besitzen, welche bei der Betrachtung der Newtonschen Ringe zutage gefördert wird. Nur bedeutet sie in der einen Theorie etwas anderes als in der anderen... <sup>84</sup> (S. 59, 60). Es gibt feste Punkte in der Theorienbildung, allgemeinste Beziehungen, welche den verschiedenen Theorien eines Tatsachengebietes, sofern sie richtig sind, gemeinsam sind und die von diesen nur auf verschiedene Weise umschrieben werden. In solchen Invarianten zwischen den verschiedenen Theorien darf man wohl eine faktische Begrenzung der prinzipiellen Mehrfachheit von Theorien desselben Tatsachengebietes sehen.

#### d) Realistische und idealistische Interpretation der Theorie.

Die einfachere Theorie hat den Vorrang vor der komplizierteren (in diesem oder in jenem Sinne) — das kann zunächst nur den Sinn haben: sie ist das handlichere Werkzeug, sie ist als gedankliches Instrument für die Ordnung unserer Erfahrungen ökonomischer, zweckmäßiger, brauchbarer.

(So bei James<sup>151</sup> S. 33.) Poincaré vergleicht<sup>87</sup> (S. 33) die Theorie einem bloßen Katalog der (experimentell gewonnenen) Tatsachen, also einer willkürlichen, bloß mehr oder weniger praktischen Ordnung derselben, die aber nicht selbst Tatsächliches ausspricht. (Analog Duhem<sup>87</sup> [S. 209] und Dingler<sup>88 89</sup>.) Daß nur die einfachere Theorie den wirklichen Verhältnissen entspricht — davon kann man nur dann sprechen, wenn man erstens die Grundannahmen einer Theorie als Hypothesen über die Wirklichkeit auffaßt und außerdem die Voraussetzung macht, daß die Wirklichkeit nach dem Prinzip der Einfachheit, dem „Gesetz der Sparsamkeit“ gebaut ist.

Die Grundannahmen einer Theorie können allerdings nicht selbst mit der Wirklichkeit „übereinstimmen“ in der Weise, daß ihnen empirische Tatsachen unmittelbar entsprechen — denn sie enthalten ja idealisierte (vereinfachte) Verhältnisse, sondern sie können reale Geltung nur in dem Sinne beanspruchen, daß sie die elementaren Abhängigkeiten, die letzten einfachen Bedingungen, durch welche die wirklichen Vorgänge bestimmt werden, hypothetisch aufstellen. Die Mechanik konzipiert in ihren Prinzipien Komponenten der Gesetzmäßigkeit in Hinsicht auf die empirisch wirkliche Bewegung.

Aber sowohl die Auffassung, daß die Grundannahmen einer verifizierten Theorie damit zugleich Hypothesen über die bedingenden Faktoren der Wirklichkeit darstellen, als auch die, daß sie bloße gedankliche Hilfsmittel, Hilfskonstruktionen gewissermaßen sind, bedeutet schon eine Interpretation des rein wissenschaftlichen Tatbestandes.

Die Alternative für die Interpretation des Verhältnisses der Deduktionsgrundlagen und des deduktiven Systems überhaupt zur Erfahrungswirklichkeit ist diese: Eine Theorie realer Erscheinungen stellt entweder ein bloßes System von ideellen Bestimmungsmitteln ohne Wirklichkeitsbedeutung — ohne reale Entsprechung — dar oder aber einen Zusammenhang der Gesetzmäßigkeiten der realen Erscheinungen. Die Grundannahmen sind dementsprechend entweder bloße Übereinkommen, deren Qualifikation statt „wirklichkeitsgültig“ vielmehr „brauchbar“, „leistungsfähig“ lautet. — oder Hypo-

rhesen über reale Bedingtheiten der empirischen Erscheinungen. Es ist der Unterschied realistischer und idealistischer Interpretation, der sich damit wieder geltend macht. Aber unberührt davon, für die eine wie für die andere Auffassung, beruht die Beziehung der ideellen Theorie zur Erfahrungswirklichkeit, ihre Verifizierbarkeit, darauf, daß die Grundannahmen so gewählt sind, daß sie zu deduktiven Ergebnissen führen, die mit der Erfahrungswirklichkeit möglichst übereinstimmen. Darin liegt in jedem Fall der Grund der Harmonie zwischen Theorie und Wirklichkeit.

## VI. Die Geltung der Erkenntnisprinzipien.

Es ist im Vorausgehenden untersucht worden, in welcher Weise Theorie als Erkenntnis der Erfahrungswirklichkeit fungieren kann. Es ist damit ganz allgemein die Beziehung zwischen einem ideellen hypothetisch-deduktiven System und der Erfahrungswirklichkeit dargelegt worden. Die so gewonnene Einsicht wirft aber nun wieder ein klares Licht auf den Ausgangspunkt zurück, auf das Verhältnis der Geometrie oder besser der Geometrien, als ideeller hypothetisch-deduktiver Systeme, zum realen Raum. Geometrie, angewandt auf die Erfahrungswirklichkeit, also als Bestimmung des realen Raumes betrachtet, ist nichts anderes als eine Theorie der empirischen Räumlichkeit. Es ist eine Theorie speziell der Ausdehnungsverhältnisse an der Erfahrungswirklichkeit, der möglichen Lagebeziehungen der Körper — das ist der erkenntnistheoretische Charakter unserer Raumerkenntnis.

Damit wird das erkenntnistheoretische Wesen dieser philosophisch so wichtigen Erkenntnis gegenüber all den mannigfachen rationalistischen und empiristischen, psychologischen und metaphysischen Auffassungen derselben klar: vor allem der geläufigsten und ausgebildetesten Raumauffassung gegenüber, der kantischen und neukantischen Auffassung als apriorische Anschauungs- oder Ordnungsform. Nach dieser beruht das Verhältnis der Geometrie zur Erfahrung, ihre Anwendbarkeit und damit also die Erkenntnis des realen Raumes auf dem eigenen Geltungsgrund der Geometrie: auf der apriorischen Synthese auf Grund „reiner Anschauung“ — oder auch

reinen Denkens (bei der Marburger Schule) —, jedenfalls auf Grund einer apriorischen ‚Ordnungsform‘ für die Sinnlichkeit. Die Anwendbarkeit der Geometrie ist infolgedessen von vornherein für alle Erfahrung gewiß. Was das aber für eine eigentümliche Geltungsgrundlage ist, eine ‚apriorische Ordnungsform der Sinnlichkeit‘, das ist nicht überall so ganz klar.

Der eigentliche historische Sinn dieses Begriffes bei Kant wird von den streng erkenntnistheoretisch gerichteten Neukantianern selbst schon aufgegeben. ‚Daß der Raum nur die «subjektive Bedingung der Sinnlichkeit» sei, «unter der allein uns äußere Anschauung möglich» ist; daß er an der besonderen «Beschaffenheit unserer Sinnlichkeit», an der «Rezeptivität des Subjekts, von Gegenständen affiziert zu werden», hänge, somit «a priori im Gemüte gegeben» sei; daß man daher «nur aus dem Standpunkte eines Menschen» von diesem Raume reden könne, während wir «von den Anschauungen anderer denkender Wesen gar nicht urteilen können, ob sie an die nämlichen Bedingungen gebunden seien» (Kant, Krit. d. r. Vern., § 3, ‚Schlüsse aus den obigen Begriffen‘ b), sind Thesen, die auf dem Wege transzendentaler Begründung nicht nur nicht erwiesen oder je erweislich, sondern dem reinen Sinne der transzendentalen Methode geradezu widersprechend sind‘<sup>91</sup> (S. 311). Es heißt das, die Bedingungen zur Möglichkeit der Erfahrung ‚gleichsam hinter der Erfahrung, in der eigenartigen Beschaffenheit eines erst wie außer der Welt stehend, dann in sie eintretend gedachten «Subjekts» unserer Anschauungen‘ sehen (a. a. O.). Eine solche ‚subjektivistische Begründung der Erkenntnis auf eine besondere Organisation unseres Geistes‘ ist erkenntnistheoretisch unstatthaft<sup>91</sup> (S. 322. 313). Denn sie gibt gar keine erkenntnistheoretische Begründung ihrer Gültigkeit, sondern führt sie auf naturgesetzliche Verursachung zurück; sie gibt eine psychologische Metaphysik der Erkenntnis aus dem Gedankenkreis der Vermögenspsychologie heraus.

Die moderne erkenntnistheoretische Umdeutung dieses Begriffes der apriorischen Anschauungsform vollzieht sich dadurch, daß die psychologische Funktionsgesetzmäßigkeit in eine Ordnungsgesetzmäßigkeit verwandelt wird. ‚Weisen wie das Mannigfaltige der Erscheinungen ein ge-

wissen Verhältnissen geordnet werden kann — dies und nur dies besagt der viel mißverständene Terminus »Form der Anschauung«. Zeit und Raum stellen dar: die Form, d. h. die gesetzmäßig bestimmte Art der Ordnung, gemäß welcher alles Mannigfaltige der Erscheinungen in den Verhältnissen des Nach- und Nebeneinander „angeschaut“, d. h. konkret vorgestellt wird. Hierbei ist das Ordnen selbst Leistung des synthetischen Denkens. Nicht also die Tätigkeit des Ordnen bedeutet die Zeit- und Raumanschauung<sup>91</sup> (S. 268, 269), sondern die Art und Weise, in der sich uns die Ordnung an dem Mannigfaltigen der Sinnlichkeit allein vollziehen kann. Raum (und Zeit) ist also ein Ordnungssystem, ein mehrdimensionales (und ein eindimensionales) Gefüge. Und dieses wird nach Natorp und der Marburger Schule nicht durch Anschauung, sondern durch synthetisches Denken aufgebaut. Es sind also „Anschauungsformen“, die eigentlich „reine Denkbestimmungen“<sup>91</sup> (S. 280) sind. Aber sie sind doch nicht bloß etwas rein Mathematisches, sondern zugleich „Bedingungen möglicher Erfahrung“. „Die Empirie wird durch sie der reinen Gesetzlichkeit des Denkens erschlossen“<sup>91</sup> (S. 279) — und da liegt der Angelpunkt des Problems.

Für den Neukantianismus steht es wie für Kant von vornherein fest, unabhängig von der Erfahrung, daß das geometrische Ordnungssystem, oder vielmehr ein bestimmtes geometrisches Ordnungssystem, auch für die räumlichen Verhältnisse der Erfahrungswirklichkeit gilt. Der Grundgedanke Natorps, der sich darüber am eingehendsten ausgesprochen hat, ist der: Die Beschaffenheit des realen Raumes ist überhaupt nicht durch Erfahrung bestimmbar, denn zwischen den verschiedenen geometrischen Räumen kann man über ihre Wirklichkeit nicht durch Erfahrung entscheiden. Denn was durch empirische Messung überhaupt festgestellt werden kann, sind Eigenschaften der Körper und ihre Bewegungen, nicht Eigenschaften des Raumes; er ist für jede Art empirischer Bestimmung schlechterdings unfindbar (ebend.). Die Entscheidung zwischen den geometrischen Räumen in bezug auf ihre empirische Anwendung wird also nicht durch die Erfahrung getroffen, aber auch nicht durch willkürliche Übereinkunft wie bei Poincaré u. a., son-

dem vielmehr durch eine apriorische, von aller Erfahrung unabhängige Deduktion aus den Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung. Durch sie wird unter den geometrischen Räumen, obschon sie alle ‚gleich denkmöglich‘ sind<sup>91</sup> (S. 321), doch ein Raum a priori vor den anderen ausgezeichnet, der euklidische. (Ebenso sind für Aster<sup>90</sup> [S. 242] ‚die Sätze der euklidischen Geometrie die einzigen, die als synthetische Sätze a priori der Anschauung entnommen werden und auf diesem Weg [einschließlich des Parallelaxioms] begründet werden können‘. Die nicht-euklidische Geometrie ist dagegen nur ‚eine letzten Endes willkürliche, nur widerspruchsslos mögliche Variation derselben‘ [ebend.]).

Nur der euklidische Raum macht nämlich nach Natorp Existenzbestimmung möglich und damit Naturwissenschaft und Erfahrung überhaupt<sup>91</sup> (S. 322). Das läßt sich zwar nicht aus formal-logischen Gründen, d. i. weil das Gegenteil — ein Raum von größerer Dimensionenzahl und einem positiven oder negativen Krümmungsmaß — logisch widersprechend wäre (S. 308), wohl aber aus ‚transzendentaler Logik‘ nach Gründen a priori unabhängig von der Erfahrung einsehen (S. 317). Rein mathematisch sind alle möglichen Räume von beliebiger Dimensionenzahl und mit beliebigem konstanten oder veränderlichem Krümmungsmaß gleichberechtigt. Aber aus den ‚Bedingungen einer möglichen Existenzbestimmung‘ ergibt sich die Notwendigkeit einer Einschränkung dieser Beliebigkeit. Aber ‚wenn es sich nicht um bloße abstrakte Denkbarkheiten, sondern um die Möglichkeit von Existenzbestimmung handelt‘, dann ist damit ‚die neue Bedingung gestellt, daß die Richtungen und Dimensionen im Raum, in einer geschlossenen, von vornherein nur als einzig denkbaren systematischen Verknüpfung miteinander stehen müssen‘ (S. 304). ‚Dieser Forderung aber genügen, wie (in §§ 5, 6) gezeigt, nicht die Bestimmungen nicht-euklidischer Räume, die zuletzt alles in unendlicher Unbestimmtheit zurücklassen würden, sondern ihr genügt allein, eben kraft seines Eigencharakters, der euklidische Raum‘ (S. 316).

Durch seine innere, rein mathematische Beschaffenheit hat also nach Natorp ein ganz bestimmter Raum von vorn-



herein, vor aller Erfahrung den Vorrang vor allen anderen für die Anwendung auf die Erfahrung, auf das ‚Existenz-Denken‘. Seine Wahl wird nicht durch die Erfahrung bestimmt, denn sie kann gar nicht durch Experiment und Beobachtung bestätigt und widerlegt werden (S. 314, 316), sondern durch ‚reine Denkgrundlegung‘ (S. 316) wird a priori bestimmt, welcher Raum der Erfahrung zugrunde zu legen ist. Dadurch wird erst die Voraussetzung für Experiment und Beobachtung geschaffen, werden sie erst ‚möglich‘ gemacht (ebend.). Als der allein anwendbare ist ‚der euklidische Raum weder eine absolute Denknötwendigkeit noch eine reine Erfahrungstatsache oder etwa eine Hypothese, deren Wahrheit oder Unwahrheit der Entscheidung der Erfahrung unterläge, sondern eine ‚notwendige‘ Voraussetzung in dem bestimmten Sinne, daß er bedingend ist für ‚mögliche Erfahrung‘, bestimmter: für die eindeutige gesetzmäßige Bestimmbarkeit von Existenz in der Erfahrung. Er beruht also nicht auf einer Notwendigkeit des Denkens überhaupt, wohl aber des Erfahrungsdenkens, des Denkens von Existenz. Das Unterscheidende liegt in dem Hinzutritt der Bedingung der Einzigkeit, nicht irgendwelcher besonderer räumlicher Bestimmungen, die mitsammen die Koexistenz der Dinge gesetzmäßig darstellbar machen‘ (S. 312). Die euklidische Geometrie — und sie allein — gilt für die Erfahrung, weil sie — und sie allein — eine a priori notwendige Bedingung für eine gesetzmäßig geordnete Erfahrung ist. Diese ‚Notwendigkeit‘ ist also nicht absolute Denknötwendigkeit, auch nicht subjektive Anschauungsnotwendigkeit, sondern die rein objektive Notwendigkeit der einzigen Bedingung eindeutiger Bestimmbarkeit zeiträumlicher Veränderung, die sonst, vom Standpunkte abstrakten Denkens und Rechnens ebenso wie vom Standpunkte bloßer Erfahrung, in absoluter Unbestimmtheit verbleiben müßte‘ (S. 323).

Ich habe Natorps Lehre vom Raum deshalb so ausführlich dargestellt, weil sie eine wirkliche Begründung der neukantischen Lehre versucht — und weil man daran sieht, wie bald sich die konventionellen erkenntnistheoretischen Anschauungen als unzutreffend erweisen, wenn sie einmal aus ihrer darübersehenden Allgemeinheit heraustreten, sich in Zu-

sammenhang mit der konkreten Wissenschaft formulieren. Nach Natorp liegt der Grund der Geltung einer Geometrie für die Erfahrungswirklichkeit in der apriorischen, von aller Erfahrung unabhängigen Einsicht in ihre Notwendigkeit als Bedingung der Erfahrung, d. i. einer Ordnung der sinnlichen Erscheinungen. Die Erkenntnis des realen Raumes läßt sich also nach neukantischer Auffassung a priori deduzieren. Es wäre wirklich, wie Wellstein<sup>18</sup> sagt, 'eine Erkenntnis von ungeheurer Tiefe und gewaltiger Tragweite', wenn sich 'aus transzendentelem Grund', also aus einer Analyse der 'Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung', d. h.: ihrer absolut notwendigen Voraussetzungen ergäbe, daß die räumliche Anordnung der Erscheinungen nur in der Form des euklidischen Raumes eindeutig bestimmt, sonst dagegen 'unendlich unbestimmt' wäre. Aber eine solche apriorische Deduktion ist nur eine dialektische Konstruktion ganz nach Hegelscher Art. Der 'Beweis' dafür, 'daß das Hinausgehen über drei Dimensionen (und zwar euklidischer Konstitution) in unendliche Unbestimmtheit führt', bewegt sich, wie es nicht anders sein kann, in Gedankensprüngen und fußt auf willkürlichen Voraussetzungen.

Der Kern seiner transzendentalen Deduktion des euklidischen als des realen Raumes ist: Die Vorgänge der Natur sind, 'abstrakt genommen, in jedem von unendlichfach-unendlichen Räumen konstanter oder beweglicher Verfassung' darstellbar<sup>21</sup> (S. 323, 324). Soll aber nicht alles in unendlichfach-unendlicher Unbestimmtheit verbleiben (S. 324), so muß man sich irgendwie für einen von ihnen entscheiden können. Nur das fordert die 'Möglichkeit der Existenzbestimmung'. Unbestimmt wäre das Raumsystem der Wirklichkeit aber auch dann nicht, wenn diese Entscheidung im Zusammenhange mit der physikalischen Erfahrung getroffen wird' unter dem Gesichtspunkte der einfachsten Annahme.

Es ist aber die grundsätzliche Lehre des Neukantianismus, daß sich diese Entscheidung a priori, unabhängig von der Erfahrung, durch 'reine Denkgrundlegung' (S. 316) treffen und mit endgültiger Sicherheit treffen läßt. Diese Entscheidung ist nach ihm durchaus nicht willkürlich, so oder so wählbar, oder auf die Festlegung durch denkfremde

Faktoren (Erfahrung) angewiesen; sondern es existieren „Bestimmungsgesetze, ... die in sich so bestimmt sind, daß es durch sie möglich wird, bestimmt zu machen, was ohne sie in haltloser Unbestimmtheit verbleiben müßte“<sup>21</sup> (S. 324)! Was nun a priori die Wahl des euklidischen Raumes bestimmt, um ihm der Erfahrung (der „Existenzbestimmung“) zugrunde zu legen, ist die Voraussetzung, daß die geringste Zahl von Bestimmungsstücken, d. i. von Dimensionen und Richtungen zu wählen sei, die für einen einzigen und damit geschlossenen, zugleich homogenen und stetigen Zusammenhang räumlicher Bestimmung notwendig und hinreichend ist“<sup>21</sup> (S. 305). Das ist aber, wie man nach den früheren Ausführungen über die Theorie nun sogleich erkennt, nichts anderes als das Prinzip der Einfachheit in bezug auf die Axiome, und damit zeigt sich das, was Natorp a priori zu deduzieren meint, als eine Wahl von Gesetzmäßigkeits-Konstituenten nach Art einer Theorie.

Denn es ist eine Täuschung, wenn Natorp glaubt, die Geltung gerade der euklidischen Geometrie für die Erfahrung als eine apriorische notwendige Bedingung der Erfahrung deduzieren zu können, es als ein absolut feststehendes Ergebnis beweisen zu können. Wo sind die Obersätze, die apriori feststehenden Grundsätze, aus denen er das deduzieren könnte? Ist es etwa der Satz, daß durch den „Sinn“ von 0 nach 1 und den „Gegensinn“ von 1 nach 0 (oder von 0 nach 1) eine einzige „Richtung“ definiert ist<sup>21</sup> (S. 306)? Und der Satz, daß „die Richtungsänderung ihrer Natur nach zirkulär“ ist (ebend.)? Und die anderen Voraussetzungen, auf denen sein „einfacher“ „Beweis“ für „die Beschränkung [der Raumordnung] auf drei Dimensionen, und zwar euklidischer Konstitution“ (ebend.) beruht? Die Axiome der euklidischen Geometrie als Definition der Eigenschaften des empirischen Raumes sind Annahmen — und können nichts anderes sein.

Wenn wir untersuchen — wie es früher geschehen ist —, wie die Wirklichkeitsgeltung einer der Geometrien tatsächlich entschieden wird, so sehen wir, daß sie überhaupt nur in Zusammenhang mit Erfahrung, aber nicht unabhängig von ihr möglich ist. Wenn die euklidische Geometrie in Hinsicht auf die Erfahrungswirklichkeit bisher einen Vorrang vor den

anderen hatte, so begründete sich das damit, daß, mit gewissen naheliegenden physikalischen Annahmen (Geradheit des Lichtweges usw.), die räumlichen Beziehungen der empirischen Körper ihr entsprechen, d. h. so sich am besten darstellen lassen. Wenn es auch zutrifft, daß die empirische Messung nicht direkt einen der geometrischen Räume zu verifizieren vermag, weil sich immer die physikalischen Voraussetzungen für die Messung dazwischen schieben, durch deren geeignete Abänderung theoretisch jede Geometrie die empirischen Raumbeziehungen darzustellen instande ist und also in ihnen realisiert gefunden werden kann — wenn somit auch das geometrische Raumsystem für die Erfahrungswirklichkeit prinzipiell willkürlich wählbar erscheint, so vollzieht sich seine Wahl doch nicht (wie Natorp will) lediglich „nach Gründen a priori“ (S. 317): der geometrische Raum wird nicht nach seiner immanenten geometrischen Einfachheit, weil er an sich der einfachste ist, ohne Berücksichtigung der Erfahrung für die Erfahrungswirklichkeit gewählt, sondern nur darnach, daß die empirischen Verhältnisse sich so am einfachsten darstellen lassen, nicht bloß geometrisch, sondern auch physikalisch. Das zeigt die Wandlung, welche die geometrische Bestimmtheit des realen Raumes in der Relativitätstheorie erfährt, aufs deutlichste. Der Raum wird hier von veränderlichem Krümmungsmaß ( $= 0$  außerhalb, positivem innerhalb eines Gravitationsfeldes) gedacht, eben deshalb, weil dadurch die ganze physikalische Gesetzmäßigkeit ihren einfachsten Ausdruck gewinnt.

Aber noch etwas beweist diese Wandlung in der Raumfassung durch die Relativitätstheorie: daß es eine bloße Annahme ist, wenn man diesen oder jenen geometrischen Raum der Erfahrung zugrunde legt, — und nicht eine apriorische Notwendigkeit, ein unwandelbar a priori feststehendes Ergebnis. Es ist eine Annahme auf Grund der ganzen Erfahrungssachlage, immer durch eine bessere ersetzbar, aber nicht ein unwiderrufliches Diktat für die Erfahrung, ein vorgegebenes Schema, in das das Erfahrbare, ohne selbst dazu etwas beizutragen, ohne selbst dafür relevant zu sein, einfach eingeordnet wird — wie es der a priori bestimmbar reale Raum des Neukantianismus ist.

All das zusammen erweist es zur Genüge, daß die Geltungsart der Geometrie als angewandter in bezug auf die Erfahrungswirklichkeit, also die Erkenntnis des realen Raumes, ganz die einer Theorie ist. Die Gesetzmäßigkeit des realen Raumes läßt sich nicht in ‚reiner Denkgrundlegung‘ ohne Beziehung auf ‚Denkfremdes (Erfahrung)‘ aufstellen, sondern nur als Annahme gerade mit Rücksicht auf die Erfahrungsverhältnisse. Und sie läßt sich nicht als eine absolute Bedingung der Möglichkeit der Erfahrung unabhängig von dieser (‘a priori’) für sich feststellen, sondern nur in Beziehung auf die empirischen Erscheinungen als diejenige Annahme, durch welche (zusammen mit anderen Annahmen) diese Erscheinungen den einfachsten systematischen Zusammenhang gewinnen. Das ist doch ganz der Charakter einer Theorie. Es ist eine Raumtheorie, eine Konstruktion der reinen Räumlichkeitsgesetzmäßigkeit, isoliert für sich entwickelt, so wie die Mechanik eine Theorie der reinen (isolierten) Bewegungsgesetzmäßigkeit ist. Der Raum ist nicht etwas für sich allein (a priori) Bestimmbares, sondern die abstrakte Abspaltung einer der Bestimmtheiten der Erfahrungswirklichkeit neben anderen (den physikalischen...); und die Scheidung zwischen diesen und der rein räumlichen Bestimmtheit kann nur mit Rücksicht auf das Erfahrungsgegebene getroffen werden. Der Raum ist ebenso nur eine Seite, nach der hin dieses sich gesetzmäßig konstruieren läßt, wie die Masse oder die Zeit. Aber alle diese Konstruktionsrichtungen, diese Bestimmtheitsarten hängen gegenseitig von einander ab; sie müssen so gestaltet werden, daß sich daraus die einfachste Theorie der (Gesetzmäßigkeit der) Erfahrungswirklichkeit ergibt.

Das ganze schwierige und immer wieder mißverstandene Verhältnis von Geometrie und Erfahrungswirklichkeit, geometrischen und empirischen Raumgebilden und -beziehungen tritt damit in ein klares Licht. Das Problematische dieses Verhältnisses knüpft sich daran, daß die Raumgebilde und -beziehungen der Geometrie (Punkte, Gerade, Ebenen...) ideale sind, Abstraktionen, denen die empirisch feststellbaren nicht ohne weiteres entsprechen. Gewöhnlich hat man ein solches Entsprechen auf ganz falschen Wegen gesucht: einerseits, indem man die idealen geometrischen Gebilde in der Erfahrung

realisiert finden will: andererseits, indem man auf Grund der empirisch feststellbaren Raumverhältnisse eine Geometrie, sogar eine der idealen konforme Geometrie, aufbauen will. Beides bedeutet den Empirismus in bezug auf die Geometrie. Denn in dem einen wie in den anderen Fall müßte sich die Geometrie empirisch begründen lassen. Das ist aber prinzipiell unmöglich, weil sich auf Grund der unscharfen empirischen Raumgebilde und Beziehungen, die immer nur innerhalb gewisser Grenzen genau bestimmt sind, keine strenge Exaktheit erreichen läßt. Empirisch bestimmen zwei „Punkte“ nur dann eine „Gerade“, wenn sie nicht zu nahe beisammen liegen! Empirisch schneiden sich zwei „Gerade“ nur dann in einem „Punkt“, wenn der Winkel zwischen ihnen nicht zu klein ist!

Die Axiome einer solchen empirischen Geometrie der Wirklichkeit müßten reine Erfahrungssätze sein. Wieso kann man aber auf Grund von Erfahrung behaupten (wie Hjelmslev<sup>79</sup>, S. 42): „In jedem Viereck mit drei rechten Winkeln muß [!] der vierte Winkel auch ein rechter sein?“ Oder: „Durch jeden Punkt läßt sich eine und nur eine Gerade senkrecht zu einer gegebenen Geraden ziehen?“ Gerade empirisch läßt sich doch eine Senkrechte, je größer sie wird, um so weniger eindeutig konstruieren.

Infolgedessen werden bei den Versuchen, eine Geometrie aus der Erfahrungswirklichkeit heraus zu begründen, statt dessen die Axiome der idealen Geometrie immer stillschweigend zugrunde gelegt und nur auf die empirische Wirklichkeit übertragen (so bei Pasch<sup>82</sup> und bei Hjelmslev). Es lassen sich eben nicht die Verhältnisse der idealen Geometrie in der empirischen Wirklichkeit realisiert entdecken oder aus ihr empiristisch entnehmen. Es ist ein prinzipieller Irrtum, wenn Hjelmslev<sup>79</sup> (S. 40) meint, daß die formale, abstrakte Geometrie nur „eine bequem abgerundete Formulierung der Resultate der praktischen [empirischen] Geometrie“ sei. Sie ist etwas ganz anderes als diese. Eine Geometrie der Wirklichkeit kann nur statistische, ungefähre Regelmäßigkeiten ergeben, in bezug auf die exakte ideale Geometrie nur Näherungswerte. Diese letztere gibt allein vermöge ihrer Exaktheit strenge Allgemeinheit und Einsicht in die Notwendigkeit der speziellen Beziehungen.

Alles das besagt eben: Die ideale Geometrie stellt in bezug auf den empirischen Raum eine Theorie dar. Die räumlichen Verhältnisse der Erfahrungswirklichkeit sind darin nicht nur auf eine eigene Gesetzmäßigkeit gebracht, sondern sie sind zu diesem Zweck auch in vollkommener Präzision ausgedacht. Die mehr oder weniger eng umgrenzte Stelle an oder zwischen empirischen Körpern wird zur vollkommen genau und eindeutig bestimmten und damit zum ausdehnungslosen Punkt; ein Streifen von bloß vorwiegender Längenausdehnung und in der Natur immer begrenzt, wird zur rein eindimensionalen Linie verengt und zur Unbegrenztheit erweitert, und ebenso eine immer nur sehr kleine, nahezu ebene Platte zur unendlichen vollkommenen Ebene usw. Erst diese idealen Gebilde ergeben die geeigneten Glieder, zwischen denen die in den Axiomen aufgestellten Beziehungen vollkommen genau gelten können; erst dadurch kommt überhaupt dieses ganze Beziehungssystem von absoluter Präzision und Gesetzmäßigkeit zustande. Die idealen geometrischen Raumgebilde und -beziehungen dürfen nicht in den empirischen gesucht, mit ihnen identifiziert werden, sondern sie stehen zu ihnen so wie die Maschinen der Mechanik (Hebel, Rolle...) zu den wirklichen: als idealisierte Elemente einer Theorie, welche eine abstrakt isolierte, spezifische Gesetzmäßigkeit des Wirklichen ausspricht. Das ist das eigentliche Verhältnis.

Die verschiedenen (euklidischen und nicht-euklidischen) Geometrien sind in bezug auf die Erfahrungswirklichkeit eben verschiedene mögliche Theorien der Räumlichkeit, der reinen Ausdehnungsgesetzmäßigkeit. Sie stellen mehrfache Möglichkeiten dar, wie sich aus den Erfahrungen räumlicher Ausdehnung ein Gesetzmäßigkeitssystem konstruieren läßt. Uns sind nur endliche Strecken, Parallele, nur begrenzte Räume beobachtbar gegeben; wie sie sich ins Unendliche fortgesetzt und erweitert verhalten, d. i. denken lassen, ob sie z. B. in sich selbst zurücklaufen, in vielfache Parallele auseinanderfallen, die sich nur auf der kurzen endlichen Strecke empirisch nicht unterscheiden lassen usw., das ist empirisch noch nicht eindeutig bestimmt. Zwischen diesen Systemen kann die Erfahrung nicht direkt (durch Messung) entscheiden, sondern nur mit Zuhilfenahme physikalischer Voraussetzungen (in

bezug auf den starren Meßkörper u. a.). Nur das Gesamtsystem beider, einer Geometrie und bestimmter physikalischer Annahmen kann durch Erfahrung bestätigt oder widerlegt werden, nicht eines von beiden Korrelaten für sich allein. Welche Geometrie sich als die der Erfahrungswirklichkeit ergibt, hängt davon ab, welche physikalischen Voraussetzungen man macht. Darum sagt der Idealismus: Eines von beiden, die Geometrie oder die physikalischen Annahmen, ist willkürlich wählbar; das andere ist damit dann in bestimmter Weise gefordert, damit das Ganze der Erfahrung entspricht. Welche physikalische Annahmen man macht, hängt aber doch wieder aufs engste mit den übrigen physikalischen Erkenntnissen (Erfahrungen und Theorien) zusammen. Die Wahl der physikalischen Annahmen und damit der Geometrie, welche daraufhin durch die Erfahrung gefordert ist, wird somit durch den Gesamtzusammenhang der Naturerkenntnis bestimmt, durch die Rücksicht auf seine Einfachheit. Die beiden Korrelate ergeben sich in der Weise, daß darnach der ganze Systemzusammenhang der Erfahrungstatsachen ein möglichst einfacher wird. Eine empirisch gültige Geometrie läßt sich nur als Theorie aufstellen. Was zwischen den verschiedenen Geometrien (als Theorien) entscheidet, ist nicht der Gesichtspunkt, welche für sich die einfachste ist, sondern welche sich am besten in das Gesamtsystem der Erfahrungserkenntnis einfügt, welche dieses am einfachsten gestaltet.

Was hiermit für die Raumkenntnis gezeigt worden ist — ihr Theoriecharakter — hat aber eine allgemeine und prinzipielle Bedeutung. Der Raum ist ja nicht die einzige Ordnungsform für die wissenschaftliche Erfahrung. Ihre systematische Einheit baut sich auch noch auf anderen Ordnungs- und Beziehungsformen auf (der Zeit, der ‚Kausalität‘, der ‚Substanz‘...). Denn reine Erfahrung (Sinneseindrücke und ihre erfahrenen Beziehungen) gibt noch nicht das, was die Wissenschaften an Beobachtungen und Messungen und Abhängigkeiten aufstellen. Sie muß dazu erst geordnet und interpretiert<sup>98</sup> (S. 98, 99) werden, d. h. ein Erfahrungsdatum muß auf die anderen in bestimmter Weise bezogen werden. Die Wissenschaft braucht daher Prinzipien der Ordnung und der Aufeinanderbeziehung (der ‚Interpretation‘) für die Er-



fahrungsdaten. Das ist die historische Einsicht und das Recht des kantischen Kritizismus gegenüber dem Empirismus. Aber so wenig wie die Ordnungsform des Raumes können auch diese Prinzipien als ursprüngliche Funktionen der Synthese oder als synthetische Urteile a priori im kantischen und neukantischen Sinne gelten. So wenig wie die Raumerkenntnis ist auch die physikalische Erkenntnis oder irgendeine andere Erkenntnis der Erfahrungswirklichkeit präformiert durch apriorische Notwendigkeiten, sondern die fundamentalen Ordnungs- und Beziehungsformen, welche die Wissenschaften enthalten, werden gerade im Zusammenhange mit den empirischen Erscheinungen mit Rücksicht auf ihre Beschaffenheit konzipiert. Sie werden der wissenschaftlichen Erfahrung nicht eigentlich zugrunde gelegt, sondern mit ihr aufgebaut.

Das würde eine weitergehende, umfangreiche Analyse und Vergleichung der Wissenschaften erweisen. Aber nur das wäre der Weg, um das Problem der Kategorien und der 'apriorischen' Grundsätze auf eine methodische Weise zur Lösung zu bringen. Kant hat seine Tafel der Kategorien und seine Grundsätze in dogmatischer Konstruktion einfach hingestellt und seine Nachfolger leben von diesem traditionellen Erbe. Um die konstitutiven Prinzipien der wissenschaftlichen Erkenntnis aber methodisch zu ermitteln, muß man in sachlicher Analyse die letzten Voraussetzungen der einzelnen Wissenschaften aufsuchen und sie auf Grund umfassender Vergleichung in allgemeinsten Weise formulieren. Wären alle Wissenschaften bereits axiomatisch aufgebaut, d. h. in ihren notwendigen und hinreichenden Voraussetzungen klargestellt, so hätte man in dem gemeinsamen obersten Axiomensystem die konstitutiven Prinzipien der Erkenntnis — das System der Kategorien und Grundsätze — gegeben. Man sieht aber damit sogleich, wie umfangreich und wie voraussetzungsvoll eine solche Aufgabe sich darstellt und wie sehr ihre Lösung durch eingehende Spezialuntersuchungen vorbereitet werden muß.

Gleichwohl wird man aber das eine schon nach dem Bisherigen als prinzipielles Ergebnis voraussagen können: Die Geltung der konstitutiven Erkenntnisprinzipien erweist sich als anders begründet, als es der kantische und neukantische Kritizismus darstellt. Vielfach begnügt sich dieser damit, die

Unentbehrlichkeit apriorischer Erkenntnisgrundsätze auszuführen, ihr Dasein zu ‚feiern‘ — wie man im Stil mancher Neukantianer sagen könnte. Wo er aber auf ihre Geltungsart und -grundlage eingeht, da hebt er hervor, daß diese Gültigkeit eine absolute, unwandelbare und eine der Erfahrung gegenüber vollkommen selbständig fundierte ist.

Wie die Bestimmtheit von Raum und Zeit, so deduziert Natorp<sup>91</sup> (7. Kap., § 3) auch eine unveränderliche Substanz als apriorische Bestimmtheit der Erfahrungswirklichkeit — die dann freilich (im § 4) näher als Energie bestimmt wird! Lediglich aus den Bedingungen des ‚Existenz-Denkens‘ erschließt er den Substanzcharakter. Da es im bloßen Raum wie in der bloßen Zeit nur leere Stellen gibt, ist in ihnen allein keine Veränderung möglich. ‚Es scheint [!] also etwas beiden an sich Fremdes, ein anderweitiger Zeit- und Rauminhalt hinzutreten zu müssen‘ (S. 348). ‚Irgendein noch sonstwie zu bestimmendes Etwas im Raum (nach Kants Ausdruck: ‚Reales‘) wird so gedacht werden müssen, daß es wechselnd andere und andere Stellen im Raum einnimmt‘ (S. 349). ‚Und zwar ist, wenn in diesem Wechsel die Einheit des Existierenden streng gewahrt bleiben soll, die weitere Voraussetzung unerläßlich, daß es zuletzt immer dieselben Elemente desselben, somit allein (zeit-räumlich) Existierenden seien, die in der Zeit ihren Ort, und zwar stetig wechseln. Daraus folgt [eigentlich: damit ist gegeben, nicht: folgt!] das große Gesetz: daß aller in der Zeit und im Raum geschehende Wechsel nur Stellenwechsel, also gegenseitige Lageänderung immer derselben Elemente eines und desselben Existierenden, dieses also, abgesehen von diesem Stellenwechsel, unveränderlich (weil notwendig auf einzige Art bestimmt) zu denken ist‘ (Ebend.). ‚So ergibt sich allein durch die logische Forderung der eindeutigen Bestimmtheit des Seins in bezug auf Zeit und Raum die notwendige Voraussetzung einer unveränderlich sich erhaltenden Substanz des Geschehens oder eines ‚Realen‘, welches nach diesem seinem reinen Begriff notwendig zu denken ist als in seinem Grundbestand immer sich selbst identischer, also ungewordener und unzerstörlicher, nicht vermehrbarer noch verminderbarer, auch keiner Qualitätsänderung unterliegender, dagegen im Raum

beweglicher Rauminhalt, dem mit diesem allen durchaus nur solche Bestimmungen beigelegt sind, welche dem in Raum und Zeit Existierenden zufolge des Inhalts der Begriffe Zeit, Raum und Existenz und des erkenntnisgesetzlichen Verhältnisses dieser Begriffe untereinander notwendig zukommen' (S. 349, 350).

Also völlig unabhängig von aller konkreten Erfahrung, in .reiner Denkgrundlegung', aus .transzendentaler Logik' heraus wird hier der Substanzcharakter des Erfahrbaren aufgestellt. Durch reines Denken wird er als notwendige Voraussetzung für eine eindeutige Bestimmtheit des Existierenden (also der Erfahrungswirklichkeit) und damit als Bedingung der Möglichkeit der Erfahrung überhaupt a priori .erwiesen'. Die Bedingungen möglicher Erfahrung und damit die Grundbestimmtheiten der Erfahrungswirklichkeit stehen also auch nach der neukantischen Lehre von vornherein (a priori) fest, und zwar unverrückbar ein für allemal: sie lassen sich unabhängig von jeder konkreten Erfahrung durch reines Denken (a priori) feststellen. Daher sind sie auch endgültig und absolut: sie können sich im Verlaufe des konkreten Erkennens niemals mehr ändern. Wie .das große Gesetz' der Substanz so bestehen auch der euklidische Raum und die absolute Zeit und die .Kausalität' usw. als absolute apriorische Gesetze des Erfahrungsaufbaues: sie bilden eine .Eigengesetzlichkeit des Erkennens'.

Aber wenn man die für die Erfahrung konstitutiven Erkenntnisprinzipien wissenschaftsanalytisch und wissenschaftsgeschichtlich untersucht, so ist es offenkundig, daß sie weder absolut endgültig, noch vollkommen selbständig gegenüber der Erfahrung gelten (wie nach der neukantischen Lehre). Wie sich das für die Bestimmtheit des empirischen Raumes vorhin gezeigt hat, so ließe es sich für den Substanzcharakter des Erfahrbaren ebenfalls zeigen.

Aus den allgemeinen Bedingungen der Erfahrung hat Natorp deduziert, daß alle Veränderung nur räumlicher und zeitlicher .Stellenwechsel' eines unveränderlich Existierenden sein kann. Das gilt aber ausdrücklich nur für eine Veränderung, die nicht nur in der Zeit, sondern auch im Räume vor

sich geht. Die Substanz stellt nach ihm gerade eine Verknüpfung zwischen der Raumordnung und der Zeitordnung her. Und die Raumordnung betrachtet Natorp als eine allgemeine Anordnungsform alles Erfahrbaren; denn sie ist es, welche erst überhaupt Gleichzeitigkeit ermöglicht. In der eindimensionalen Ordnung der Zeit wäre für einen solchen [Funktionalzusammenhang paralleler Veränderungsreihen] überhaupt kein Platz; es muß also die Simultanordnung, die Ordnung der Koexistenz hinzutreten, also die räumliche Ordnung<sup>91</sup> (S. 347). Dann lassen sich aber seelische Erscheinungen (z. B. begriffliches Denken, Wünsche, Stimmungen) überhaupt nicht als etwas Unräumliches auffassen, wie das vielfach geschieht; denn sonst wäre keine Gleichzeitigkeit derselben möglich. Wenn aber auch das Seelische in den Raum eingeordnet, lokalisiert wird, dann wäre es zugleich wieder substantiell zu denken: als Ortswechsel derselben Elemente! Das zeigt, daß die Substanzialisierung gar keine allgemeine Bedingung der Erfahrung überhaupt bildet, sondern nur für einen bestimmten Erfahrungsbereich in Betracht kommt. Und sie ist auf einen solchen deshalb eingeschränkt, weil sie durch die Beschaffenheit des Erfahrbaren nahegelegt, nicht aber durch eine apriorische Überlegung gefordert wird. Ein unveränderlicher Rauminhalt, der bloß seinen Ort wechselt, ist eine Annahme, und zwar — wie das eine eingehende Wissenschaftsanalyse zu zeigen hätte — eine Annahme aus Anlaß innerer (qualitativer) Beziehungen zwischen sinnlichen Erscheinungen, vermöge deren sie in gesetzmäßige Zusammenhänge untereinander zu bringen und als abhängig von identischen Beziehungszentren (eben als Erscheinungen von Substanzen) zu verstehen sind. Es ist eine Annahme aus bestimmten Erfahrungsverhältnissen heraus, eine Annahme, für die aber eben in bezug auf andere Erfahrungsverhältnisse oder auf alle gar keine Veranlassung besteht. Daß es in aller Veränderung zuletzt immer dieselben Elemente desselben Existierenden seien, die nur in der Zeit ihren Ort wechseln<sup>91</sup> (S. 349), — das ist die gedanklich einfachste Annahme, aber doch eben nur eine Annahme, und ihre Gültigkeit hängt ganz davon ab, ob sie sich in der Erfahrung durchführen, verifizieren läßt. Darum kann man die

Substanz auch nicht als eine unbedingt endgültige und unwandelbare Form der Ordnung der Erscheinungen ansehen; und der Kampf, der seit Hume und Mach gegen sie geführt wird, um sie zugunsten bloßer Funktionalzusammenhänge der sinnlichen Erscheinungen auszuschalten oder dahin umzuinterpretieren, beweist, daß ihre Unentbehrlichkeit oder ihr Sinn für die Wissenschaft keineswegs feststeht. Auch das Erkenntnisprinzip der Substanz kann weder als absolut gültig, als unausschaltbare Bedingung des Erfahrungsaufbaues, noch als unabhängig von der Erfahrung angesehen werden, sondern nur als eine Annahme, welche auf Grund der Beschaffenheit des Erfahrungsgegebenen gemacht wird.

Ebensowenig steht die Zeit abgesehen von jeder Erfahrung und endgültig (a priori) als Ordnungsform aller empirischen Veränderungen fest. Das zeigt sich gerade durch die Relativitätstheorie mit ihrer tiefgehenden Wandlung der Zeitauffassung aufs klarste. Die Gleichzeitigkeit, fundamental für die Zeitordnung, auch für die Veränderungsfolge, läßt sich nur mit Hilfe einer empirischen Bestimmung: der Lichtgeschwindigkeit, definieren, sofern man ihr einen für die realen Erscheinungen relevanten Sinn beilegt, und basiert dabei auf der Annahme (dem Prinzip) der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Die zeitliche Ordnung wird damit von einer Bewegung und damit vom Raum abhängig, der ja selbst wieder seiner realen Bestimmtheit nach eine Annahme in Zusammenhang mit empirischen Verhältnissen (Äquivalenz von träger und schwerer Masse) ist, der sich in einer Theorie aufbaut. Auch die Zeit ist die Konstruktion einer Ordnung (der Veränderungen) mit Rücksicht auf die Erfahrungsverhältnisse, nicht eine Ordnung, die von vornherein auf Grund reiner Anschauung oder reiner Denkgrundlegung fertig feststeht und in die das Erfahrbare bloß einzuordnen ist. Auch die Zeit ergibt sich in einer Theorie, als eine Theorie der Ordnungsgesetzmäßigkeit für Veränderungen. Das ist die Art ihrer Geltung.

Was nun für den Raum ausführlich gezeigt, für die Zeit und für die Substanz skizziert worden ist, das würde sich durch eine umfassende Analyse und Vergleichung der Wissenschaften allgemein für die fundamentalen Ordnungs- und

Beziehungsformen der wissenschaftlichen Erfahrung nachweisen lassen: daß sie weder für sich allein, unabhängig von konkreter Erfahrung, feststehen, noch mit absoluter Sicherheit und Endgültigkeit, daß sie vielmehr Annahmen sind, gerade mit Rücksicht auf die Erfahrungsverhältnisse, um darin einen geordneten, gesetzmäßigen Zusammenhang herzustellen, d. h. um sie den logischen Forderungen gemäß denken zu können. Sie sind die Konstruktionsprinzipien zur Rationalisierung des Erfahrungsgegebenen, genauer: der erlebnisgegebenen Erscheinungen. (Daß sich ein solches rationales System nur konstruieren läßt, indem man die erlebten Erscheinungen auf — angenommene — nichterlebte Realität bezieht und durch solche ergänzt — diese Annahme einzuführen ist gerade der Sinn des Substanzprinzips [in realistischer Auffassung] — und nicht, indem man die erlebten Erscheinungen bloß zu einander in Beziehung setzt, das ist schon eine Sache des meritorischen Aufbaues eines solchen Systems.) Das empirische Weltbild, Weltsystem stellt die jeweilige Lösung dieser Aufgabe eines rationalen Systems des Erfahrbaren dar. Es steht nicht nur im einzelnen, sondern auch im ganzen, in seinen fundamentalen Grundzügen, nicht endgültig und unveränderlich fest: es ist prinzipiell wandelbar. Denn seine Konstituenten, die Ordnungs- und Beziehungsformen, die Erkenntnisprinzipien, sind nicht durch Urformen der Synthese (anschaulicher oder intellektueller) als ursprüngliche, naturgesetzliche Funktionen bestimmt: sie werden auch nicht durch 'reine Denkgrundlegungen' als unveränderliche Ordnungsschemata vor aller Erfahrung fertig gegeben, sondern sie werden erst in und mit der Erfahrung, in Zusammenhang mit den zu ordnenden Erscheinungen entwickelt und begründet. Sie entdecken ja gerade den Weg, auf dem sich die logischen Forderungen in dem gegebenen empirischen Material durchsetzen lassen. Sie bezeichnen die Gesetzmäßigkeits- und Vereinheitlichungsmöglichkeiten, die Rationalisierungsmöglichkeiten des Erfahrbaren. Darum sind sie aber prinzipiell immer nur Annahmen, Voraussetzungen. Sie gelten in derselben Art wie die Prinzipien der Mechanik: Ihre Geltung ist nicht an sich, sondern rückwirkend von der Erfahrung her begründet als notwendige Voraussetzungen für die

Rationalisierung des Erfahrbaren — ob es aber auch hinreichende Voraussetzungen dafür sind, das ist allerdings eine andere Frage. Nur in diesem Sinne kann man sie als ‚Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung‘ bezeichnen — und das ist ein ganz anderer als der Kants und der Neukantianer. Die Erkenntnisprinzipien der Erfahrung gelten als die Konstituenten einer universellen Theorie des Erfahrbaren — nur so läßt sich das fundamentale Problem der Geltung der ‚Kategorien‘ und Erkenntnisgrundsätze ohne Metaphysik und ohne Dogmatismus lösen, nur so läßt sich ihre Geltung wirklich erkenntnistheoretisch verstehen — und überhaupt begründen, freilich nicht als eine absolute, ewige, sondern als eine bedingte, darum prinzipiell nur wahrscheinliche.

Den Erkenntnisprinzipien eine absolute Geltung zu sichern, dafür ist auch die Kantsche und neukantsche Art ihrer Begründung vollständig unzureichend — das läßt sich prinzipiell zeigen.

Nicht selten meint man überhaupt, daß mit dem Nachweis der Apriorität der Erkenntnisgrundsätze auch schon ihre Geltung begründet sei. ‚A priori‘ bedeutet aber zunächst einmal: nicht aus Erfahrung zu begründen; das ist der Sinn, indem ‚a priori‘ allein zweifellos und berechtigt ist. Die Erkenntnisgrundsätze sind damit nur in ihrer Unzurückführbarkeit auf die Erfahrung charakterisiert, als die letzten logischen Bedingungen für wissenschaftliche Erkenntnis; es bezeichnet also bloß ihre relative Geltung für das Erkenntnisssystem so wie die der Axiome einer Theorie. Eine absolute Geltung ist damit noch nicht gegeben.

Bei Kant verbindet sich aber mit diesem negativen Sinne des ‚a priori‘ noch der andere, positive: aus ‚reiner Vernunft‘ (im weitesten Sinn: reiner Anschauung und Verstandesbegriffen) stammend und gültig. In der Geltung auf Grund ‚reiner Vernunft‘ liegt daher der Angelpunkt der Kantschen Begründung der Erkenntnisgrundsätze. ‚Reine Vernunft‘ als Erkenntnisgrund hat aber nun beim historischen Kant einen zweifachen Sinn, einen erkenntnistheoretischen und einen psychologischen. Die apriorischen Grundlagen der Erkenntnis gelten auf Grund der Anschauungs- und Verstandes-

formen. Diese werden als die Formen des Zusammenhanges in der sinnlichen Gegebenheit und der transzendentalen Apperzeption zur Einheit eines Bewußtseins überhaupt verstanden und darum müssen sie unbedingt für alle Erfahrung, d. i. einheitliche Synthese des sinnlich Gegebenen, gelten. In dieser Charakteristik als Zusammenhangs- und Einheitsbedingungen — des Bewußtseins, der Erkenntnis — liegt aber bei Kant ein Doppelsinn: der von realen und von ideellen Bedingungen, von realer und von ideeller Einheit. Einerseits erscheinen die Anschauungs- und Verstandesformen als ursprüngliche Auffassungsweisen und synthetische Funktionen des erkennenden Geistes, als Erkenntnisvermögen im Sinne seiner Anthropologie. Der Raum wird an prinzipieller Stelle (Krit. d. r. Vern., § 3) eingeführt als die formale Beschaffenheit [des Subjekts], von Objekten affiziert zu werden<sup>4</sup>, und ebenso (§ 6) die Zeit. Weil nun die Rezeptivität des Subjekts, von Gegenständen affiziert zu werden, notwendigerweise vor allen Anschauungen dieser Objekte vorhergeht, so läßt sich verstehen, wie die Form aller Erscheinungen vor allen wirklichen Wahrnehmungen, mithin a priori, im Gemüte gegeben sein könne.<sup>5</sup> Und gleichfalls an prinzipieller Stelle (am Beginne der Deduktion der reinen Verstandesbegriffe, § 15): 'Verbindung eines Mannigfaltigen überhaupt kann niemals durch Sinne in uns kommen und kann also auch nicht in der reinen Form der sinnlichen Anschauung zugleich mit enthalten sein; denn sie ist ein Aktus der Spontaneität der Vorstellungskraft; und da man diese, zum Unterschiede von der Sinnlichkeit, Verstand nennen muß, so ist alle Verbindung ... eine Verstandeshandlung...'<sup>6</sup>

Auf eine solche psychologische Basis kann man aber die Erkenntnisprinzipien nicht stellen, damit ergibt sich überhaupt kein Geltungsgrund — das ist heute wohl genügend klar. Und doch spricht auch der Neukantianismus noch und immer wieder von den Erkenntnisprinzipien in einem gewissen Zwielficht als von einer 'Eigengesetzlichkeit des Erkennens',<sup>7</sup> von einem 'festen Gesetz des Geistes', von einem selbständigen 'Bereich der Formen' gegenüber der Mannigfaltigkeit des Sinnlichen<sup>45</sup> (S. 78, 88). Ein solches Gesetz müßte entweder eine reale oder eine ideale Gesetz-



mäßigkeit sein. Als reale wäre sie aber selbst erst zu erweisen und nicht von vornherein gewiß. Wenn man es nicht einfach dogmatisch behaupten will — was bei Kant allerdings der Fall ist —, daß es solche ursprüngliche Einheitsfunktionen des ‚Geistes‘ gibt (was zugleich die Voraussetzung einer Seele oder seelenloser Funktionen erfordert) und daß sie in eben den Ordnungs- und Beziehungsformen des Raumes, der Substanz usw. bestehen, so könnte es doch nur das Ergebnis einer Analyse und Vergleichung des tatsächlichen Erkennens, also einer induktiven Feststellung sein. Z. B. in der Bildung der geometrischen Erkenntnisse und der Raumvorstellung überhaupt läßt sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken als eine identische Bedingtheit in den einzelnen Raumbestimmungen. Diese Gesetzmäßigkeit kann man dann dem ‚Geist‘ als Erkenntnisfunktion, als ursprüngliche Organisation zuschreiben. Eine solche induktive Aufweisung würde aber doch nicht die absolute Sicherheit verbürgen können, die der Kritizismus beansprucht; es würde nur eine Hypothese sein können, welche die Tatsache, daß sich im Bewußtsein eine einheitliche räumliche Anordnung von Sinnesdaten zeigt, erklärt durch eine gesetzmäßige Funktion im realen Bewußtseinszusammenhang.

Wenn aber mit den Gesetzen des erkennenden Geistes ideelle gemeint sind, dann bedeuten sie nichts anderes als die Grundbeziehungen, wie sie in Axiomen aufgestellt werden, und damit kommt ihnen überhaupt noch keine absolute Geltung zu. Denn eine unmittelbare Selbstgewißheit — das ist früher (S. 71 f.) gezeigt worden — kann man für sie nicht in Anspruch nehmen.

In Kants Auffassung der Formen der reinen Vernunft als Formen der Vereinheitlichung in einem Bewußtsein überhaupt liegt aber auch der Gedanke, der dann besonders in der neukantischen Auslegung in den Vordergrund gestellt worden ist: daß diese Einheitsformen die notwendigen, unerläßlichen Bedingungen für Erkenntnis darstellen. Erfahrung ist geordnete Verknüpfung des sinnlich Gegebenen, und weil diese ohne die Einheitsformen, welche in den Erkenntnisprinzipien formuliert werden, nicht möglich ist, darum müssen diese unbedingt und notwendig gelten. Sie sind damit

nicht mehr als reale Bedingungen der Bewußtseinseinheit, als synthetische Funktionen im psychologischen Sinne, sondern als ideelle Bedingungen des Erkenntnisaufbaues gefaßt. Sie bilden die unerläßlichen Voraussetzungen für die Geltung, für die Begründung — nicht die Entstehung — der Erfahrungserkenntnis. Damit ist aber wieder nur ihre relative Geltung in bezug auf Erfahrung gesichert; wir haben wieder die erste, die negative Bedeutung des „a priori“ vor uns. Aber eine absolute Geltung ist auf diesem Wege nicht zu gewinnen. Denn eine derartige „teleologische“ Begründung der Erkenntnisprinzipien ist gar keine andere als die der Grundannahmen einer Theorie. Die Erkenntnisprinzipien fundieren logisch das System der Erkenntnis: für dieses gelten sie a priori. Aber an und für sich, unabhängig davon, haben sie überhaupt keine absolute Geltung, sondern ihre Geltung begründet sich erst dadurch, daß durch sie, bei ihrer Zugrundelegung, konkrete Erkenntnis tatsächlich zu gewinnen ist. Durch die Tatsächlichkeit von Erkenntnis wird erst rückwirkend die Geltung der Erkenntnisprinzipien verbürgt — wie bei einer Theorie überhaupt.

Der Grund für ihre Geltung liegt also darin, daß sie logisch für die konkrete Erkenntnisbildung erforderlich sind. Infolge dieses Verhältnisses werden die Erkenntnisprinzipien notwendig von der konkreten Erkenntnis her mitbestimmt — so wie von einem gegebenen Besonderen aus das dazu passende Allgemeine mitbestimmt ist. Und das heißt, daß sie vom unmittelbar Gegebenen, als dem zu Vereinheitlichenden, mitbestimmt werden. Die Erkenntnisprinzipien sind die allgemeinsten Formen der Konzeptionen, die es ermöglichen, das Gegebene in einer gesetzmäßigen, rationalen Weise aufzufassen, zu ordnen. Sie stellen die Grundannahmen einer universellen Theorie des Gegebenen dar. Ob und inwieweit sich dieses einer solchen fügt — das ist eine Tatsachenfrage, die Frage ihrer Verifizierung. Dabei wird sich die restlose Rationalität oder schließliche Irrationalität des Erkenntnismaterials offenbaren. Als die Grundannahmen einer solchen Theorie müssen die Erkenntnisprinzipien in Hinsicht auf dieses Material gewählt, konzipiert werden.

Für Kant und die Neukantianer bleibt es ein Rätsel.

wieso eigentlich das sinnlich Gegebene sich den apriorischen Einheitsformen gemäß erweist und diese somit dafür gelten können. Es ist bezeichnend dafür, daß z. B. Hönigswald<sup>24</sup> (S. 892) die Frage, warum gerade die euklidische Geometrie — seiner Meinung nach — allein für die Erfahrung gilt, überhaupt ablehnt, weil sie nicht eine erkenntnistheoretische, d. i. eine Geltungsfrage, sondern eine Frage nach dem Grunde der Tatsache dieser Geltung sei und damit entweder eine psychologische Frage: „Wie kommt die den Bedingungen der euklidischen Axiome gemäß empirische Anschauung zustande?“ oder eine metaphysische Frage: „Warum ist unsere empirische Anschauung gerade den Bedingungen der euklidischen Axiome gemäß?“ — also eine für den Kritizismus unlösbare, transzendente Frage! Wie wenig dieses Problem der Übereinstimmung zwischen dem sinnlich Gegebenen und den apriorischen Einheitsformen vom Neukantianismus erfaßt und gewürdigt wird, zeigt der Lösungsversuch Riehls. Die Erkenntnistheorie „sucht aus dem Begriffe der Erkenntnis die Bedingungen abzuleiten, unter denen die Erscheinungen selbst, die Objekte des Naturerkenntnis, gegeben werden, und gelangt auf diesem Wege zu Grundsätzen der Erfahrung: sie beweist, daß es Dinge geben muß, die mit den Postulaten der Erkenntnis notwendig übereinstimmen, eben die Objekte der Erfahrung.“<sup>25</sup> (S. 284). Aus dem Begriffe der Erkenntnis „die Bedingungen abzuleiten, unter denen die Erscheinungen gegeben werden“, ist unmöglich, denn das müßten doch reale Bedingungen sein; aus einem Begriffe, d. i. durch Deduktion aus einer Definition, kann man aber nur ideelle Bedingungen ableiten. Ein Beweis, daß es diesen Forderungen entsprechende empirische Objekte geben muß, also der logische Beweis eines Daseins, wäre nur möglich, wenn er von Tatsachen-Feststellungen ausgehen könnte. So aber ist dieser „Beweis“ nichts anderes als der ontologische Gottesbeweis auf erkenntnistheoretischem Gebiete! Kant selbst ist von einem solchen Fehler und Selbstwiderspruch frei, denn bei ihm sind ja die Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung zugleich, als seelische Einheitsfunktionen, reale Bedingungen. Das ist die tiefe Wurzel, weshalb sich die psychologische Auffassung

nicht zugunsten einer rein erkenntnistheoretischen aus seinem System ohne dessen Zerstörung ausschalten läßt. Auch Cassirer<sup>45</sup> (S. 87) glaubt die „prästabilisierte Harmonie zwischen Mathematik und Physik“ (d. i. Erfahrung) damit erklären zu können, daß „schon jede physikalische Setzung, jede einfachste Größenbestimmung, die durch das Experiment und die konkrete Messung festgestellt wird. . . . bestimmte logisch-mathematische Konstanten in sich schließt“<sup>46</sup> (S. 87). Das würde aber nur dann eine hinreichende Erklärung sein, wenn unsere apriorischen Bestimmungsmittel zu dem konkreten Gegebenen nicht in einem sachlichen Verhältnis, das sich in der Durchführbarkeit und inneren Übereinstimmung der Bestimmungen offenbart, stehen müßten, sondern wenn sich dies bei jeder beliebigen Wahl der Bestimmungsmittel in gleicher Weise ergäbe. Das widerspricht aber dem neukantischen Anspruch auf absolute, unwandelbare Geltung der apriorischen Erkenntnisprinzipien. Sind sie aber nicht willkürlich wählbar, dann bedarf die ungehinderte Durchführbarkeit solcher Bestimmung, die Eignung der apriorischen Bestimmungsmittel für das Gegebene oder die Gemäßheit des Gegebenen in bezug auf die Bestimmungsmittel doch erst der Erklärung. Und diese kann nur darin gefunden werden, daß die Erkenntnisprinzipien eben mit Rücksicht auf die Art und die Verhältnisse des Gegebenen gewählte Annahmen sind. Damit können sie aber nicht mehr ein absolut gültiges Wissen von der Struktur der Erfahrungswirklichkeit sein, das von vornherein eindeutig und unwandelbar für alle Ewigkeit feststeht. Als Annahmen sind sie vielmehr prinzipiell auf mehrfache Weise möglich und auch der Änderung ausgesetzt. Darum können sie nur als wahrscheinlich gelten.

Das zeigt ja die Geschichte des Substanz-, des Kausalitätsbegriffes, das zeigt jetzt die Relativitätstheorie für den Raum- und Zeitbegriff. Auch wenn sich die Relativitätstheorie nicht als stichhältig erweisen sollte, so macht sie es doch zur Tatsache, daß solche tiefgreifende Wandlungen in bezug auf die Grundformen der Erkenntnis überhaupt in Frage kommen können, daß diese also nicht unwandelbar ein für allemal feststehen. Denn die Relativitätstheorie müßte sonst

von vorn herein für ungültig erklärt werden können, weil sie eine Abänderung der unabänderlichen Ordnungsformen der Erkenntnis enthält — was ja auch Dingler<sup>89</sup> in gewissem Sinne versucht hat. Eine derartige Kritik vermag sie aber durchaus nicht zu erschüttern, wie Reichenbach<sup>132</sup> gut gezeigt hat. Und die Neukantianer haben auch in ihrer Stellungnahme zur Relativitätstheorie eine solche Kritik keineswegs geltend zu machen gewagt; sie haben vielmehr im Gegenteil, um Raum und Zeit als absolute, a priori feststehende, von der Erfahrung unberührbare Ordnungsformen aufrechtzuerhalten, eine befremdliche Unabhängigkeit zwischen Raum und Zeit als reinen Anschauungsformen und ihrer empirischen Bestimmung, wie sie die Relativitätstheorie nunmehr gibt, behauptet, so Sellien<sup>134</sup> und Schneider,<sup>135</sup> womit aber dann, ganz entgegen dem eigentlichen kantischen Sinne, die Bestimmtheit des Erfahrbaren durch die apriorischen Ordnungsformen überhaupt aufgegeben ist; oder man hat die inhaltliche Bestimmtheit der Ordnungsformen, die a priori feststehen soll, im wesentlichen preisgegeben, weil ins Allgemeinste zurückgeschoben, wie Cassirer,<sup>45</sup> der, damit über Kant bewußt hinausgehend, nur die allgemeine Reihenform eines stetigen Neben-, beziehungsweise Nacheinander überhaupt (S. 85) mehr als die unwandelbare (durch reine Anschauung gegebene) Ordnungsform erklärt, alle metrische Bestimmung des Raumes dagegen aus ihr ausschaltet und bereits der Erfahrung überläßt, also gar nicht mehr als ewig gültige synthetische Urteile a priori betrachtet. (Vgl. dazu<sup>136</sup>.) Über Raum und Zeit, d. h. die Berechtigung der Relativitätstheorie wird nicht die Übereinstimmung mit apriorischen Erkenntnisformen, sondern nur die Erfahrung entscheiden; ob die Konsequenzen der neuen Raum- und Zeitauffassung von der Beobachtung bestätigt werden oder nicht — das wird allein der Grund sein, daß sie gilt oder nicht.

Die Erkenntnisprinzipien sind keine absoluten Grundsätze wie der Kantianismus glaubt. Es gibt keine anderen absoluten Grundsätze als die der formalen Logik. Und gewisse formale Prinzipien wie das der Einfachheit. Nur diese bilden eine letzte, unwandelbare, unanfehbare

Grundlage der Erkenntnis; sie allein stehen wirklich *a priori*, d. i. unbedingt und ‚für alle Ewigkeit‘ gültig und unabhängig von der Erfahrung fest. Alle anderen Erkenntnisprinzipien sind, streng genommen, nur Annahmen zur Durchsetzung der logischen Gesetzmäßigkeit im Erfahrungsmaterial.

Das alles ist freilich nur eine Verallgemeinerung von der Wissenschaftsanalyse in bezug auf das eine oder andere Erkenntnisprinzip aus, und ihr Recht müßte erst durch weitere Wissenschaftsanalysen und -vergleichen erwiesen werden.

### III. Die Induktion.

#### 1. Die geschichtliche Entwicklung des Problems der Induktion.

Bekanntlich hat schon Aristoteles (Top. A., Akademie-Ausgabe 105, 12) von dem Syllogismus, der Schlußfolgerung vom Allgemeinen auf weniger Allgemeines, die *ἐπαγωγή*, die ‚inductio‘ in der lateinischen Übersetzung des Mittelalters, als den logischen Weg vom Einzelnen zum Allgemeinen (ἡ ἀπὸ τῶν κατὰ ἕνα πρὸς τὸ κατὰ πᾶσι ἐπαγωγή) unterschieden. Das Beispiel, das er dort gibt, ist eine charakteristische Verallgemeinerung: der sachkundige Steuermann ist der beste, ebenso der Wagenlenker — überhaupt ist in jeder Sache der Beste der Sachverständige. Es ist ein Übergang von einigen besonderen Fällen zu einem allgemeinen Satz, eine ‚unvollständige‘ Induktion. An der Stelle, wo er ausführlicher über die *ἐπαγωγή* spricht (Anal. prior. II. 23), betrachtet er sie hingegen als ein Schlußverfahren auf Grund aller Einzelinstanzen (*ἐπαγωγή διὰ πάντων*), als ‚vollständige‘ Induktion. Sein bekanntes Beispiel ist: Mensch, Pferd, Maulesel sind langlebig; sie sind auch gallenlos, also sind die gallenlosen Tiere langlebig. Der logische Nachweis des Allgemeinen aus dem Einzelnen beruht hier darauf, daß alle Einzelinstanzen — hier sind es genera — die im Schlußsatz ausgesprochene Beziehung — hier die gleichzeitigen Eigenschaften der Langlebigkeit und der Gallenlosigkeit — aufweisen. Der allgemeine Satz wird hier gewonnen durch bloße Zusammenfassung der vollständig aufgeführten Einzelinstanzen, per

enumerationem simplicem'. Aber bei Aristoteles spielt die Induktion überhaupt keine Rolle; sie taucht nur ganz ausnahmsweise auf und bleibt unbestimmt.

Erst Bacon stellt im *Novum Organon* die Induktion dem Syllogismus als ein eigenes, andersartiges logisches Verfahren in prinzipieller Gegenüberstellung entgegen (in der *distributio operis*: „nos demonstrationem per syllogismum rejicimus“); er stellt sie deshalb auch der aristotelischen Induktion entgegen: „Ea enim de qua dialectici loquuntur quae procedit per enumerationem simplicem, puerile quidam est...“ (*distributio operis*, ebenso lib. I, 105). Die neue, bis dahin noch nicht angewendete, ja noch nicht versuchte Art der Induktion muß ganz anders vorgehen als durch einen bloß äußerlichen Rekurs auf die Vollständigkeit der Einzelinstanzen: sie muß eine methodische Sichtung und Prüfung von Einzelinstanzen auf das, was an ihnen gemeinsam, invariabel, gesetzmäßig ist, vornehmen — das ist Bacons neuer und großer Gedanke. Und auch das Grundsätzliche dessen, wie diese Aussonderung des Gesetzmäßigen zu vollziehen ist, hat er bereits erfaßt: ein Vergleichungsverfahren mit Hilfe der Variation der Instanzen. Diese seine Auffassung der Induktion steht als das Wesentliche und das Dauernde über all den Unzulänglichkeiten im Einzelnen vor uns. Gegenüber einer bloßen Statistik des Tatsächlichen soll die Induktion eine Entdeckung des Notwendigen werden. ....inductionis formam inveniendam, quae ex aliquibus generaliter concludat; ita ut instantiam contradictoriam inveniri non posse demonstretur.“<sup>95</sup>

Bacons Lehre von der Induktion ist dann im 19. Jahrhundert in direkter Anknüpfung an ihn von I. Herschel.<sup>96</sup> I. St. Mill<sup>97</sup> und W. Whewell<sup>98</sup> fortgeführt worden.

Dem unsterblichen Bacon verdanken wir die vollständige Verkündigung des großen und fruchtbaren Prinzipes und die Entwicklung der Idee, daß das Ganze der Naturwissenschaft in einer Reihe induktiver Verallgemeinerungen besteht, anfangend mit auf das Umständlichste festgestellten Einzelheiten und fortgeführt bis zu allgemeinen Gesetzen oder Axiomen, die in ihren Aussagen jeden untergeordneten Grad von Allgemeinheit umfassen...“<sup>99</sup> (S. 108, vgl. auch 118, 119). Und ebenso beruft sich auch Mill, gerade wo er beginnt, seine

Methode der Induktion auseinanderzusetzen, auf Bacon: „Wir müssen einige von den Antezedenzien getrennt antreffen und beobachten können, was aus ihnen folgt, oder einige von den Folgeerscheinungen und beobachten, was ihnen vorangeht. Wir müssen mit einem Wort die Regel Bacons befolgen, die Umstände zu variieren“<sup>97</sup> (II, S. 70). Auch Whewell bezieht sich in der Vorrede und in der Einleitung ausdrücklich auf Bacons Werk — wie ja auch schon der Titel anzeigt und wie es der äußere Aufbau seines Werkes in Aphorismen und erläuternden Ausführungen nach Art Bacons bezeugt.

Bei Bacon war es die ‚Form‘ der Naturerscheinungen, welche durch die Induktion ermittelt werden sollte. Und ‚Form‘ hatte bei ihm die doppelte Bedeutung von *Wesen* einerseits und *Ursache* andererseits<sup>98</sup> (S. 57). Herschel hat als das Ziel der Induktion die Erforschung der Kausalgesetze ausgesprochen. Das 6. Kapitel seines genannten Werkes trägt die Überschrift: ‚Von der ersten Stufe der Induktion — die Entdeckung der nächsten Ursachen und die Gesetze von dem niedrigsten Grad von Allgemeinheit und deren Bestätigung‘<sup>99</sup> (S. 148, 153). Und ebenso hat die Induktion bei Mill dieses Ziel. ‚Festzustellen, welches die ursächlichen Gesetze sind, die in der Natur walten, die Wirkungen jeder Ursache und die Ursachen aller Wirkungen zu bestimmen — ist daher das Hauptgeschäft der Induktion, und nachzuweisen, wie dieses zu geschehen hat, ist die Hauptaufgabe der induktiven Logik‘<sup>97</sup> (I. Book III. Chapt. 6, § 3 Schluß; 1. Bd. [Werke, 2. Bd.], S. 66, 4).

Das Grundsätzliche von Bacons Induktionsmethode ist im *Novum Organon* II, 16, ausgesprochen: ‚Est itaque inductionis verae opus primum... rejectio sive exclusiva naturarum singularium quae non inveniuntur in aliqua instantia, ubi natura data adest, aut inveniuntur in aliqua instantia, ubi natura data abest: aut inveniuntur in aliqua instantia crescere, cum natura data decreseat: aut decrescere, cum natura data crescat. Tum vero post rejectionem et exclusivam debitis modis factam, secundo loco... manebit... forma affirmativa, solida et vera et bene terminata.‘ Dazu dienen die Tafeln der positiven und der negativen Instanzen und der gradweisen Abstufung und die prärogativen Instanzen. Der



Grundgedanke ist der, durch Vergleichung einer Art von Naturerscheinungen das Wesenhafte, Invariable, die konstanten Beziehungen, welche ein ursächliches Verhältnis oder eine Gattung ausmachen, festzustellen. Und zwar soll die Aussonderung dieser Beziehungen durch Ausschließung des Nichtzusammengehörigen erfolgen, durch eine Art Restmethode: Es soll festgestellt werden, was alles bloß wechselnde zufällige Beziehung ist — dann wird das untrennbar Zusammengehörige allein übrig bleiben. Das stellt nun allerdings eine lösbare Aufgabe nur unter ganz bestimmten Bedingungen dar: wenn nämlich die Zahl der auszuschließenden Verknüpfungen nicht nur eine endliche, sondern auch eine beschränkte ist — wie es Bacon in bezug auf seine ‚einfachen Naturen‘ ja auch angenommen hat (vgl. „*Introduktion* § 9). Das heißt, es muß eine vollständige Disjunktion vorliegen, in der alle Glieder bis auf eines ausgeschlossen werden können. Dieses bildet dann die gesuchte konstante Verknüpfung. A ist entweder mit a oder b oder c oder d verknüpft — mit b, c, d nicht, also mit a. Damit läßt sich dieses Verfahren aber in ein syllogistisches überführen — wie Sigwart (*Logik*, II. Bd., § 93. 4) gezeigt hat.

Diese Bedingungen des Baconschen Verfahrens sind jedoch im allgemeinen nicht gegeben, weder die vollständige Disjunktion noch die Ausschließbarkeit aller Glieder bis auf eines. Ist festgestellt, daß nur ein Teil der Disjunktionsglieder bloß zufällige Verknüpfungen darstellt, so verbürgt das noch keineswegs, daß der verbleibende Rest eine gesetzmäßige Verknüpfung bildet. Daher läßt sich die Sonderung der variablen und der konstanten Beziehungen auf dem Wege der Ausschließung des Nichtzusammengehörigen im allgemeinen nicht durchführen. Hier setzen darum die Verbesserungen der Baconschen Induktionsmethode an.

Es ist eigentlich Herschel, der die Grundzüge der neuen Fassung der Induktionsmethode, wie sie bei Mill vorliegt, bereits entwickelt hat — was ja Mill selbst“ (*B. III, Ch. 9, § 3*) anerkennt. Er nimmt offenkundig den Grundgedanken Bacons auf. Das Ziel der Induktion sieht er, wie schon gesagt, in der Ermittlung der Kausalgesetze. Wenn aber mehr als eine Ursache da zu sein scheinen sollte, so müssen wir uns be-

mühen, neue Tatsachen zu finden oder, wenn das nicht gelingt, hervorzubringen [durch das Experiment], bei denen jede dieser Ursachen, eine nach der andern, fehlt, während jene dennoch in dem fraglichen allgemeinen Punkt übereinstimmen“<sup>26</sup> (2. Teil, 6. Kap., S. 144). Die „allgemeinen Regeln zur Leitung und Erleichterung der Aufsuchung der gemeinschaftlichen Ursachen einer großen Menge zusammengeordneter Tatsachen“ stellt er dann entsprechend den Merkmalen der Kausalbeziehung auf (S. 145). Diese sind 1. „unveränderliche Verknüpfung“, 2. „unveränderliches Ausbleiben der Wirkung bei Abwesenheit der Ursache“, 3. „Verstärkung oder Verminderung der Wirkung bei zunehmender oder abnehmender Intensität der Ursache“, 4. „Proportionalität der Wirkung zur Ursache bei allen Fällen direkter ungehinderter Tätigkeit“, 5. „Umkehrung der Wirkung bei einer Umkehrung der Ursache“ (S. 145). Darnach schließen wir: 1. daß, wenn in unserer Gruppe von Tatsachen eine vorkommt, bei der irgendeine bezeichnete Eigentümlichkeit oder ein begleitender Umstand fehlt oder entgegengesetzt ist, diese Eigentümlichkeit nicht die gesuchte Ursache sein kann; 2. daß irgendein Umstand, worin alle Tatsachen ohne Ausnahme übereinstimmen, die fragliche Ursache oder, wenn nicht, wenigstens eine Seitenwirkung einer und derselben Ursache sein kann; ist nur ein Übereinstimmungspunkt vorhanden, so wird diese Möglichkeit zur Gewißheit; sind aber ihrer mehrere vorhanden, so können auch mehrere zusammenwirkende Ursachen da sein“ (S. 157). Das ist nichts anderes, als was der 1. Kanon bei Mill besagt: „Wenn zwei oder mehr Instanzen der zu erforschenden Erscheinung nur einen Umstand gemein haben, so ist der Umstand, in dem allein alle Instanzen übereinstimmen, die Ursache (oder Wirkung) der gegebenen Erscheinung“<sup>27</sup> (B. III. Ch. 8, § 1). Wir schließen ferner: 3. daß wir die Existenz einer Ursache nicht leugnen dürfen, für welche einhellige Übereinstimmung starker Analogien spricht, wenn es auch nicht ersichtlich ist, wie eine solche Ursache die Wirkung sollte hervorbringen können...; 4. daß entgegengesetzte Tatsachen zur Entdeckung von Ursachen ebenso lehrreich als direkte sind: z. B. beim Rosten von Eisen in einem verschlossenen Gefäße vermindert sich die Luft darin und die

übrig bleibende Luft ermöglicht keine Verbrennung mehr; daher ist der Teil der Luft, der zur Rostbildung verwandt wird, derselbe, der die Verbrennung unterhält<sup>96</sup> (S. 158). Also: wenn dieser Bestandteil der Luft vorhanden ist, dann ist Rost und dann auch Verbrennung möglich; wenn er nicht vorhanden ist (infolge von Rost), dann auch keine Verbrennung. Damit ist doch wohl schon das gemeint, was Herschel dann in seiner 7. Regel viel klarer und schärfer formuliert: ‚Wenn wir zwei entweder von der Natur hervorgebrachte oder absichtlich von uns selbst hervorzubringende Fälle auffinden können, welche genau in allen Stücken mit Ausnahme eines einzigen übereinstimmen, in diesem einen aber von einander verschieden sind, so muß dessen Einfluß auf die Hervorbringung der Erscheinung, wenn es einen solchen hat, merkbar werden. Ist es in einem Falle zugegen und in einem anderen gänzlich abwesend, so wird das Eintreten oder Ausbleiben des Phänomens entscheiden, ob jenes die Ursache desselben ist oder nicht...‘ (S. 159). Es ist das, was noch präziser Mills 2. Kanon ausspricht: ‚Wenn eine Instanz, in der die zu erforschende Erscheinung eintritt, und eine Instanz, in der sie nicht eintritt, jeden Umstand bis auf einen gemein haben, indem dieser eine nur in der ersteren eintritt, so ist der Umstand, in dem die beiden Instanzen von einander abweichen, die Wirkung oder die Ursache oder ein unerläßlicher Teil der Ursache der Erscheinung‘<sup>97</sup> (III, 8, § 2). Wir schließen ferner, ‚5. daß Ursachen sehr häufig bloß durch eine Anordnung unserer Tatsachen nach dem Grade der Intensität, welcher einer besonderen Eigenschaft zukommt, offenbar werden, obgleich dies nicht notwendig erfolgen muß, weil entgegenwirkende oder abändernde Ursachen zu gleicher Zeit tätig sein können‘; und ‚6. daß solche entgegenwirkende oder abändernde Ursachen unbemerkt vorhanden sein und die Wirkungen der gesuchten Ursache vernichten können in Fällen, welche ohne diese Einwirkung zu unserer Klasse der günstigen Tatsachen gehören würden, und daß daher Ausnahmen oft durch Entfernung oder gehörige Berücksichtigung solcher entgegenwirkender Ursachen aufgehoben werden können‘<sup>98</sup> (S. 158, 159). Der Inhalt der 5. Regel ist noch präziser im 5. Kanon Mills

gefaßt: „Jede Erscheinung, die sich in irgendeiner Weise verändert, so oft sich eine andere Erscheinung in einer besonderen Weise verändert, ist entweder eine Ursache oder eine Wirkung dieser Erscheinung oder hängt mit ihr durch irgendein ursächliches Verhältnis zusammen.“<sup>97</sup> (III, 8, § 6). Die 9. Regel Herschels endlich lautet: „Verwickelte Phänomene, bei denen verschiedene zusammenwirkende entgegengesetzte oder völlig von einander unabhängige Ursachen zugleich wirksam sind, so daß eine zusammengesetzte Wirkung daraus hervorgeht, können durch eine Sonderung der Wirkungen aller bekannten Ursachen, so gut die Natur des Falles es erlaubt, vermittelt des Raisonnements entweder oder durch Berufung auf die Erfahrung so vereinfacht werden, daß nur noch ein Phänomen gleichsam als Residuum zur Erklärung übrig bleibt.“<sup>98</sup> (S. 161). Ganz dasselbe enthält, nur wieder etwas genauer, Mills 4. Kanon: „Man ziehe von irgendeiner Erscheinung den Teil ab, den man durch frühere Induktionen als die Wirkung gewisser Antezedentien kennt, und der Rest der Erscheinung ist die Wirkung der übrigen Antezedentien.“<sup>97</sup> (III, 8, § 5). Es ist bezeichnend, daß Mill auch eines seiner ausführlichen Beispiele von Induktion, nämlich das der Ursache für die Taubbildung nach Wells, von Herschel übernommen hat.

Mills vier, eigentlich fünf Methoden der Induktion — die Methoden der Übereinstimmung und des Unterschiedes (und der Kombination beider), die Restmethode und die der Parallelveränderung — sind historisch und sachlich Weiterführungen des Verfahrens, das Bacon in den Tafeln der positiven, der negativen und der gradweisen Instanzen und in den prärogativen Instanzen entworfen hat. Als die Grundidee von Bacons Induktionsverfahren habe ich schon vorhin angeführt: das Gesetzmäßige an Naturerscheinungen durch deren Vergleichung unter verschiedenartigen Umständen auszumitteln. Das ist auch der leitende Gedanke für die Millschen Methoden.

Aber freilich — es ist ein weiter Schritt von dem primitiven Verfahren Bacons zu den Methoden Mills. Die Bacon'schen Tafeln der positiven und negativen Instanzen usw. sind eigentlich nur Materialsammlungen (*huiusmodi collectio*

facienda est . . .<sup>100</sup> [I. II, XI]) unter einem bestimmten leitenden Gesichtspunkte: der Übereinstimmung von Erscheinungen in einer bestimmten Hinsicht (*instantiae convenientes*) in der *tabula essentiae et praesentiae*, der Verschiedenheit sonst verwandter Erscheinungen in eben dieser Hinsicht in der *tabula absentiae in proximo* und der Zu- und Abnahme (Intensitätsvariation) in dieser Hinsicht unter verschiedenen Bedingungen in der *tabula graduum sive comparativae*. Das methodische Verfahren, in dem aus diesem so vorbereiteten Material ein Ergebnis gewonnen wird, ist erst die Vergleichung und die Ausschließung des nicht überall und untrennbar miteinander Verknüpften. Die verschiedenen Tafeln sind also bei Bacon nur Glieder eines methodischen Prozesses, in dem sich die einzelnen Gesichtspunkte ergänzend zusammenschließen. Bei Herschel und Mill sind die Gesichtspunkte, welche die Verwertung der Instanzen leiten, weitaus klarer und schärfer bezeichnet; aber es sind, bis auf die Restmethode, dieselben Gesichtspunkte wie bei Bacon: Übereinstimmung, Verschiedenheit verwandter Erscheinungen, parallele Variation. Aber sie sind jeder für sich zu einem vollkommen selbständigen, allein hinreichenden Induktionsverfahren ausgebildet; sie sind nicht mehr bloß Teile eines Prozesses.

Mills Methoden werden vielfach auch heute noch als die klassische Formulierung des Induktionsverfahrens betrachtet. Es ist eben seither wenig Bedeutungsvolles darüber gesagt worden. Der empiristischen Begründung Mills gegenüber hat Apelt<sup>100</sup> eine aprioristische versucht; aber sie beruht auf einer verfehlten Auffassung der Induktion als ‚disjunktiver Vernunftschluß‘ (S. 17) aus einer Einteilung als Obersatz und einer dieser entsprechenden kopulativen Aufzählung als Untersatz: den Mittelbegriff bildet ‚ein divisiv aus seinen Teilen vollständig gebildetes Ganzes‘ (S. 19). Z. B. ‚Obersatz: Das Sonnensystem besteht aus der Sonne und den Planeten: Merkur, Venus, Erde, Mars, den Asteroiden, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun. Untersatz: Merkur bewegt sich vom Abend gegen Morgen um die Sonne; Venus bewegt sich in derselben Richtung um die Sonne usw. Schlußsatz: Alle Planeten be-

wegen sich vom Abend gegen Morgen um die Sonne' (S. 17). Die Auffassung ist aber offenkundig nur für die ‚vollständige‘ Induktion möglich (S. 34, 164). Bei der unvollständigen Induktion liegt hingegen nur eine ‚unvollständige Kenntnis der Einteilungsglieder einer Sphäre, der Teile eines Ganzen‘ vor. Darum hat auch ein Schluß von diesen nur teilweise gegebenen Gliedern auf das Ganze nur Wahrscheinlichkeit (S. 36). Der Berechtigungsgrund für den Induktionsschluß liegt darnach in der ‚Verbindung der Teile zum Ganzen‘ (S. 19). Die unvollständige Induktion erfordert aber außerdem noch gewisse ‚leitende Maximen‘, die a priori bedingt sind (S. 41, 49, 53), für den Übergang von den unvollständig gegebenen Teilen auf das Ganze an Stelle der bloß assoziativen Erwartung des Ähnlichen. Dadurch unterscheidet sich die rationale von der empirischen Induktion. — Es ist wohl überflüssig, zu bemerken, daß die Induktion der Wissenschaft für gewöhnlich mit einem Schluß auf Grund einer vollständigen oder unvollständigen Einteilung nichts gemein hat.

Auch Sigwart (Log. § 93. bes. 11—17, § 94—97) versucht die Induktion vollständig auf den Syllogismus zurückzuführen, aber in einer viel ernsteren Weise. Wie es schon Mill ausgesprochen hat (B. III. Ch. 3. § 1), ruht die Induktion auf dem Prinzip, daß es in den Erscheinungen Gleichförmigkeit, Gesetzmäßigkeit gibt. Nur vermöge dessen können wir aus einer Anzahl von (in gewisser Hinsicht übereinstimmenden) Einzelheiten auf ein Gesetz schließen, können wir von dem empirischen partikulären Urteil ‚alle bekannten A sind B‘ zu dem unbedingt allgemeinen Urteil ‚alles, was A ist, ist B‘ mit Recht übergehen. Aber dieses Prinzip der Gesetzmäßigkeit selbst läßt sich nicht erweisen, nicht aus den Tatsachen und nicht aus der Logik rechtfertigen. Es ist ein ‚Postulat unseres Erkenntnisstrebens‘. Es ist ‚die allgemeine Voraussetzung‘, ‚daß das Gegebene notwendig sei‘, d. h. daß die gegebenen Einzelfälle Fälle einer allgemeinen Regel seien, oder mit anderen Worten, daß sie sich aus einem allgemeinen Obersatz deduzieren lassen (S. 382). ‚Die Aufgabe der Induktion ist, diese allgemeine Regel zu finden.‘ Und sie findet sie, indem sie die Obersätze konstruiert, aus denen die gegebenen Fälle mit syllogistischer Notwendigkeit folgen (S. 383).

Diese Obersätze sind die allgemeinen Sätze, welche die Induktion aus Einzelfällen gewinnt. Diese sind aber niemals im strengen Sinne bewiesen, sondern logisch betrachtet nur Hypothesen' (S. 383). Sie können nicht als unbedingt richtig, sondern nur als möglich erwiesen werden. 'Denn zu jedem Schlußsatze sind verschiedene Prämissen denkbar, aus denen er hervorgehen kann' (S. 384). Der Nachweis, daß eine Ausnahme von der verallgemeinerten Beziehung unmöglich ist, läßt sich von der beschränkten Anzahl der beobachteten Fälle aus nie erbringen. Es läßt sich nur die Unwahrscheinlichkeit nachweisen, daß uns in dem Kreis unserer Erfahrung negative Instanzen entgangen wären (S. 429). Induktionsergebnisse gelten also immer nur mit Wahrscheinlichkeit.

Als den Weg nun, auf dem sich dieses induktive Reduktionsverfahren im einzelnen vollzieht, bezeichnet Sigwart ausschließlich Mills vereinigte Methode der Übereinstimmung und Differenz (S. 423); alle anderen Methoden sind unzulänglich. Wissenschaftliche Induktion erfordert aber auch noch eine genauere, quantitative Bestimmung der induzierten Beziehung, und in der Vernachlässigung dieser quantitativen Bestimmung sieht Sigwart den 'Hauptmangel in der Logik Mills wie in der Bacons' (S. 427).

Sigwarts Auffassung der Induktion — im Anschluß an Jevons<sup>101</sup> — als ein 'Reduktionsverfahren', das von Einzelfällen aus einen allgemeinen Obersatz aufstellt, hat jedenfalls die allgemeine logische Struktur der Induktion wesentlich geklärt. Aber sie trifft nicht denjenigen Punkt, der gerade für die Induktion charakteristisch ist: den Grund der Verallgemeinerung auf einige wenige Fälle hin (vgl. später). Sie trifft ebenso für die Theorie zu, eben für jede Aufstellung eines Allgemeinen auf Grund von Einzeltatsachen. Eine hinreichende Theorie der Induktion bedeutet also auch sie noch nicht.

Gegenüber Sigwart hat Erdmann in seiner eingehenden Analyse der Induktion<sup>102</sup> diese als ein von der Deduktion wesensverschiedenes und auf sie nicht zurückführbares, völlig eigenartiges Verfahren bezeichnet (S. 209). Und demgemäß ist man dazu geführt worden, so wie die Deduktion sich auf dem

Syllogismus aufbaut, auch für die Induktion eine spezifische elementare Schlußweise zu suchen, die ihren logischen Kern bildet. Wundt behauptet (Logik II, 1. Abschn., 2. Kap., 3a. 4. Aufl., S. 323, 324) einen spezifischen Induktionsschluß, den ‚Verbindungsschluß‘, der die Umkehrung des ‚exemplifizierenden Subsumtionsschlusses‘ darstelle. (Auch Driesch<sup>148</sup> [S. 7—12] entwickelt die Induktion als ‚umgekehrte Operation‘ gegenüber der Deduktion.) Hat dieser die Form: MP, SM, SP, so soll jener als dessen Umkehrung lauten: SP, SM, MP. Ein solcher Schluß soll aber immer mehrdeutig sein, weil er als ‚Verbindungsschluß‘ nur überhaupt eine Beziehung zwischen den im Schlußurteil verbundenen Begriffen herstellt, ohne die Art dieser Beziehung näher zu bestimmen. ‚Diese Unbestimmtheit aufzuheben und dadurch zu allgemeinen Sätzen von apodiktischer Geltung zu gelangen, ist die Hauptaufgabe der induktiven Methode‘ (S. 24), die dem einfachen Induktionsschluß gegenüber ein zusammengesetztes (analytisches und synthetisches) Verfahren ist. Aber die logische Fundierung der induzierten allgemeinen Sätze geschieht nicht durch die induktive Methode, sondern durch einzelne Verbindungsschlüsse. Besonders auf der ersten Stufe der Induktion entfernt sich der logische Vorgang noch wenig von dem einfachen Verbindungsschluß, den wir oben als Grundform der Induktion kennen lernten‘ (S. 25).

Wenn man die Voraussetzungen einerseits und das Ergebnis andererseits bei der Induktion in der Form eines einzigen ‚Schlusses‘ zusammenfassen will, so würde er allerdings die obige Form erhalten, welche die Umkehrung des gewöhnlichen Subsumtionsschlusses darstellt. Aber das ist dann eben gar kein logisch stringenter Schluß. Was logisch aus den Prämissen eines solchen ‚Induktionsschlusses‘ wirklich folgt — sofern überhaupt etwas daraus folgt —, ist nicht ein allgemeiner Satz wie der faktisch induzierte, sondern nur ein partikulärer, denn es gibt ja bei der Induktion nur partikuläre Vordersätze. Nehmen wir das traditionelle Beispiel der Logik für einen Subsumtionsschluß: Alle Menschen sind sterblich. NN ist ein Mensch, NN ist sterblich: dessen Umkehrung würde also einen ‚Induktionsschluß‘ darstellen: NN ist sterblich, NN ist ein Mensch. Menschen sind sterblich. Das folgt



aber natürlich nicht aus diesen Prämissen, sondern nur der partikuläre Satz: ein Mensch ist sterblich. Aber auch die behauptete Unbestimmtheit besteht nicht, wenn man den Mittelbegriff nur, wie er in den Prämissen gegeben ist, streng festhält. Denn sie kommt bei Wundt nur durch eine Äquivokation zustande, indem er den Mittelbegriff der Vordersätze im Schlußsatze mit einem allgemeineren vertauscht. für ein Glied einer Gattung die Gattung selbst setzt. Z. B. NN ist blond. NN ist ein Exemplar der Gattung Mensch: da kann ein logischer Schluß nur lauten: Ein Exemplar der Gattung Mensch — aber nicht: die Gattung Mensch — ist blond. Eine individuelle Eigenschaft ist hier mit einer Summe gattungsmäßiger Eigenschaften verknüpft: diese Verknüpfung ist selbst aber eine individuelle. Erst wenn man die ganz neue Frage aufwirft, ob diese Verknüpfung eine gattungsmäßige ist oder nicht, also ob die individuelle Eigenschaft nicht auch eine gattungsmäßige ist, ergibt sich eine Unbestimmtheit. Diese Frage ist aber mit den Vordersätzen noch nicht gegeben, höchstens nahegelegt. Die Beziehung zwischen der als individuell vorliegenden Eigenschaft (blond) und den gattungsmäßigen Eigenschaften (Mensch) ist wohl durch die Vordersätze hergestellt, aber in dem ganz bestimmten Sinn, daß sich hier in einem Exemplar der Gattung eine individuelle Eigenschaft mit den gattungsmäßigen verbindet. Darüber geht aber die Frage, ob die vorliegende Eigenschaft bloß eine individuelle oder ebenfalls eine gattungsmäßige ist, durchaus hinaus. Und ihre Beantwortung, die ja der Induktionsschluß noch nicht geben kann, weil er sie ja erst aufwerfen soll, stellt erst wieder von neuem das Problem, auf welchem Wege diese unbestimmt aufgenommene Beziehung zu bestimmen wäre — eben das Problem der Induktion!

Was also Wundt als Induktions- oder Verbindungsschluß hinstellt, führt also streng logisch entweder überhaupt zu gar keinem allgemeineren Ergebnis, als in den Vordersätzen vorliegt — und ergibt somit keine Induktion; oder wenn man wirklich aus partikulären Prämissen einen allgemeinen Satz folgern wollte, dann ist es kein logisch stichhaltiger Schluß, sondern ein logisches Unding. Es gibt keinen spezifischen Induktionsschluß gegenüber dem Syllogismus.

(Gerade einen solchen behauptet aber auch Ziehen in seiner Logik (§ 132). Er führt den ‚Induktionsschluß‘ als eine Art der ‚mittelbaren‘ Schlüsse, die nicht mit Hilfe eines Mittelbegriffes vor sich gehen, neben dem ‚Analogieschluß‘ und dem ‚paradigmatischen Schluß‘ an. ‚Der Induktionsschluß ist ein mittelbar fortschreitender, ohne Mittelbegriff gezogener Schluß, bei dem auf Grund mehrerer Prämissen, welche ähnlichen Subjekten  $S'$ ,  $S''$ ,  $S'''$ , usf. dasselbe Prädikat  $S$  zuordnen, im Schlußurteil einem den  $S$  übergeordneten Allgemeinbegriff  $S^g$  dieses  $S$  gleichfalls zugeschrieben wird.‘ ‚Der Allgemeinbegriff  $S^g$  bedeutet die Gesamtheit aller überhaupt denkbaren, also bekannten und unbekannten kon-similen [d. i. untereinander im prägnanten Sinn ähnlichen] Begriffe‘ (S. 768). Z. B. Natrium, Kalium und Lithium sind elektropositiv; Natrium, Kalium und Lithium sind Alkalimetalle (als Alkalimetalle untereinander ähnlich); alle Alkalimetalle sind elektropositiv (oder dem Allgemeinbegriff »Alkalimetall« kommt als weiteres Merkmal Elektropositivität zu)‘ (S. 770).

Wie bei Wundt Unbestimmtheit, so haftet auch hier Unsicherheit immer diesem Schluß an. ‚Die Gewißheit eines Induktionsschlusses ist niemals mit derjenigen eines Syllogismus zu vergleichen.‘ Bei ihm ist auch schon ‚die formale Richtigkeit stets zweifelhaft‘. ‚Das Schlußurteil bleibt stets problematisch.‘ Es kann ‚höchstens eine sehr große Wahrscheinlichkeit beanspruchen‘ (S. 773). Und das ist der Schluß, den Ziehen selbst auf der nächsten Seite ‚das wichtigste produktive Schlußverfahren, über das wir verfügen, und die Grundlage fast des gesamten Fortschreitens unserer Begriffsbildung‘ nennt! Diese prekäre Sachlage wird auch dadurch nicht geändert, daß Ziehen dann noch die Bedingungen für das ‚Maximum der Gewißheit‘ eines Induktionsschlusses angibt: Es ist dann zu erwarten, wenn die ‚Auswahl der Subjekte‘ gemäß Regeln nach Art der Bacon’schen getroffen wird (S. 774—780).

Es bedarf nicht vieler Worte, um zu zeigen, daß eine solche Verknüpfung wie der von Ziehen konstruierte Induktionsschluß überhaupt kein logischer Schluß ist. Sie ist nicht bloß unsicher, sondern geradezu falsch. Das zeigt ein Bei-

spiel wie dieses, das ganz nach Art des Ziehenschen Beispiels gebaut ist: Gold, Eisen, Blei sind schwerer als Wasser; Gold, Eisen, Blei sind als Metalle untereinander ähnlich; alle Metalle sind schwerer als Wasser — mit Ausnahme von Natrium, Kalium u. a.! Oder: Löwe, Tiger, Panther haben einziehbare Krallen, sie sind als Raubtiere untereinander ähnlich, alle Raubtiere haben einziehbare Krallen! Man kann so überhaupt nicht schließen. Es ist unbegreiflich, wie man solche offenbare Paralogismen überhaupt als logische Prozesse erklären kann. Und es ist nicht minder unbegreiflich, wie man meinen kann, die ganze große Arbeit einer Induktion lasse sich logisch auf drei Glieder einer Schlußformel reduzieren. Die logische Begründung für das Induktionsergebnis kann man nicht durch einen unmittelbaren Übergang von partikulären Vordersätzen auf einen allgemeinen Schlußsatz gewinnen — dafür gibt es keine logische Rechtfertigung. Eine solche spezifische Art des Erschließens gibt es als logische nicht. Man kann sich nur wundern, daß Männer wie Wundt und Ziehen solche logische Unmöglichkeiten lehren, und dazu noch als Fundament der wichtigsten wissenschaftlichen Methode.

Es kommt damit die Schwierigkeit zum Ausdrucke, welche die theoretische Fundierung der Induktion bisher gemacht hat. Man hat sie einerseits dadurch überwinden wollen, daß man eine eigene Schlußweise, einen spezifischen Induktionsschluß dafür konstruiert hat. Sie hat aber anderseits auch dazu geführt, daß man die Möglichkeit einer logischen Begründung der Induktion überhaupt verneint hat.

Man hat damit nur die erkenntnistheoretische Stellung Humes wieder eingenommen. Ist das Ziel der Induktion der Nachweis von Kausalgesetzen, so hat in bezug darauf bekanntlich Hume schon erklärt, daß kausale Gesetzmäßigkeit niemals erwiesen werden könne. Ursächliche Verknüpfung heißt nichts anderes als beständige (notwendige) Verknüpfung. Erfahrung lehrt uns aber nur tatsächliche Verknüpfung in bestimmten Fällen kennen. Wir nehmen an, daß es sich ähnlich wie bei den Gegenständen, die in der Erfahrung gegeben waren, auch bei denjenigen verhalten müsse, welche außerhalb des Bereiches unserer Erfahrung

liegen; wir sind jedoch niemals imstande, dieses zu beweisen' (S. 123). Die Verallgemeinerung über die bestimmten beobachteten Fälle hinaus für alle möglichen Fälle läßt sich weder durch die Erfahrung noch aus der Vernunft rational begründen. Sie ist vielmehr allein durch die Assoziation zwischen unseren Vorstellungen bedingt' (S. 124). Miteinander wahrgenommene Erscheinungen assoziieren sich und Wiederholung festigt diese Verbindung und sie bestimmt unsere Erwartung, wenn eine derselben gegeben ist, weil sie unsere Einbildungskraft bestimmt. Die Induktion beruht somit lediglich auf einem psychologischen Naturgesetz, nicht auf einer logischen Grundlage.

Ganz dieselbe Auffassung hat Mach von der Induktion. Im Falle der unvollständigen Induktion hat der Schluß von einigen auf alle Fälle gar keine logische Berechtigung. Wohl aber können wir durch die Macht der Assoziation, der Gewohnheit uns psychologisch zu der Erwartung gestimmt finden, daß alle Fälle sich so wie die beobachteten verhalten werden<sup>104</sup> (S. 303). Demgemäß sieht Mach auch in den Ergebnissen der Induktion, den Naturgesetzen, nicht Regeln der objektiven Naturvorgänge, sondern Regeln unseres subjektiven Verhaltens: 'Einschränkungen, die wir unter der Leitung der Erfahrung unserer Erwartung vorschreiben' (S. 441, 450). Die Induktion bedeutet infolgedessen für Mach gar nicht eine Methode wissenschaftlichen Nachweises, sondern vielmehr den psychologischen Prozeß, in welchem neue Einsichten gewonnen werden. 'Vor allem ist dieser Prozeß kein logischer, obgleich logische Prozesse als Zwischenglieder und Hilfsmittel eingeschaltet sein können' (S. 313). Die allgemeinen Gedanken, die auf diese Weise gefunden werden, müssen erst auf ihre Haltbarkeit an der Erfahrung (durch Beobachtung und Experiment) geprüft werden (S. 310). Während die Deduktion schrittweise methodisch vorgeht, findet die Induktion in Sprüngen statt, die außer dem Bereich der Methode liegen. Das Ergebnis der letzteren muß deshalb nachträglich durch die Deduktion gerechtfertigt werden' (S. 313).

Am schärfsten ist die irrationale Auffassung der Induktion von Stöhr<sup>105</sup> zum Ausdrucke gebracht worden. Die Induktion ist nicht logisch, sondern nur psychologisch zu verstehen.

Sie besteht in einer assoziativen Einprägung des Gleichzeitigen und einer dadurch determinierten Reaktion, die von der Phantasievorstellung des erregenden Ereignisses oder deren Verwirklichung begleitet wird, wenn der „an sich gleichgültige Begleiter A“ des erregenden Ereignisses B eintritt (S. 223). Diese Einprägungen und assoziativen Reaktionen sind bezüglich der Vergangenheit Erfahrungstatsachen, die unter den Begriff der bisher geltenden Gleichheit der Wirkungen bei Gleichheit der Ursachen gebracht werden können: ... bezüglich der Zukunft sind sie eine Hoffnung, die ohne unser logisches Zutun entsteht (S. 229). Eine Hoffnung — denn es ist nicht einzusehen, wie man beweisen könne, daß die Zukunft der Vergangenheit gleichen müsse (S. 228). Man wird daher zugestehen müssen, daß die Beschreibung der induzierten Erwartung nur von heute auf morgen wahr ist und jederzeit falsch werden kann. Die fort dauernde Wahrheit dieser Beschreibung kann nicht bewiesen, sondern nur erlebt werden (S. 229). Und diese Hoffnung entsteht ohne unser logisches Zutun in uns. Denn es ist eine Illusion, daß wir aus der Erfahrung heraus einen Schluß auf die Zukunft zögen und daß erst dieser Schluß unser Gemüt bewegt und unsere Handlungen bestimmt. Damit unsere imaginatorischen und motorischen Reaktionen in Gang gebracht werden, dazu genügt das Walten der Naturgesetze, ohne daß wir von diesen Gesetzen etwas wissen müssen (S. 228, 229). Der „sogenannte Induktionssehluß“ ist keine Denkoperation, sondern ein Reizleitungsvorgang. Es handelt sich nicht um Schlüsse, sondern um Reaktionen.

Das heißt also: Die Induktion allgemeiner Sätze auf Grund der beschränkten Erfahrungen der Vergangenheit läßt sich nicht logisch aufbauen und rechtfertigen, sondern nur als eine tatsächliche Reaktionsweise auf die Umgebung hinnehmen. Es gibt keinen rationalen Rechtsgrund für die allgemeinen Sätze der Erfahrungswissenschaften, sondern nur einen unwillkürlich sich einstellenden Glauben an sie. Und dieser Glaube bedeutet, als naturgesetzlich determinierter, nicht mehr als irgendein anderer. Das spricht Stöhr selbst mit aller Offenheit und Konsequenz aus (S. 230). Wenn wir auf Grund von Erfahrung an eine induzierte Gesetzmäßigkeit

glauben, so ist das genau dem gleichzuhalten, wenn wir aus einem Wunsch, einem inneren Bedürfnis heraus an etwas glauben. Es ist eine Einseitigkeit, wenn die Induktion durch Erfahrung als die einzig mögliche Wurzel des Glaubens, der Überzeugung, der Erwartung hingestellt wird. Auch durch unseren Willen kann Glaube, Überzeugung entstehen. Wenn der induzierte Glaube nur eine spezifische Reaktion auf die Umgebung ist, so bleibt die Möglichkeit einer spezifischen Reaktion auf Lieblingsvorstellungen, auf Ideale, auf innere Lebensschwierigkeiten und Lebensnot offen. Wenn uns eine Vorstellung so im Gemüt bewegt und zu Handlungen veranlaßt, als ob sie eine sinnfällige Wirklichkeit wäre, dann ist sie eben Inhalt eines boulogenen Glaubens.<sup>4</sup> Und dieser Glaube gilt nicht weniger als der durch Erfahrung induzierte. Soweit die beiden Glaubensarten nicht inhaltlich in einen Widerspruch kommen, sind sie offenbar verträglich und ihre Berechtigung ist nach dem Grade der Lebensförderlichkeit einzuschätzen.<sup>4</sup> Für diese „psychologisierende Auffassung des Induktionsschlusses“ (S. 229) hat er keine logische Berechtigung mehr, sondern nur eine biologische Grundlage. Damit ist aber auch jede empirische Gesetzeswissenschaft als rationale verneint. Sie wird zu einem irrationalen Phänomen wie der Glaube an ein Paradies oder an Dämonen.

So steht es also heute um das Problem der Induktion. Begründung auf das logische Unding eines spezifischen Induktionsschlusses oder Negation einer logischen Begründung überhaupt ist das letzte Ergebnis. Und doch ist die Induktion die grundlegende und allgemeinste Methode der Erfahrungserkenntnis!

## **2. Der allgemeine Charakter und das Problem der Induktion.**

Wenn es sich darum handelt, über das logische Wesen der Induktion ins klare zu kommen, so gilt es zunächst einmal festzustellen, wodurch dieses Verfahren charakterisiert wird, wie es sich grundsätzlich gestaltet. Das soll, unserer methodischen Forderung gemäß, durch den Rückgang auf konkrete Fälle von Induktion ermittelt werden. Ich wähle dafür

zunächst einen möglichst einfachen Fall: die induktive Aufstellung des Volumgesetzes gasförmiger Verbindungen durch Gay Lussac und Alexander v. Humboldt.<sup>196</sup>

Die quantitativen Verhältnisse der Volumina, in denen sich Gase verbinden, sind zuerst an der Verbindung von Wasserstoff und Sauerstoff entdeckt worden. Gay Lussac und Humboldt haben zuerst in 12 Versuchen 100 Volumteile Sauerstoff und 300 Volumteile Wasserstoff durch den elektrischen Funken entzündet und den verbleibenden Gasrückstand gemessen. Es ergab sich, daß 100 Teile Sauerstoff im Mittel 198·7 Teile Wasserstoff gebunden hatten. Dieses Ergebnis erfuhr aber noch eine Korrektur, denn als sie den verwendeten Sauerstoff mit Schwefelalkali untersuchten, fanden sie einen Rückstand an Stickstoff von 0·004 auf 100 Teile. Wird daraufhin das obige Ergebnis auf reinen Sauerstoff umgerechnet, so ergibt sich, daß 100 Teile Sauerstoff 199·89 (abgerundet 200) Teile Wasserstoff verbraucht haben. In einer neuen Reihe von 12 Versuchen entzündeten sie dann ein Gemenge von 200 Volumteilen Wasserstoff und 200 Volumteilen Sauerstoff. War in der früheren Anordnung der Sauerstoff gänzlich verbraucht worden und nur Wasserstoff übriggeblieben, so wurde in dieser der Wasserstoff gänzlich aufgebraucht und es blieb nur Sauerstoff übrig, und zwar im Mittel 101·7 Volumteile, so daß 200 Teile Wasserstoff 98·3 Teile Sauerstoff gebunden hätten. Aber auch dieses Verhältnis erfuhr eine Korrektur, denn auf Grund von Experiment und Berechnung ließ sich auch eine Verunreinigung des verwendeten Wasserstoffes durch 0·008 Teile Stickstoff feststellen. Wird darnach das Ergebnis der zweiten Versuchsreihe umgerechnet, so erhält man nahezu das Verhältnis 100:200 für die Verbindung von Sauerstoff und Wasserstoff. Auf Grund dieser 24 Versuche und der 2 Ergänzungsversuche zogen Gay Lussac und Humboldt den allgemeinen Schluß auf das Volumverhältnis bei der Verbindung von Wasserstoff und Sauerstoff überhaupt: „Durch diese Gründe scheint es uns genügend dargetan zu sein, daß 100 Teile Sauerstoffgas sehr nahe 200 Teile Wasserstoffgas zu ihrer Sättigung erfordern“ (S. 16).

Was damit für die Verbindung von Wasserstoff und Sauerstoff gefunden war: ein einfaches Volumverhältnis für die

Verbindung von Gasen, das stellte Gay Lussac dann auch für die Verbindung einiger anderer Gase (für die Verbindung von Ammoniak mit Borfluid, Kohlendioxyd und Chlorwasserstoff) direkt durch Experimente fest und erwies es für zahlreiche andere Gase durch Berechnung der Volumverhältnisse aus der Gasdichte bei Verbindungen, bei denen die Dichte der anderen Gase oder die Verbindungsgewichte der nicht gasförmigen Stoffe schon bekannt waren. Auf Grund dessen hat Gay Lussac es als Gesetz ausgesprochen, daß die Verbindungen von Gasen miteinander stets nach den allereinfachsten Verhältnissen [ihrer Volumina] vor sich gehen' (S. 36).

Ein anderes, komplizierteres, aber dabei klassisches Beispiel von solcher Induktion auf Grund von Experimenten bietet Pasteurs berühmte Widerlegung der Urzeugung.<sup>107</sup> Um das Problem der Urzeugung zu entscheiden, war es notwendig, in einer einwandfreien Weise festzustellen, ob auch die niedersten bekannten Organismen (Infusorien, Bakterien, Pilze) lediglich aus Keimen entstehen oder auch ohne solche durch Urzeugung. Um die sich immer wiederholende Entstehung solcher Organismen bei all den Gärungs- und Fäulnisvorgängen aus Keimen erklären zu können, mußte zunächst festgestellt werden, ob in dem Staub, der gewöhnlich in der Luft schwebt, solche Keime in einer dafür hinreichenden Anzahl vorkommen. Das geschah durch Versuche: Luft wurde durch ein mit Schießbaumwolle gefülltes Rohr hindurchgesaugt, wobei die in der Luft suspendierten festen Teilchen durch die Wolle zurückgehalten wurden. Wenn die Wolle dann in einem Gemisch von Äther und Alkohol aufgelöst wurde, so konnte man den Staub allein gewinnen. Unter dem Mikroskop zeigte er eine Menge von Körperchen sehr verschiedener Art, die den Keimen der niedersten Organismen völlig glichen. Durch Berechnung ergibt sich, daß die Anzahl solcher Keime eine genügend große ist, aber sehr mit dem Zustande der Atmosphäre schwankt.

Dann mußte in einer jeden Zweifel ausschließenden Weise — bis dahin hatten die Versuche darüber zu widersprechenden Ergebnissen geführt — experimentell festgestellt werden, ob in einer Flüssigkeit und Luft, in der die etwa vorhandenen Keime durch Erhitzen getötet worden sind und



neue nicht eindringen können, während gleichwohl alle Lebensbedingungen für sie vorhanden sind. Mikroorganismen entstehen oder nicht. Pasteur konnte experimentell zeigen, daß zuckerhaltiges Hefewasser unter diesen Bedingungen keine Spur von Organismen aufweist, sondern sich jahrelang unverändert, ohne Gärung, erhält; ebenso Urin: ebenso Milch, wenn sie über  $100^{\circ}\text{C}$  erhitzt worden ist. Und Pasteur konnte — was ebenso wichtig ist — auch die Fälle vollständig aufklären, in denen die Versuche dem widersprechende Resultate ergaben, d. h. in denen trotz Erhitzen von Flüssigkeit und Luft Mikroorganismen und Gärung auftraten. Zuckerhaltiges Hefewasser ging aber nur dann in Gärung über, wenn bei den Versuchen zum Abschluß gegen die äußere Luft eine Quecksilberwanne benützt wurde; und die Milch gerann nur dann, wenn sie bloß auf  $100^{\circ}$  erhitzt worden war. Pasteur zeigte nun durch Experimente, daß im ersten Fall eine Infektion durch Keime eintritt, die von der Oberfläche oder aus dem Innern des Quecksilbers oder von den Wänden der Wanne stammen, da in einer sterilisierten Flüssigkeit und Luft sogleich Organismen auftreten, sobald man ein einziges Quecksilberkügelchen aus einer solchen Wanne hineinbringt, Organismen jedoch ausbleiben, wenn man das Quecksilber vorher gekocht hat. Pasteur zeigte ferner experimentell, daß die Keime speziell der Organismen, die im zweiten Falle (dem der Milch) entstanden, gegen Hitze besonders widerstandsfähig sind und erst bei zirka  $127^{\circ}$  absterben.

Auf Grund dieser Ergebnisse über die vollkommene Sterilität von gärungsfähigen Flüssigkeiten bei vollständigem Ausschluß von Keimen konnte Pasteur endlich den experimentellen Nachweis führen, daß der aus der Luft gewonnene Staub wirklich Keime von Organismen enthält, und zugleich auch den Nachweis, daß durch die Sterilisierung die Lebensbedingungen für die Organismen in den Flüssigkeiten nicht vernichtet werden, wie man bis dahin eingewendet hatte, sondern immer vorhanden sind. Wenn er in solche sterilisierte und lange Zeit unverändert gebliebene Flüssigkeiten Asbestpfropfen mit Staub aus der Luft einführte, entstanden regelmäßig solche Mikroorganismen wie sonst an der freien Luft.

dagegen nie, wenn die Pfropfen vorher gegläht oder überhaupt nicht mit Staub beladen waren.

Durch alle diese Feststellungen zusammen ist nun allgemein erwiesen, daß, wenn irgendwo niederste Lebewesen entstehen, sie immer aus Keimen entstehen, die in der Luft suspendiert sind. Dies wird noch dadurch bestätigt, daß, sobald zu wenig Keime in der Luft vorhanden sind, auch keine Mikroorganismen entstehen. Pasteur brachte vier Ballons mit Hefewasser mit der freien Luft auf einer Terrasse nach einem heftigen Regenguß, sechs kurze Zeit mit Zimmerluft, zehn mit der ganz ruhigen Luft in den Kellern der Pariser Sternwarte in Berührung; von den ersten blieben zwei, von den zweiten vier, von den letzten neun völlig unverändert. Er ließ ferner in zwanzig Ballons, welche bis zu einem Drittel mit Hefewasser gefüllt und im übrigen luftleer waren, Luft vom flachen Land, in andere solche zwanzig Luft aus einer Bergeshöhe von 850 m, in wieder andere solche zwanzig Luft aus einer Höhe von 2000 m eindringen; von den ersten zwanzig blieben zwölf, von den zweiten fünfzehn und von den dritten Ballons alle bis auf einen unverändert. Damit hatte er experimentell gezeigt, daß auch Luft, die gar keine chemische oder physikalische Veränderung erlitten hat, unter solchen Verhältnissen, welche für die Verbreitung von Keimen ungünstig sind, steril bleibt.

Es muß sich aber nicht in jedem Fall Induktion auf Experimente stützen. Sie kann auch auf Beobachtungen in der freien Natur, sozusagen auf Beobachtungen des natürlichen Geschehens fußen. So hat Richthofen<sup>108</sup> die Einsicht in die Bildung des Löß gewonnen, indem er dessen Eigenart in den Lößlandschaften des nördlichen China studierte. Auf Grund seiner authentischen Kenntnis vieler derselben konnte er durch Vergleichung auf das Übereinstimmende hin zunächst feststellen, was für den chinesischen Löß gattungsmäßig gilt: die mürbe Beschaffenheit, die Zusammensetzung aus feinem Ton und etwas feinem Sand und kohlensaurem Kalk, die eigenartige Textur durch senkrechte, verzweigte Kanälchen, die Einschlüsse lediglich terrestrer, nicht mariner und fluviatiler Art, die Ungeschichtetheit und seine von der Meereshöhe unabhängige Verbreitung. In derselben Weise stellte er die

Gattungsmerkmale der mongolischen Salzsteppen fest, auf Grund eigener und fremder Beobachtungen: flache Mulden, in der Mitte ein Salzsee, Abflußlosigkeit, Schuttablagerung von den Felsrändern aus, Staubstürme und deren Niederschläge. Durch die klare Übereinstimmung („Analogie“ S. 79) in der Oberflächengestalt, der Lagerung usw. zwischen den Lößbecken und den Steppenbecken und direkt aus Aufschlüssen frisch angezapfter randlicher Steppenbecken ließ sich die Gleichartigkeit („Identität“ S. 79) des chinesischen Löß mit dem mongolischen Steppenboden und die Entstehung der Lößbecken aus ehemaligen Steppenbecken erweisen und damit der chinesische Löß als aëriale Bildung aufklären. Diesen Zusammenhang zwischen Lößbedeckung und abflußlosem Steppengebiet als Entstehungsbedingung dafür hat Richthofen dann auch für die großen Lößgebiete in den anderen Erdteilen (in Asien noch im erasischen Hochland, in Europa am Rhein und an der Donau usw., in Nord- und in Südamerika) aufgewiesen.

Einen anderen Typus von Induktion auf Grund von Beobachtung zeigt endlich der folgende Fall. Hann hat gezeigt,<sup>100</sup> daß die mitteleuropäischen Luftdruckmaxima und -minima nicht, wie man bis dahin überwiegend glaubte, thermischen, sondern dynamischen Ursprungs sind. Auch er ging dabei vom eingehenden Studium eines speziellen Falles aus, des Luftdruckmaximums vom 23. Jänner bis 3. Februar 1876<sup>101</sup> und besonders des vom 12. bis 24. November 1889 und des Minimums vom 1. Oktober 1889. Auf Grund der Beobachtungen von neun Höhenstationen in den Alpen, zweien in Südfrankreich und der auf der Schneekoppe stellte er die Luftdruck- und Temperaturverteilung während des Maximums im November 1889 in einer Höhe von 2000 m fest und konnte daraus auch die meteorologischen Verhältnisse in einer Höhe von 2500 m mit hinlänglicher Genauigkeit berechnen. Aus den Tabellen darüber ließ sich zeigen, daß auch noch in dieser Höhe ein Luftdruckmaximum mit allen seinen charakteristischen Eigenschaften bestand, das mit der Lage des Maximums an der Erdoberfläche übereinstimmte, daß dieses also in sehr große Höhen mit derselben Intensität hinaufreichte, daß jedoch die Luft in diesen Höhen dabei sehr warm und trocken war — mit einem Wärmeüberschuß von 6° über das gewöhnliche

Temperaturmittel der entsprechenden Zeit in der Periode von 1851 bis 1880 — im Gegensatze zu der Kälte und Feuchtigkeit der Luft an der Erdoberfläche. Diese warme Luft kam aber nicht von Süden, nach der ganzen Wetterlage, bei der teilweise sogar nördliche Winde herrschten: auch war selbst bei einem Föhn am 9. und 10. Oktober 1889 weder die absolute Temperatur noch die Temperatursteigerung so groß. Sie war auch keine Wirkung der Sonnenstrahlung, weil die tägliche Wärmeschwankung gerade auf den Höhen sehr gering war, im Gegensatze zur Erdoberfläche, wo sie sehr groß war. Die kalte und feuchte Luft an der Erdoberfläche nahm nur eine Schicht von 300 bis 500 m ein, die warme und trockene dagegen die ganze Luftmasse im zentralen Gebiete des Barometermaximums bis 3 km Höhe. In derselben Weise zeigte dann Hann aus den Tabellen, daß bei dem Luftdruckminimum am 1. Oktober 1889 die Luft in der Höhe von 2500 m um 43° kälter war als die Mitteltemperatur dieser Zeit und trotz der früheren, wärmeren Jahreszeit kälter als die des späteren Maximums.

Was damit für ein Maximum und ein Minimum gefunden war, dafür hat Hann dann die Bestätigung durch eine Untersuchung der meteorologischen Verhältnisse (Temperatur, Feuchtigkeitsgehalt, Bewölkung und Windrichtung), die am Sonnblick (3000 m) bei den je 51 Maxima und Minima während der Zeit vom Oktober 1886 bis Dezember 1890 beobachtet worden waren, gegeben. Zur Vergleichung mit den gleichzeitigen Verhältnissen an der Erdoberfläche wurden die korrespondierenden Beobachtungen von Ischl herangezogen. Zur Ausschaltung der zufälligen Variationen innerhalb eines Tages verwendete er dabei immer die Tagesmittel der meteorologischen Werte und zur Ausschaltung der zufälligen Variationen der absoluten Werte ihre Abweichungen von den 30jährigen Mittelwerten der Periode von 1851 bis 1880. Den 27 Maxima der Winterhalbjahre entsprachen fast ausnahmslos auch an der Erdoberfläche Maxima über den Ostalpen. Die Maxima an der Erdoberfläche reichen somit zumeist mindestens bis 3 km Höhe hinauf, wahrscheinlich aber weit darüber hinaus. In den Sommerhalbjahren dagegen werden die meteorologischen Verhältnisse der höheren Luftschichten durch die aufsteigenden Luftströmungen infolge der gesteiger-

ten Erwärmung der Niederungen gestört und verschleiert. Die Luftdruckminima auf dem Sonnblick fallen in den allermeisten Fällen im Sommer wie im Winter mit solchen an der Erdoberfläche zusammen. Aus den Tabellen der Sonnblickbeobachtungen ergab sich nun, daß zu den Zeiten der Erdoberflächenmaxima der Sonnblick seine höchsten Temperaturen hatte, zu den Zeiten der Erdoberflächenminima hingegen ein wenig tiefere Temperaturen als die mittleren der entsprechenden Zeit. Hann zeigte ferner auf Grund der Mittelwerte bei den Maxima und Minima der drei Winter 1887 bis 1889 von elf Stationen, die in verschiedener Höhe zwischen 610 m und 3100 m gelegen waren, daß nach der vertikalen Temperaturverteilung in einer Luftsäule von 3 km Höhe über Mitteleuropa auch die mittlere Temperatur derselben im inneren Bereiche der Maxima stets höher war als in dem der Minima. Endlich erwies Hann aus der Aufstellung des Thermometers auf dem Sonnblick, aus einem theoretischen Widerspruch im gegenteiligen Fall und aus der Übereinstimmung mit Beobachtungen bei Ballonfahrten zur Zeit von Luftdruckmaxima und -minima, daß die auf dem Sonnblick beobachteten Verhältnisse nicht nur speziell für einen Bergesgipfel, sondern für die Verhältnisse in der freien Atmosphäre gelten. Durch alle diese Feststellungen wird erstens erwiesen, daß die europäischen Luftdruckmaxima einen warmen Kern und die Minima einen kalten Kern haben und dieser mindestens über 3 km Höhe reicht. Zweitens wird dadurch widerlegt, daß die Luftdruckmaxima auf relativ kühlerer Luft und die Minima auf wärmerer Luft beruhen und die antizyklonalen und die zyklonalen Bewegungen der Luftmassen durch das größere spezifische Gewicht der kühleren und das geringere der wärmeren Luft entstehen. Denn dieser Temperaturcharakter trifft nur an der Erdoberfläche zu und kehrt sich schon in einiger Höhe um. Die europäischen Luftdruckmaxima und -minima können daher überhaupt nicht thermischen Ursprungs sein, sondern es ist aus allem vielmehr zu schließen, daß sie durch die aufsteigende und die niedersinkende Bewegung der Luftmassen entstehen und die Temperaturverhältnisse derselben durch die Erwärmung und damit Trocknung der niedersinkenden und durch die Abkühlung unter Kondensation ihres Wasserdampfes

der aufsteigenden Luftmasse erst hervorgerufen werden. Mit dieser Auffassung werden auch andere Eigenschaften derselben, z. B. ihr horizontales Wandern, erst recht verständlich. Darnach sind die Luftdruckmaxima und -minima also dynamischen Ursprungs.

Die Induktion wird in den allgemeinsten Umrissen dadurch charakterisiert, daß sie einen allgemeinen Sachverhalt auf Grund von Erfahrung feststellt. Der allgemeine Sachverhalt kann in einer allgemeinen qualitativen (Beispiel Hamn!) oder einer quantitativen (Beispiel Volumgesetz!) oder kausalen Beziehung (Beispiel Richthofen und Pasteur!) bestehen, kann also jedenfalls als Gesetzmäßigkeit bezeichnet werden.

Die Erfahrung, auf welcher die Aufstellung des allgemeinen Sachverhaltes beruht, besteht in Einzeltatsachen, welche entweder experimentell oder durch Beobachtung festgestellt sind. Diese Erfahrungstatsachen sind immer für die Induktion des allgemeinen Satzes von grundlegender, entscheidender Bedeutung.

Aus den angeführten Fällen von Induktion ersieht man aber schon jetzt, daß die Tatsachen doch keineswegs die ausschließliche und einzige Geltungsgrundlage bilden, wie man vielfach zu meinen scheint (z. B. Erdmann<sup>102</sup>). Jedes Experiment und jede wissenschaftliche Beobachtung bedarf erst der Interpretation, um eine wissenschaftlich bedeutungsvolle und verwertbare Aussage zu ergeben — wie vor allem Duhem<sup>103</sup> (8. Kap.) gezeigt hat. Diese Interpretation fußt auf den Begriffsbildungen und Sätzen nicht nur der betreffenden Wissenschaft, sondern auch anderer weit darüber hinaus. Es werden daher immer noch eine Menge allgemeiner Sätze als schon bekannt vorausgesetzt (im ersten Fall z. B. die vielen chemischen Gesetze, im zweiten Fall außer solchen auch die Gattungen und die Lebensbedingungen der Mikroorganismen, im dritten eine Menge geologischer, im vierten meteorologischer Erkenntnisse — und damit auch deren theoretische Voraussetzungen aus der Physik, Mathematik usw.), aber auch ganz allgemeine Grundsätze, vor allem jenes Prinzip, das auch Mill schon (3. Buch, 3. Kap., § 1) als grundlegende Voraussetzung

für die Induktion anführt: das der Gleichförmigkeit des Geschehens oder der Gesetzmäßigkeit (vgl. dazu <sup>111</sup>). Die allgemeinen Voraussetzungen werden später noch deutlicher hervortreten. Zunächst soll aber noch auf die beiden ersten Momente näher eingegangen werden.

Die Induktion gewinnt einen allgemeinen Satz immer auf der Basis von Tatsachen. Diese tragen an und für sich nur den Charakter individueller Einzelfälle. Es sind „Befunde“, die so irgendwo und irgendwann gemacht worden sind. Das zeigt sich besonders schön und deutlich in der angeführten Abhandlung Pasteurs (S. 31. 32). „Am 9. August richte ich mehrere Ballons von  $\frac{1}{4}$  l Rauminhalt wie folgt her.... Am 13. August sind in allen Ballons organisierte Gebilde vorhanden.... Der zweite Ballon ist in der Nacht vom 15. zum 16. August umgefallen, weil er sich infolge von Gärung mit Gas gefüllt hatte...“ (ebenso S. 35—38). Ebenso waren es aber auch bei Gay Lussac und Humboldt zwölf individuelle Fälle, in denen sie ein Gemenge von beinahe 100 Teilen Sauerstoff und beinahe 300 Teilen Wasserstoff und 0'022 Teilen Stickstoff (nicht reinen Sauerstoff und Wasserstoff) durch den elektrischen Funken entzündeten und sieben verschiedene Werte des Rückstandes erhielten. Es sind also einzelne individuelle Ereignisse, ganz so wie historische, welche die Schlußgrundlagen für die Induktion bilden.

Eine Induktion erwächst darum immer aus dem eingehenden Studium einzelner besonderer Fälle oder eines speziellen Gebietes. Das Volumengesetz der Gase ist an dem Volumenverhältnis, in welchem sich Sauerstoff und Wasserstoff verbinden, entdeckt worden und die Feststellung dieses Verhältnisses wieder fußte auf zwei Versuchsreihen von je zwölf Versuchen und einigen Ergänzungsversuchen. Die Bildung des Löß hat Richthofen an den Lößlandschaften des nördlichen China (und zwar im besonderen des Beckens von Si-ngan-fu usw.) und aus ihrer Beziehung zu den Steppen Zentralasiens erkannt. Pasteur hat die Bedingungen der Sterilisierung an Hefewasser, Milch und Urin erforscht und Haim hat die Verhältnisse der Luftdruckmaxima und -minima an dem Maximum im November 1889 und dem Minimum im Oktober 1889 gefunden. Der spezielle Fall bildet aber für die Induktion nicht

bloß genetisch den Ausgangspunkt, er bildet auch die Beweisgrundlage. Vom Einzelnen aus wird das Allgemeine nicht nur entdeckt, sondern es muß auch von diesem aus erwiesen werden.

Das Induktionsergebnis besteht nun keineswegs in einer bloßen Verallgemeinerung des empirisch festgestellten Sachverhaltes, so daß dieser selbst schon das induzierte Gesetz darstellen würde, sondern dieses ist im Vergleiche zu den Tatsachengrundlagen etwas Neues, das aus ihnen erst herausgeholt, abgeleitet wird. Was durch Beobachtung feststeht, ist eine Beziehung zwischen Tatsachen, und Tatsachen sind immer etwas Individuelles. Z. B. Staub aus der Luft der Rue d'Ulm in Paris hat im August 1857 in Hefewasser Schimmelpilze bestimmter Art erzeugt. Die Beziehung, welche die Induktion auf Grund der Beobachtung als gesetzmäßige aufstellt, bezieht sich aber nicht lediglich auf individuelle Erscheinungen dieser Art, sondern auf bestimmte Gattungen von Erscheinungen. Staub aus der Luft erzeugt in Nährsubstanzen Mikroorganismen.

Das induzierte Gesetz steht zu den Tatsachen, welche seine Grundlage bilden, zugleich in dem Verhältnis, daß es aus einem viel reicheren individuellen Tatsachenkomplex nur einige Bestimmtheiten heraushebt. Das von Hann 1889 studierte Maximum und Minimum stand in engstem Zusammenhang mit der ganzen jeweiligen Wetterlage, mit den meteorologischen Verhältnissen über dem Atlantischen Ozean, mit bestimmten Zugstraßen und Niederschlagsmengen usw. Was empirisch vorliegt, sind immer Erscheinungskomplexe. Erscheinungen in vielfachem Zusammenhange mit anderen: was daraus induziert wird, ist eine herausgelöste allgemeine Beziehung zwischen bestimmten Momenten an solchen Erscheinungen. In den mannigfaltigen tatsächlichen Zusammenhängen der Erscheinungen werden damit Elementarzusammenhänge oder einzelne Zusammenhangskomponenten aufgesucht. Das induzierte Gesetz ist eine Abstraktion aus den tatsächlichen Erscheinungszusammenhängen. Erst dadurch wird eine Gesetzmäßigkeit, eine Gleichförmigkeit im Weltgeschehen konkret erfaßbar.



Daß bei der gleichen Gesamtlage derselbe komplexe Erfolg eintritt, hat für die Wissenschaft keine Bedeutung, weil man mit der Wiederkehr genau derselben Gesamtlage nicht rechnen kann. Es kommt der Wissenschaft nur auf die Wiederkehr von Teilerfolgen bei teilweise gleichen Umständen (oder den gleichen Teilbedingungen) an. Was sie erkennen will, sind Zusammenhänge zwischen Komponenten der wechselnden Gesamtsituationen. Aber auch hierbei handelt es sich nicht darum, daß unter den gleichen individuellen Umständen der gleiche individuelle Teilerfolg eintritt, sondern allein darum, daß unter den gleichen generellen Umständen der gleiche generelle Teilerfolg eintritt. Was die Wissenschaft in ihren Gesetzen aufsucht, sind Verknüpfungen zwischen Momenten oder Komponenten der Erscheinungskomplexe, und zwar Verknüpfungen zwischen generellen Teilererscheinungen, zwischen Erscheinungsgattungen, und zwar identische Verknüpfungen zwischen Erscheinungsgattungen, nicht etwa auch generelle Verknüpfungen, Gattungen besonderer Verknüpfungsweisen. Das Prinzip der Gleichförmigkeit präzisiert sich damit zu dem Prinzip der Gesetzmäßigkeit: Es bestehen identische Beziehungen zwischen Erscheinungsgattungen (oder generellen Momenten an Erscheinungen).

Wenn man auf Grund von Tatsachen ein Gesetz induziert, so muß also die damit gegebene Beziehung zwischen individuellen Erscheinungen zu einer Beziehung zwischen Erscheinungsgattungen erweitert werden. Die in der Induktion zu leistende Verallgemeinerung besteht somit, genauer bestimmt, darin, daß die individuellen Erscheinungen, in denen die Beziehung immer vorliegt, durch Erscheinungsgattungen ersetzt werden müssen. Damit geht man aber offenbar über den gegebenen Tatbestand hinaus. Daher kann auch die Begründung dafür noch nicht durch die Tatsachen selbst gegeben sein, sondern man muß sie anderswoher nehmen.

Daß es sich bei der Induktion um die Ermittlung eines allgemeinen Satzes handelt, ist nicht unbestritten geblieben. Wundt behauptet (*Logik*, II. Band, 2. Kap., 3a, 3. Aufl., S. 22) von Mill, nach ihm sei die Induktion nicht

eigentlich ein Schluß vom Einzelnen auf das Allgemeine, sondern vom Einzelnen auf Einzelnes, da wir zunächst immer nur in einzelnen von den vorausgegangenen ähnlichen Fällen einen ähnlichen Erfolg erwarten. (Diese Behauptung scheint mir allerdings mit Unrecht getan, weil Mill mehrfach [3. Buch, 1. Kap., § 2, 2. Kap., § 1] die Induktion klar und unzweideutig als „Verallgemeinerung aus der Erfahrung“, als „die Verrichtung bezeichnet, durch die man allgemeine Wahrheiten entdeckt und beweist“.) Eine unmittelbare Übertragung dessen, was in einigen Einzelfällen geschehen hat, auf einen neuen diesen ähnlichen Fall kann aber immer nur einen psychologischen Vorgang bedeuten, nicht eine logische Verknüpfung. Es kann sich nur darauf beziehen, daß man tatsächlich den Inhalt früherer Erfahrungen unwillkürlich auf einen neuen Fall überträgt, daß unsere Erwartung in bezug auf einen neuen Fall direkt durch die Erinnerung an frühere ähnliche Fälle bestimmt wird, ohne den Zwischengedanken an einen allgemeinen Sachverhalt. Aber logisch ist eine solche Übertragung von Einzelfall zu Einzelfall unmöglich. Denn daß etwas in einigen Fällen der Fall war, kann nie einen Erkenntnisgrund dafür abgeben, daß es auch in einem anderen ähnlichen Fall so sein muß. Wenn z. B. der Witterungsverlauf des Winters und Frühjahres 1923/24 dem Witterungsverlaufe derselben Jahreszeiten im Jahre 18.. ganz ähnlich war, so liegt darin an und für sich noch gar keine Bürgschaft, daß auch im Jahre 1924 ein ebensolcher Sommer wie im Jahre 18.. darauf folgt. Mit Recht kann man von einzelnen Fällen auf einen neuen Fall nur durch das Medium des Allgemeinen schließen. Nur wenn eine Allgemeinheit über den einzelnen Fällen besteht, hat man einen Erkenntnisgrund, eine Berechtigung für die Übertragung eines Sachverhaltes von einzelnen bekannten Fällen auf einen neuen.

Denn logisch erschließen läßt sich etwas nur, wenn dafür eine logische Notwendigkeit besteht, wenn es — rational — so sein muß, nicht einfach so ist oder sein wird. Denn das letztere wäre Sache einer unmittelbaren Tatsachenfeststellung, nicht logischer Folgerung. Nur wenn das Einzelne durch eine notwendige Beziehung erkenntnismäßig miteinander verbunden ist, läßt sich von einem aus auf das andere schließen. Eine

solche rationale Notwendigkeit liegt aber nur in der Allgemeinheit vermöge des logischen Verhältnisses von Allgemeinem und Besonderem. Soll sich die Übertragung eines Sachverhaltes von einzelnen Fällen auf andere überhaupt logisch rechtfertigen lassen, so erfordert sie also das Zwischenglied eines Allgemeinen. Die Induktion kann daher nicht als Schluß vom Einzelnen auf Einzelnes verstanden werden, sondern nur als logische Ableitung eines Allgemeinen von Einzelem aus.

Induktion ist Verallgemeinerung aus der Erfahrung. Sie ist daher ein Schließen vom Gegebenen auf Nichtgegebenes, vom teilweise Gegebenen auf die Gesamtheit einer Klasse. Deshalb hat schon Mill (im 1. Kap. des 3. Buches, § 1, seiner Logik) die sogenannte vollständige Induktion aus dem Bereich der eigentlichen Induktion ausgeschlossen. Man darf in ihr nicht die wahre, vollkommene Form der Induktion sehen, wie dies Apelt z. B. tut, denn was die vollständige von der unvollständigen Induktion unterscheidet, ist ja gerade, daß bei jener die Instanzen, auf denen der Schlußsatz beruht, vollständig gegeben sind. Hier geht der Schlußsatz über das in den Vordersätzen unmittelbar Gegebene gar nicht hinaus. Er faßt entweder eine gegebene bestimmte Anzahl von Einzeltatsachen bloß als Summe, eventuell in einer Kollektivbezeichnung zusammen, wie in dem Beispiel Apelts (S. 17) von den Planeten. Der Schlußsatz behauptet dann einfach das von der Gesamtheit, was in den Vordersätzen von jedem Einzelnen behauptet worden ist. Oder es tritt zu den gegebenen Instanzen noch die ausdrückliche Feststellung hinzu, daß sie eine Gattung erschöpfend darstellen, daß sie alle möglichen oder tatsächlichen Arten einer Gattung bilden. Dann ergibt sich ein einfacher Syllogismus, z. B. Natrium, Kalium, Lithium, Rubidium, Cäsium sind elektropositiv. Natrium... Cäsium sind alle Arten der Gattung Alkalimetalle, alle Alkalimetalle sind elektropositiv. Auch da liegt keine eigentliche Verallgemeinerung vor. Die vollständige Induktion stellt überhaupt kein logisches Problem.

Aus der Unvollständigkeit der Tatsachengrundlagen einerseits und aus der Verallgemeinerung andererseits ergibt sich das Problem der Induktion. Es knüpft sich an den Geltungsgrund der Verallgemeinerung. Wodurch werden wir be-

rechtigt, über die einzelnen bekannten Fälle, die an und für sich nicht mehr sind als eine bestimmte Anzahl individueller historisch-geographischer Tatsachen, hinauszugehen zu einer Behauptung, die sich auch auf andere, nicht erfahrene, noch unbekannte Tatsachen erstreckt, zur Behauptung eines allgemeinen Sachverhaltes? Auf welche Weise ist das rechtmäßig möglich?

### 3. Die Eindeutigkeit der Tatsachen-Grundlagen.

Induktion stellt einen gesetzmäßigen Zusammenhang fest. Infolgedessen ist es für ihre Methode grundlegend, woran dieser erkannt wird. Die Millschen Methoden ziehen dafür ihre Schlüssigkeit aus einem Prinzip, das bei Mill nicht ausgesprochen ist, sondern stillschweigend vorausgesetzt wird. Wenn die Methoden der Übereinstimmung und des Unterschieds und der Parallelveränderung Kausalverhältnisse ergeben, so geschieht das vermöge des Grundsatzes: Wenn eine Erscheinung immer da ist, wenn eine andere da ist und immer fehlt, wenn diese andere fehlt, oder sich ändert, wenn die andere sich ändert, dann besteht zwischen beiden ein gesetzmäßiger Zusammenhang. Das beruht darauf, daß ein Kausal- oder Bedingungsverhältnis, gesetzmäßiger Zusammenhang, Abhängigkeit durch den Charakter der Konstanz oder Invariabilität definiert wird: daß Erscheinungen in ihrem Auftreten immer miteinander in einer identischen Beziehung verknüpft sind, wenigstens in dem Sinne, daß, wenn einmal real die einen ohne die anderen vorhanden sind, sich das durch eine Störung, Durchkreuzung, Überlagerung infolge anderer nachgewiesener oder nachweisbarer Zusammenhänge erklären läßt und so die Zusammenhangsbeziehung wenigstens in gedanklicher Konstruktion als eine konstante herstellen und aufrechterhalten läßt. Die Gesetzmäßigkeit einer Beziehung läßt sich in klarer, nichtmetaphysischer Weise nur auf diese Art definieren — gegenüber den wechselnden zufälligen Verknüpfungen als eine invariable Verknüpfung.

Daraus wird es verständlich, warum das Verfahren der Induktion seit jeher, von Bacon bis Mill, in Methoden der Übereinstimmung und der Differenz gesucht worden ist. Denn

auf diese Weise wird eben gerade das aufgesucht, was dann ist, wenn das und das andere ist, oder was ohne dieses nicht ist. Durch Vergleichung verschiedener Fälle auf das Übereinstimmende und analoger auf das Unterscheidende hin wird ermittelt, was daran gleich bleibt gegenüber dem, was variiert. Ebenso geht offenkundig die Methode der parallelen Veränderung darauf hinaus, dieses Verhältnis der Kovariation als etwas zu erweisen, das bei der Variation im einzelnen unverändert bleibt. Alles das sind Verfahren zur Feststellung von Invariabilität durch Vergleichung bei Variation. Das ist der eigentliche Sinn der Millschen Methoden, sie sind in ihrer Dreierheit — die Restmethode ist eigentlich ein gewöhnliches deduktives Verfahren — nur besondere Formen dafür. Weil für die Induktion das zu Verallgemeinernde als das Invariable definiert wird, darum sind ihre Methoden naturgemäß solche der Vergleichung auf Invariabilität.

Wenn man den Sinn der Induktionsmethoden so versteht, wird es auch erklärlich, wieso man die Berechtigung zur induktiven Verallgemeinerung zu dem Umkreis der zugrundegelegten Erfahrungen in Beziehung setzen und mit diesem wachsen lassen konnte, wie z. B. Mach<sup>104</sup> (S. 304): „Die Bildung eines allgemeinen Urteils auf diesem Wege [der unvollständigen Induktion] ist keine Augenblicksangelegenheit, die sich im einzelnen allein vollzieht. Alle Zeitgenossen, alle Stände, ja ganze Generationen und Völker arbeiten an der Befestigung oder Korrektur solcher Induktionen. Eine je größere zeitliche und räumliche Ausdehnung die Erfahrung gewinnt, desto schärfer und umfassender wird die Kontrolle der Induktionen.“ Es ist nicht etwa die große Zahl der Fälle an und für sich, welche die Gewißheit erhöht — wie sich später (S. 229 ff.) noch zeigen wird —, sondern die immer breitere Durchprüfung auf Invariabilität. Unter den verschiedensten Bedingungen ist diese geprüft und bestätigt worden — darin liegt der eigentliche Grund für das wachsende Vertrauen auf die Zuverlässigkeit mit der Vielzahl der Fälle — mit der Vielzahl verschiedenartiger, nicht gleichartiger Fälle.

Die Induktion kann die Invariabilität einer Beziehung nur auf Grund einer Anzahl von Fällen feststellen. Wieso läßt sich nun auf Grund derer erkennen, daß eine Beziehung

invariabel ist? nicht einfach vermuten und erwarten — als psychologisches Verhalten —, sondern mit logisch-erkenntnistheoretischer Stichhaltigkeit behaupten? Die Millschen Methoden erweisen sich dafür, wenn man sie eingehender prüft, als unzureichend. Wenn man die Induktionsmethoden Mills auf die komplexen Erscheinungen der Wirklichkeit, die immer aus einer Menge von ineinandergreifenden Ursachen resultieren, ohnweiters anwenden wollte, so würde man die wunderlichsten ‚Gesetze‘ erhalten. Denn die Verknüpfung von Erscheinungen oder Merkmalen in einigen Fällen, in zwei oder mehreren Instanzen<sup>1</sup>, wie es bei Mill (3. B., 8. Kap., § 3) und auch bei Sigwart (Logik, § 95, 11) heißt, gibt noch keine Gewähr für ihre Konstanz. Daran knüpfen sich ja die ernsthaften Einwendungen<sup>12</sup> gegen die Millschen Methoden — die übrigens Mill selbst schon zum großen Teil gesehen und berücksichtigt hat (im 10. Kap. des 3. Buches ‚Von der Vielzahl der Ursachen und der Verflechtung der Wirkungen‘ und im 17. Kap. ‚Vom Zufall und seiner Elimination‘).

Die Methoden Mills setzen, um stichhältig zu sein, Fälle von idealer Einfachheit der zu erforschenden Umstände voraus: so, daß immer dieselben Wirkungen auf dieselben Ursachen zurückgehen. Denn nur dann kann man das gemeinsame Antezedens A der in der Erscheinung a übereinstimmenden Fälle nach der Übereinstimmungsmethode als die Ursache von a ansehen. Sonst könnte in dem Spiel des Zufalls einmal die Erscheinung a auf die Ursache B, das andere Mal auf die Ursache C zurückgehen und die gemeinsame Erscheinung A möglicherweise überhaupt keine Rolle spielen (vgl. Reichl a. a. O., S. 190). Ebenso ist es für Mill eine Voraussetzung, daß die Wirkung einer Ursache immer voll zur Geltung kommt und nicht im Gewirr der Kausalketten aufgehoben oder abgeändert wird. Denn nur dann kann man von dem Ausfall der Erscheinung a beim Fehlen des sonstigen Antezedens A nach der Differenzmethode auf ein Kausalverhältnis schließen oder auch im Falle des Fehlens der Erscheinung a bei Vorhandensein von A dieses als nichtkausal eliminieren. Es könnte ja sonst die Wirkung von A durch eine Gegenwirkung paralytisiert und die Erscheinung a dadurch ausgeblieben sein, oder

aber sie könnte auch durch eine andere Ursache hervorgerufen sein.

Ein schönes Beispiel dafür bieten die Erfahrungen, die Pasteur und seine Vorgänger (Schwann) bei den Versuchen über die Sterilisierung von gärungsfähigen Flüssigkeiten gemacht haben. Seit dem Streite zwischen Needham und Spallanzani in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts über die Tatsächlichkeit der Urzeugung handelte es sich darum, experimentell festzustellen, ob organisches Leben (z. B. Infusorien oder Schimmelbildung) in Zusammenhang mit Gärung oder Fäulnis nur aus Keimen oder von selbst entstehen kann. Durch Erhitzen einer gärungsfähigen Flüssigkeit und der Luft in einem Glasballon tötete man die Keime und trotzdem zeigte sich nach einiger Zeit Gärung und Schimmelbildung in der Flüssigkeit. Also konnten Keime die Ursache für die Entstehung dieser Organismen nicht sein — so durfte man nach der Differenzmethode schließen. Man hatte zwei ganz gleichartige Fälle: eine gärungsfähige Flüssigkeit und sauerstoffhältige Luft, die sich nur in einem Punkt unterschieden: in dem Vorhandensein oder Fehlen von Keimen infolge mangelhafter oder vollzogener Erhitzung; da aber in beiden Fällen die Erscheinung: Bildung von Organismen, eintrat, konnten Keime ihre Ursache nicht sein. Dieser Schluß war falsch, deshalb, weil die erhitzte Flüssigkeit und Luft durch das Hineinspielen einer unerkannten Ursache von neuem mit Keimen infiziert worden war. Denn in dem Quecksilber, welches in diesen Versuchen den Abschluß gegen die äußere Luft besorgte, waren immer organische Keime enthalten und gerieten von da aus in den Versuchsballon, wie Pasteur dann nachwies<sup>107</sup> (S. 33, 77, 78).

Das zeigt deutlich, wie wenig selbst die Unterschiedsmethode ohne weiters einen Schluß auf die Gesetzmäßigkeit einer Beziehung gestattet. Das Mitspielen des Zufalls kann ganz untangliche Unterlagen dafür ergeben und den wahren Sachverhalt völlig verschleiern. Mill erklärt selbst (3. Buch, Kap. 10, § 2) die Übereinstimmungsmethode (nicht aber die Unterschiedsmethode und die vereinigte Methode der Übereinstimmung und des Unterschiedes) bei einer Vielzahl von Ursachen für unsicher. Wenn die Anzahl der verglichenen

Fälle gering ist, hat der Schluß aus der Übereinstimmung auf die Ursächlichkeit 'keinen wirklichen Wert' (a. a. O.). Er selbst will deshalb den störenden Einfluß des Zufalls durch die Berücksichtigung einer möglichst großen Zahl von Fällen eliminieren.

In den noch komplizierteren Fällen aber, in denen die Wirkungen sich verflechten und die Ursachen ineinandergreifen, versagen die induktiven Methoden Mills nach seiner eigenen Erklärung überhaupt. Die Deduktion allein ist imstande, diese Verwicklungen zu entwirren, und die vier Methoden vermögen wenig mehr als einerseits Prämissen für unsere Deduktionen, andererseits die Bewahrheitung derselben zu liefern (3. Buch, Kap. 10, § 3).

Die Millschen Induktionsprinzipien, wenn sie auf komplex bedingte Erscheinungen, wie sie tatsächlich vorliegen, angewendet werden sollen, sind nicht imstande, die Invariabilität einer Beziehung zu verbürgen. Sie führen nur in Fällen von idealer Einfachheit zu einem sicheren Ergebnis. Solche sind uns aber nie von selbst gegeben, sondern sie müssen erst hergestellt werden. Es muß die störende und verwirrende Mitwirkung anderer Kausalverhältnisse (Beziehungen), die unter dem Gesichtspunkt eines bestimmten Kausalverhältnisses als 'Zufall' erscheint, ausgeschaltet oder wenigstens aufgedeckt werden. Dadurch wird erst die geeignete Grundlage für eine zutreffende Vergleichung der Fälle geschaffen. Die Millschen Methoden verlangen also erst die Erfüllung bestimmter Bedingungen, um überhaupt anwendbar zu werden. Wenn nach diesen Regeln die Invariabilität einer Beziehung an einer beschränkten Anzahl von Fällen zweifellos erwiesen werden soll, so ist dafür mehr erforderlich als einfach eine Anzahl (zwei oder mehrere) beliebiger Fälle. Die Millschen Induktionsregeln gewährleisten ein verallgemeinerungsfähiges Ergebnis erst unter bestimmten Umständen, unter gewissen Kautelen, durch welche man der 'Ausschaltung des Zufalls' in den zugrunde gelegten Fällen, d. i. ihrer Vergleichbarkeit, sicher wird.

#### a) Das statistische Verfahren.

Zur Ausschaltung des Zufalls hat Mill selbst schon, wenigstens für die Übereinstimmungsmethode, einen Weg angegeben.



Es soll die Vergleichung nicht bloß auf einige Fälle, sondern auf eine möglichst große Zahl von Fällen basiert werden. In dem Maß, als die verglichenen Fälle vervielfältigt werden, wird ‚die eigentümliche Unsicherheit der Methode verringert‘ und sie kommt ‚der Gewißheit immer näher‘ (3. Buch, Kap. 17, § 1). Das führt naturgemäß zu einer Wahrscheinlichkeitsrechnung hin. Denn bei einer wie großen Vervielfältigung der verglichenen Fälle man schließen darf, ‚daß ein beobachtetes Zusammentreffen von Erscheinungen nicht die Wirkung des Zufalls ist‘, sondern ein Gesetz, das hängt von einem relativen Überwiegen dieses Zusammentreffens über sein allgemein wahrscheinliches Auftreten ab (3. Buch, Kap. 10, § 2; Kap. 17, § 2). Und um den Zufall in jenen Fällen zu eliminieren, in denen die Wirkungen der zufälligen Verknüpfung von Ursachen mit den Wirkungen einer beständigen Ursache fortwährend in eins verschmolzen sind, greift Mill zu einem statistischen Verfahren (3. Buch, Kap. 17, § 3). Stellen wir so viele verschiedene Versuche als möglich an, bei denen wir die vermutlichen Ursachen A unverändert erhalten, und finden wir, daß die Resultate ‚um einen gewissen Punkt herum schwanken‘, daß ‚verschiedene Versuchsreihen (unter so mannigfaltigen Umständen als möglich angestellt) dasselbe mittlere Ergebnis liefern, vorausgesetzt, daß sie zahlreich genug sind, dann ist dieses mittlere oder Durchschnittsergebnis — der der Ursache A zukommende Anteil... der wandelbare Rest ist die Wirkung des Zufalls‘ (3. Buch, Kap. 17, § 3).

Wenn so das Hineinspielen des Zufalls, das die Vergleichbarkeit der zugrunde gelegten Fälle stört, durch die große Zahl dieser Fälle aufgehoben werden soll, so wird damit die Induktion schließlich auf die Basis einer Statistik gestellt. Der Appell an die große Zahl bringt es mit sich und die Art, wie Mill das Eliminationsverfahren beschreibt, zeigt es deutlich, daß es nichts anderes als ein statistisches Verfahren ist. Es ist die Art wie z. B. die Meteorologie in zahlreichen Fällen verfährt. Das ist schon aus der Induktion Hanns in bezug auf die Luftdruckmaxima zu ersehen, bei der die Grundlagen für die Vergleichung mittlere Werte, also statistische Resultate bilden. Noch deutlicher wird aber diese Rolle der

Statistik an einer anderen Induktion Hanns: der der jährlichen Periode der halbtägigen Luftdruckschwankung.<sup>112</sup>

Der Luftdruck weist nach Beobachtungen seit 200 Jahren täglich eine doppelte Schwankung auf, welche mit einer an kosmische Erscheinungen gemahnenden Regelmäßigkeit überall auf der Erde auftritt — eine Art Ebbe und Flut des Luftmeeres. Die Amplitude dieser Schwankung ändert sich im Laufe des Jahres. Hann hat nun auf Grund der Monatsmittel dieser Amplitude von 177 über die ganze Erde verteilten Orten gezeigt, daß das Hauptminimum dieser Amplituden auf beiden Hemisphären wenigstens bis 45° Breite, damit für 71 % der ganzen Erdoberfläche, im Juni oder Juli stattfindet, also zur Zeit der Sonnenferne der Erde, und daß zwei Hauptmaxima zu den Zeiten der Äquinoktien, wenn die Sonne am Äquator steht, stattfinden und ein sekundäres Maximum im Jänner, also zur Zeit der Sonnennähe der Erde. Daraus läßt sich dann der wichtige Schluß ziehen, daß die tägliche Luftdruckschwankung mit der Intensität der Sonnenstrahlung auf die Erdatmosphäre zusammenhängt, weil sie mit der größeren und geringeren Sonnennähe parallel variiert.

Es ist ein Beispiel ganz im Sinne Mills: Es bedient sich der Übereinstimmungsmethode (durch die vielfachen Beobachtungsorte), und die Voraussetzung für diese, die Befreiung von den Zufälligkeiten der Einzelfälle, wird durch Fundierung auf eine besonders große Zahl von Beobachtungen gewonnen. Es sind Mittelwerte von stündlichen Barometerbeobachtungen durch mehrere Jahre hindurch (ausnahmsweise auch nur ein Jahr hindurch) an 177 Orten.

Um die Invariabilität einer Beziehung zwischen Erscheinungen (Momenten an Erscheinungen) zu ermitteln, zeigt sich also als ein erster Weg der, die betreffenden Erscheinungen in einer großen Zahl von Fällen zu beobachten und direkt festzustellen, ob zwischen ihnen eine invariable Beziehung besteht oder nicht. Denn nach dem Gesetze der großen Zahl werden die zufälligen Koinzidenzen immer wieder variieren und sich dadurch aufheben, die anderen dagegen werden sich unmittelbar als konstant herausheben. Die Invariabilität wird dadurch unmittelbar aus der Statistik abzulesen sein. Die Voraussetzungen, welche dieses Verfahren der Scheidung zwischen

zufällig und nichtzufällig oder invariabel durch statistische Konstanz erfordert. haben Zilsel<sup>114</sup>, Reichenbach<sup>115</sup> und Kaila<sup>116</sup> in einem Prinzip der gleichmäßigen Streuung des Zufalls klargestellt.

Aber man muß sich bei alldem klarmachen, was die große Zahl der Fälle eigentlich leistet und leisten kann. Was eine Statistik erweist, ist eine Konstanz zunächst nur für das beobachtete Tatsachengebiet; darüber hinaus bleibt sie an und für sich durchaus unsicher. Ein Gesetz geht darum immer über einen statistischen Befund prinzipiell hinaus — als eine Verallgemeinerung desselben. Diese verlangt deshalb auch ihre eigene Berechtigung.

Eine Statistik ist etwas anderes als eine Induktion. Eine Statistik vermag gewiß eine invariable Beziehung aufzudecken, aber immer nur für eine Anzahl historischer Fälle, für einen bestimmten Zeitraum, für ein bestimmtes Gebiet. Eine Statistik ist ja nichts anderes als eine Zusammenstellung von Einzeltatsachen, und darum können auch ihre Ergebnisse nicht darüber hinausgehen; sie gelten nur innerhalb der zeitlichen und räumlichen Grenzen des Beobachtungsfeldes. Was Hanns Statistik tatsächlich zeigt, ist, daß die Monatsmittel der Amplituden der täglichen Luftdruckschwankung in Sidney in den Jahren 1901 bis 1905, in Santiago de Chile in den Jahren 1911 bis 1915, in Cordoba (Argentinien) in den Jahren 1887 bis 1892 und 1894 bis 1898 usw. eine übereinstimmende jährliche Periode aufgewiesen haben — mehr nicht. Wir nehmen nur darüber hinaus an, daß sich diese statistische Gleichförmigkeit an diesen Orten in die Vergangenheit und in die Zukunft fortsetzt. Dazu gibt uns aber die bloße Statistik an und für sich noch kein Recht. Daß in Rom die mittlere Jahrestemperatur nach den Beobachtungen von 1855 bis 1889 15'3" war, besagt noch nicht, daß dieses Mittel auch darüber hinaus ein konstantes, gesetzmäßiges sein muß.

Eine statistische Gleichförmigkeit kann ja auch bloß für den beobachteten Zeitraum gelten und nicht mehr darüber hinaus, denn die Verhältnisse können sich entweder kontinuierlich oder aber sprunghaft ändern. In der Zeit von 1855 bis 1875 befanden sich die Gletscher der Alpen fast durchwegs in einem kontinuierlichen Rückgang. Wie wenig man

aber diese begrenzte Gleichförmigkeit hätte verallgemeinern dürfen, zeigt die darauffolgende Zunahme der Gletscher bis 1885. So stellt auch Hann<sup>117</sup> ausdrücklich die Forderung, „nur Temperaturmittel, die aus gleichen Perioden [der Beobachtung] abgeleitet oder auf solche reduziert sind, bei Temperaturvergleichen innerhalb beschränkterer Länderstrecken zu benutzen“ wegen der „Veränderlichkeit der Mittelwerte infolge der unregelmäßigen Wärmeschwankungen“. Auch wenn die statistische Gleichförmigkeit einen größeren Zeitraum, ein größeres Feld umspannt, erhält man dadurch keineswegs mehr Recht zur unbeschränkten Verallgemeinerung. Nicht einmal eine größere oder geringere Wahrscheinlichkeit, auf Grund der bisherigen Gleichförmigkeit auf eine künftige zu schließen, ergibt sich rein aus der Statistik selbst — sondern nur, wenn man zugleich auch der Fortdauer der bisherigen Bedingungen gewiß ist, unter denen die zu verallgemeinernde Beziehung steht. Denn woran liegt es, daß man eine Gleichförmigkeit von 20 Jahren, wie die des Gletscherrückganges zwischen 1855 und 1875, nicht hätte verallgemeinern dürfen, daß man dagegen ein statistisches Ergebnis von fünf oder noch weniger Jahren, wie die jährliche Periode der täglichen Luftdruckschwankung in Sidney und in Santiago de Chile usw., als eine weit darüber hinausreichende Gleichförmigkeit behaupten darf? Oder daß Hann die Temperaturverhältnisse, die allein auf dem Sonnblickgipfel während so und so vieler Luftdruckmaxima und -minima beobachtet worden waren, dazu benutzen konnte, um seine Beobachtungen an dem einen Maximum und Minimum von 1879 zu bestätigen und zum Rang einer Gesetzmäßigkeit zu erheben?

In dem einen Fall, dem des Gletscherrückganges, war man nicht versichert, daß die Verhältnisse, unter denen der Rückgang eingetreten war, dauernd dieselben bleiben. Es war vielmehr von vornherein, aus anderen Erkenntnissen heraus, anzunehmen, daß der Gletscherstand von der Niederschlagsmenge und den Wärmeverhältnissen abhängt, und diese konnten ebensogut sich ändern als konstant bleiben. In dem andern Fall hingegen kennt man bereits die tägliche Luftdruckschwankung als eine Erscheinung von beinahe kosmischer Regelmäßigkeit, und daher muß diesen Charakter auch eine jähr-

liche Periode derselben aufweisen. Im letzten Fall endlich ersah man aus dem Vergleiche mit anderen Höhenstationen, daß die Temperaturverhältnisse des Sonnblicks zur Zeit des ersten Luftdruckmaximums nichts Lokales, sondern etwas allgemein für Höhen Typisches waren, und aus dem Vergleiche mit gleichzeitigen Freiballonfahrten, daß sie nicht bloß für Bergesgipfel, sondern für die höheren Schichten der freien Luft als solche galten. Und daraus, daß die (zahlreichen) Maxima und Minima des Sonnblickgipfels während fünf Jahren zum allergrößten Teile die selben Verhältnisse aufwiesen, konnte man erkennen, daß diese Verhältnisse auch nichts bloß Temporäres, sondern fast jedesmal so waren, so oft man sie untersuchte. Weil man nun die Maxima und Minima als immer sich wiederholende, gattungsmäßige Erscheinungen kennt, deshalb darf man schließen, daß das, was sich in einer größeren Zahl derselben, wodurch das Zufällige eliminiert wird, übereinstimmend zeigt, sich immer wieder zeigen wird, daß daher auch dieselben Temperaturverhältnisse wie auf dem Sonnblick in den Jahren 1886 bis 1890 überall im Bereich eines europäischen Maximums oder Minimums herrschen. Alle diese Kenntnisse sind notwendig, um das Hinausgehen über die zeitliche und lokale Begrenztheit eines statistischen Ergebnisses ins Allgemeine logisch zu rechtfertigen. Die Berechtigung zur Verallgemeinerung hängt also daran, daß man weiß oder zeigen kann, daß die Verhältnisse, welche für das statistisch erfaßte Gebiet bestimmend sind, auch darüber hinaus zutreffen, d. h. selbst wieder etwas Invariables sind. Diese Kenntnis muß also immer zur Statistik noch hinzukommen, sie muß entweder aus anderen schon vorhandenen Quellen zu schöpfen sein oder eigens begründet werden.

Das Verhältnis von Induktion und Statistik stellt sich so dar: Wenn das Gesetz der großen Zahl in der Erfahrungswirklichkeit gelten soll, so ist die Unabhängigkeit der beobachteten Elemente von einander dabei Voraussetzung. Deshalb kann man umgekehrt, wenn ein statistisches Ergebnis eine dem Gesetze der großen Zahl nicht entsprechende Häufung oder Konstanz zeigt, daraus auf eine Abhängigkeit unter den Elementen schließen. Aber das kann man doch eben nur für die tatsächlich beobachteten Verhältnisse,

Wenn man aber behaupten will, daß man damit keine partielle, sondern eine absolute Konstanz vor sich hat, so muß dazu noch eine neue Voraussetzung erfüllt sein: daß dieses System von Elementen dasselbe bleibt, daß es sich nicht ändert. Das ist eine begriffliche Selbstverständlichkeit, aber daß es auch in der Wirklichkeit der Fall ist, muß immer erst verbürgt werden. Das wird es, wenn wir wissen, daß das System unter konstanten Bedingungen steht. Dieses Wissen muß also zur bloßen Statistik noch hinzukommen: darin liegt eine über die Statistik hinausgehende Aufgabe der Induktion.

Denn was die Induktion ergibt, ist ja logisch etwas ganz Neues gegenüber jeder beliebigen Anzahl von Fällen: die Allgemeinheit. Darum kann man diese aus jener logisch nicht ableiten. Die statistische Ausschaltung des Zufälligen durch die große Zahl ergibt wohl eine begrenzte, eine temporäre oder lokale Gleichförmigkeit. Aber das eigentliche Problem der Induktion: Wie kann man von einer Anzahl von Fällen auf alle schließen? läßt auch sie immer noch offen. Denn logisch steht es zweifellos so, wie es schon Leibniz in der Vorrede zu den *Nouveaux essais* und wieder Sigwart (*Log.* II, § 93, 17, 11. 8) u. a. ausgesprochen haben: Auf Grund der bloßen Zahl der Fälle, und wäre sie noch so groß, läßt sich nie ein allgemeiner Satz mit Recht aufstellen. Man muß dazu mehr wissen, es muß dazu, wie sich gezeigt hat, noch die Konstanz der Bedingungen treten.

#### b) Das experimentelle Verfahren.

Die statistische Methode der großen Zahl gibt also, unter gewissen Voraussetzungen, einen Weg, um uns zu vergewissern, daß eine Beziehung keine zufällige, sondern eine invariable ist, weil sie sich also ausgezeichnet erweist entgegen dem Prinzip der Gleichverteilung des Zufälligen. Es gibt aber auch noch einen anderen Weg, um uns eine Beziehung als nicht zufällig, als konstant oder invariabel zu gewährleisten — den experimentellen.

Auch dieses Verfahren muß sich letzten Endes darauf richten, durch Vergleichung die Konstanz einer Beziehung bei Variation ihrer Begleitumstände festzustellen (vgl. später S. 236 f.), denn Gesetzmäßigkeit ist eben nur als Invariabilität

erkennbar. Aber die Sicherheit, daß diese Konstanz nicht eine bloß zufällige ist, schöpfen wir hier nicht aus dem Ausgleich des Zufalls bei einer großen Zahl, sondern schon aus einigen wenigen Fällen. Einige mit hinreichender Sorgfalt angestellte Experimente können genügen, um eine Induktion darauf zu gründen. Zwei Reihen von je zwölf Versuchen und zwei Ergänzungsversuchen waren es, auf Grund deren Gay Lussac und A. v. Humboldt das Volumengesetz der Gase für Sauerstoff und Wasserstoff erwiesen. Und wenn Pasteur<sup>107</sup> (S. 30) gelegentlich in einer Anmerkung (!) bemerkt, er habe das Experiment der Sterilisierung einer gärfähigen Flüssigkeit durch Erhitzen mehr als fünfzigmal wiederholt und immer mit demselben Erfolg, so will er damit sein Versuchsergebnis keineswegs auf diese fünfzigfache Wiederholung als solche gründen, sondern sie dient ihm nur zur Kontrolle seines Experiments, das ebenso für sich allein oder in zweifacher Wiederholung die Beweisgrundlage bilden kann. Die statistische Übereinstimmung bildet hier erst ein sekundäres Beweismittel, um die Ausschaltung des Zufalls zu bekräftigen.

Daß man die Vergleichen auf Invariabilität hin auf bloß einige Fälle beschränken darf, das liegt an der besonderen Qualifikation dieser Fälle: ihrer Eindeutigkeit. Das Experiment ermöglicht es, das Bestehen oder Nichtbestehen einer Beziehung unter solchen Umständen zu beobachten, welche einen Zufall von vornherein ausschließen, denn wir kennen genau die Umstände, unter denen eine Beziehung im Experimentalfall aufgetreten ist.

Ist das aber bei der unüberschaubaren Vielzahl der Umstände nicht unmöglich? Jede Tatsache und jede Tatsachenbeziehung steht ja in einem ganzen Komplex von Umständen darin, theoretisch ist sie mit der ganzen augenblicklichen Weltlage verknüpft. Und wenn wir auch immer nur einen kleinen Ausschnitt daraus gegeben erhalten und ins Auge fassen können, so sind wir doch gar nie sicher, ob darin auch nur alle wesentlichen Umstände enthalten sind oder ob nicht solche im Verborgenen bleiben. Was gehört nicht alles zu den Umständen, unter denen sich die Pasteurschen Experimente ereignet haben! Die meteorologischen Verhältnisse aller dieser Sommertage des Jahres 1857, die inneren und äußeren Er-

lebnisse Pasteurs, der Verkehr in der Rue d'Ulm usw.! Die Umstände, unter denen eine Erscheinung im Experimentalfall tatsächlich aufgetreten ist, einzeln anzugeben, ist deshalb wegen ihrer Unzahl und Unbekanntheit allerdings ausgeschlossen.

Eine Differenzierung der Umstände wird nur in der Weise möglich, daß man sie in Gruppen sondert nach ihrer Bedeutung für das Zustandekommen der Erscheinungen, in „wesentliche“ und „unwesentliche“. Von dem größeren Teile der Begleitumstände wissen wir bereits nach unserer bisherigen Kenntnis solcher Erscheinungen, daß sie in keinem konstanten Zusammenhang mit der betreffenden Erscheinung stehen, denn sie können variieren, da sein oder fehlen, ohne daß die Erscheinung damit kovariiert. Der Luftdruck, die Zimmertemperatur kann hoch oder niedrig sein, es kann Sonnenschein herrschen oder künstliches Licht oder Dunkelheit — das Entstehen oder Nichtentstehen von Mikroorganismen in den Glasballons geht damit nicht Hand in Hand. Durch ihre Variabilität werden diese Umstände als gleichgültige, unwesentliche charakterisiert. Aber von einigen anderen Begleitumständen wissen wir das nicht; und diese müssen nun daraufhin geprüft werden, ob sie *unentbehrliche* Begleitumstände sind oder nicht. Das ist es, was das Experiment zu entscheiden hat.

Das Experiment geht darum immer hervor aus einer genau präzierten Fragestellung, auf die es eine eindeutige Antwort gibt. Welches ist das Verhältnis der Gasvolumina bei der Verbindung von Wasserstoff und Sauerstoff? Ist es ein konstantes und einfaches? Verhindert hinreichende Erhitzung die Gärung und die Entstehung von Mikroorganismen in einer gärungsfähigen Flüssigkeit? Die Frage, die das Experiment beantworten soll, stellt ihm eine bestimmte Beziehung zwischen bestimmten Gliedern hin und diese hat es zu prüfen.

Die Grundfrage ist aber nun dabei die: wieso können wir auf die Frage an das Experiment eine eindeutige Antwort finden? — eindeutig in dem Sinne, daß man keinen Zweifel zu hegen hat, ob in dem Experimentalergebnis nicht etwa bloß zufällige Konstellation vorliegt. Wieso kann man die Unentbehrlichkeit von Umständen für eine Erscheinung, d. h. in-



variabilität ihres Zusammenhanges anders als statistisch feststellen?

Pasteur hat in mehreren Experimentalfällen gefunden, daß gärungsfähige Substanzen, genügend erhitzt, bei Abschluß gegen Staub steril geblieben sind, ebenso daß Staub aus der Luft unter geeigneten Bedingungen, d. i. in gärungsfähigen Substanzen Mikroorganismen erzeugt hat. Es ist damit ein Zusammenhang zwischen bestimmten Erscheinungen unter bestimmten Umständen festgestellt. Man weiß: Der Staub ist der Luft entzogen worden beim Durchtritt durch die Schießbaumwolle: es ist derselbe Staub, der dann bei der Auflösung der Schießbaumwolle übrig geblieben ist: es ist dann schließlich derselbe Staub, der in die Nährsubstanzen eingeführt worden ist, worauf darin nach der üblichen Zeit Mikroorganismen entstanden sind: vorher waren hingegen bestimmt keine darin vorhanden. Der Zusammenhang, der in den Experimentalfällen zwischen Luftstaub und der Entstehung von Mikroorganismen besteht, ist darum ein ganz eindeutiger, weil die Umstände, unter denen er besteht, in diesen Fällen genau bekannt sind. Denn die Umstände, welche in diesen Fällen mit den auf ihren Zusammenhang zu prüfenden Erscheinungen zugleich vorhanden waren, kennen wir teils als beliebige, variable — deshalb brauchen sie einzeln gar nicht angegeben zu werden, sondern nur als die Gattung der gewöhnlichen Umstände (allgemeine Temperaturgrenzen des organischen Lebens, Luftdruck, Erdschwere, Fixsterne usw.): teils können sie aber genau angegeben werden (als Luftstaub, gärungsfähige Substanz, Erhitzung, Staubabschluß...), eben als die Versuchsbedingungen, die Anordnung und technische Durchführung der Versuche, wie sie genau und nicht selten ausführlich beschrieben werden (z. B. bei Pasteur<sup>107</sup>, S. 22, 23, 34, 35, 81, 82). In den Experimentalfällen haben wir also Zusammenhänge von Erscheinungen unter genau bestimmten Umständen gegeben. Das ist die Tatsachengrundlage, die darum eindeutig ist, weil alle Umstände, die nicht als variabel, als „unwesentlich“ schon bekannt sind, sich genau angeben lassen.

Die Prüfung, ob zwischen den im Experimentalfall vorliegenden Umständen, die in bezug auf ihren gesetzmäßigen, d. i. invariablen Zusammenhang problematisch sind, ein solcher

besteht oder nicht, beruht nun wieder auf einer Vergleichung und Diskussion der Experimentalbefunde. Aber ihr braucht nicht mehr wie bei der statistischen Ermittlung eine Vielzahl von Fällen zugrunde zu liegen, sondern weil es eindeutige Fälle sind, reichen schon wenige hin, unter Umständen bloß zwei.

Das ist der Fall, wenn die hinsichtlich ihres Zusammenhanges problematischen Erscheinungen daraufhin geprüft werden können, ob sie auch getrennt, unabhängig voneinander auftreten oder nur miteinander. Man braucht dann prinzipiell nur einen Experimentalfall, in dem die Erscheinungen aufgetreten sind, und einen Experimentalfall, in dem unter sonst denselben Umständen mit der einen auch die andere fehlt — oder aber trotz des Fehlens der einen die andere da war. Daß sich diese Bedingung „unter sonst genau denselben Umständen“ erfüllen läßt, trotzdem man ja alle Umstände eines Falles gar nicht kennt und so herstellen kann — denn man kann nicht alle übrigen Umstände wirklich konstant erhalten und nur den einen variieren oder ausschalten, weil sich ja fortwährend etwas in der Umgebung, in den Umständen verändert — das ist die große Leistung der vorher ausgeführten Ausscheidung von „unwesentlichen“, weil als variabel bekannten Umständen (und außerdem der bloß generellen Gleichheit der Umstände [s. später S. 238f.]). Weil man dann eindeutige Experimentalbefunde hat, die sich nur in einem Punkt unterscheiden und sonst vollständig übereinstimmen, und weil man wegen ihrer Eindeutigkeit (infolge ihrer zureichend bekannten Umstände) dieser Übereinstimmung und Unterscheidung vollständig sicher ist, darum kann man schon aus diesen beiden Experimentalfällen das Bestehen oder Nichtbestehen eines invariablen Zusammenhanges erweisen.

Dem entspricht auch klar der Gedankengang Pasteurs. Seine Experimente haben die Alternative zu entscheiden: Mikroorganismen entstehen entweder aus Keimen oder von selbst. Die Entscheidung beruht darauf: In einer gegen das Eindringen von Keimen (mit dem Luftstaub) isolierten gährungsfähigen Flüssigkeit sind Mikroorganismen nicht entstanden. Die Isolierung, die Gährungsfähigkeit, die Beziehung von Keimen und Luftstaub muß dabei jedes besonders sichergestellt werden

(durch die Versuchsanordnung, durch Kontrollballons usw.). Dagegen sind bei Zufuhr von Keimen (Luftstaub) Mikroorganismen entstanden. Keime (im Luftstaub) sind somit der einzige Umstand, der mit der Entstehung von Mikroorganismen kovariiert und daher als Entstehungsursache, d. i. in konstanter Beziehung stehend, allein in Betracht kommen kann. Denn die übrigen Umstände sind entweder die gleichen (gärungsfähige Substanz und die Bedingungen der Organismenentstehung: Sauerstoff u. a.), oder man weiß von ihnen, daß sie variabel und daher zufällige Begleitumstände sind.

Bei Humboldt und Gay-Lussac wird ebenfalls die Identität des einfachen Verhältnisses der Gasvolumina für reinen Wasserstoff und Sauerstoff erst herausgerechnet; sie wird auf Grund der beiden Ergänzungsversuche erschlossen. Damit ist zunächst erst eine Identität in den 24 Fällen gegeben. Daß dieses Verhältnis in allen Fällen von Verbindung zwischen Wasserstoff und Sauerstoff besteht, ergibt sich daraus insofern, als dieses Verhältnis auch in den 24 Fällen nicht von den verwendeten speziellen Volumina abhängen kann, weil es von der absoluten Größe der Volumina unabhängig ist und nur mit der allgemeinen Beschaffenheit von Wasserstoff und Sauerstoff zusammenhängt, daher für beliebige Volumina gilt. Die Invariabilität der Beziehung wird auch hier daraus erkannt, daß zwischen den im Experimentalfall vorhandenen Umständen sich eine eindeutige Beziehung erschließen läßt, indem infolge der erkennbaren Variabilität der anderen Umstände überhaupt nur zwei (die beiden chemischen Beschaffenheiten) sich ergeben, die in einer konstanten Beziehung (des einfachen Volumverhältnisses) stehen können. Die Invariabilität wird also dadurch erkannt, daß die experimentellen Tatbestände, als eindeutige (infolge der Bekanntheit ihrer Umstände), eindeutige Schlußfolgerungen ermöglichen. Dadurch, daß eindeutige Verhältnisse vorliegen, hat man ein Material, das vom Zufall nicht mehr verwirrt ist, und dadurch erst können die Millischen Vergleichungsmethoden zu stichhaltigen Ergebnissen führen. Aber nicht in diesen speziellen Verfahren allein, sondern viel mehr noch in den Voraussetzungen ihrer Anwendung liegt das Wesentliche der Induktion.

#### 4. Die Generalisierung.

Mit der eindeutigen Feststellung einer Tatsachenbeziehung in den Experimentalfällen ist das induktive Gesetz aber noch nicht gegeben, denn was experimentell festgestellt ist, das ist — wie früher ausgeführt — immer eine Beziehung zwischen einzelnen individuellen Tatsachen. Das Gesetz aber ist eine Beziehung zwischen generellen Tatsachenmomenten, zwischen Erscheinungsgattungen. Gewiß darf man schon auf Grund des Experimentes behaupten: Nachdem die Umstände, unter denen die Beziehung im Experimentalfall aufgetreten ist, genau bekannt sind, muß sie nach dem Prinzip der Gleichförmigkeit des Geschehens unter diesen Umständen auch immer wieder auftreten. Aber davon hat man nichts, denn es ist nur die Beziehung in dieser besonderen Form, zwischen diesen speziellen Erscheinungen (Staub aus der Luft der Rue d'Ulm und der Entstehung bestimmter Schimmelpilze und Infusorien) unter diesen besonderen Umständen (bei Filtrierung der Luft durch Schießbaumwolle und deren Lösung usw.). Zum Gesetz erfordert daher die experimentell festgestellte Beziehung eine Generalisierung — die von ihrer, ich möchte sagen formalen Verallgemeinerung nach dem bloßen Prinzip der Gleichförmigkeit, von der Ausdehnung von diesem auf alle — gleichartigen! — Fälle verschieden ist. Diese Generalisierung bedeutet eine eigene Aufgabe im Verfahren der Induktion.

Die Induktion hat an den Tatsachen eine Beziehung festzustellen, die nicht bloß unter diesen speziellen Bedingungen des Einzelfalles, zwischen diesen speziellen Gliedern, sondern in einem bestimmten generellen Umfang besteht. Es wird immer auch noch die Gewißheit erfordert, daß die zugrunde gelegten Fälle nur beliebige Exemplare eines generellen Bereiches sind, nicht bloß etwas Temporäres oder Lokales. Der generelle Charakter ist mit dem Experimentalfall als solchem noch nicht klargestellt, da er ja eben über ihn hinausgeht. Darum erfordert er noch seine eigene Begründung.

Wie wenig man eine experimentelle Feststellung ohne weiters verallgemeinern darf, läßt sich aus dem Experiment

Pasteurs ersehen, welches das Vorhandensein von organisierten Körperchen im Staub der Luft feststellt. Es waren im Durchschnitt in jedem Liter Luft aus der Rue d'Ulm einige Meter über dem Boden im Sommer nach einer Reihe schöner Tage mehrere solche Körperchen zu konstatieren. Dürfte man dieses Ergebnis dahin verallgemeinern, daß jederzeit oder überall diese Menge von Keimen in der Luft vorhanden ist? Aus den allgemeinen Bedingungen für die Verbreitung des Staubes in der Luft läßt sich das Gegenteil erschließen und Pasteur hat es durch Experimente unter verschiedenen Bedingungen bestätigt. Es schwankt dieses Ergebnis unendlich mit dem Zustand der Atmosphäre, ob man vor oder nach Regen arbeitet, bei ruhigem oder unruhigem Wetter, bei Tag oder bei Nacht, bei geringerer oder bei größerer Entfernung vom Boden<sup>197</sup> (S. 27). Die Generalisierung der im Experiment vorliegenden Bedingungen, wodurch erst ein allgemeines Gesetz zustande kommt, muß also in ihrem Ausmaß und in ihrer Berechtigung erst festgestellt werden oder in schon vorhandenem Wissen begründet sein: sonst ist sie ungerechtfertigt.

Das Experiment der Sterilisierung von Hefewasser hat die Tatsache festgestellt, daß Hefewasser von der früher angegebenen Zusammensetzung nach zwei bis drei Minuten langem Kochen bei 100° C unter geglühter Luft viele Monate lang unverändert bleibt. Diese Tatsache verbürgt uns aber noch keineswegs eine generelle Beziehung: Sterilisierung von Hefewasser jeder Zusammensetzung durch Erhitzen auf 100°. So naheliegend und vielleicht selbstverständlich diese anscheinend geringfügige Generalisierung auch erscheinen mag, so zeigen doch gerade einige von den Untersuchungen Pasteurs, daß sie nicht gestattet ist. Wenn man zuckerhaltiges Hefewasser mit kohlensaurem Kalk (1 g auf 100 cm<sup>3</sup>) versetzt und zwei bis drei Minuten bei 100° C kochen läßt, so bleibt es nicht steril, sondern es bilden sich darin bestimmte Arten — aber nicht die gewöhnlichen — von Infusorien und Schimmelpilzen<sup>197</sup> (S. 54). Erst wenn man die Flüssigkeit auf 105° erhitzt, bleibt sie steril; ebenso auch die Milch. (Es hängt das damit zusammen, daß der kohlensaure Kalk das Hefewasser, das sonst schwach sauer ist, neutral oder schwach

alkalisch macht, wie die Milch, und dadurch die Lebensmöglichkeit für diese Arten von Mikroorganismen herstellt.) Die Sterilisierung von Hefewasser durch Erhitzen auf 100° gilt somit nur für schwach saures, aber noch nicht für Hefewasser jeder Art, allgemein. Das zeigt wohl deutlich, daß die Generalisierung der Erscheinungen, zwischen denen die aufgefundene Beziehung besteht, über die individuelle Art hinaus, wie sie in den zugrunde gelegten Fällen vorliegen, eine eigene Sache ist und eine eigene Begründung erfordert, durch Herausziehung anderweitiger Erkenntnisse, eventuell neuer Feststellungen.

Wo das nicht so klar hervortritt, dort rührt das daher, daß wir die für die Generalisierung erforderlichen Kenntnisse schon besitzen und stillschweigend voraussetzen. Oft muß es aber erst festgestellt werden, wie weit die Generalisierung der tatsächlich vorliegenden Bedingungen gehen darf. Was man von den besonderen Umständen der Einzelfälle als individuelle fallen lassen darf und was man davon als wesentlich allein festzuhalten braucht, das geht aus den Einzelfällen selbst (auch aus dem Experiment und auch aus der Vergleichung, die ja nicht über die Einzelfälle hinausführt) noch nicht hervor. Darauf stützt sich ja auch die bekannte Kritik Machs an der Beweiskraft von Newtons Experiment mit dem rotierenden Wassergefäß. Der Versuch lehrt nur, daß die Relativdrehung des Wassers gegen die Gefäßwände keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, daß dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Erde und die übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch verlaufen würde, wenn die Gefäße immer dicker und massiger, zuletzt mehrere Meilen dick würden<sup>56)</sup> (2. Kap., 6., 5.; S. 246, 247). Der Gegensatz liegt in der Interpretation des Newtonschen Versuches, also in den Folgerungen daraus. Die Relativdrehung zwischen dem Wasser und dem Gefäß bewirkt keine Zentrifugalerscheinungen — also überhaupt keine Relativdrehung eines Körpers und seiner Umgebung, sondern nur die absolute Rotation, so schließt Newton daraus. Nur die Relativdrehung zwischen dem Wasser und dem Gefäß bewirkt keine Zentrifugalerscheinungen — wohl aber kann die Relativdrehung zwischen Wasser und Erde einem Körper und einer an Masse überwiegenden Umgebung

es tun, so schließt Mach. Es ist eine Frage der Generalisierung der Bedingungen: ob die Gleichgültigkeit der Relativdrehung zwischen Wasser und Gefäß nur in bezug auf eine Gefäßwand von gewöhnlicher Dicke oder von jeder beliebigen Dicke gilt, d. i. ob man das Verhalten des Wassers diesem dünnwandigen Gefäß gegenüber verallgemeinern darf zu dem Verhalten eines relativ rotierenden Körpers gegenüber seiner Umgebung überhaupt.

Die Begründung für den generellen Charakter der Beziehung, d. h. der Beziehungsglieder oder Bedingungen, kann manchmal einfach sein, wie dort, wo mit der Berechnung für reinen Wasserstoff und Sauerstoff der Experimentalfall sogleich auf eine Gestalt gebracht ist, von der es gewiß ist, daß darin alle individuellen Besonderheiten dieses Falles ausgeschaltet und lediglich generelle Beschaffenheiten grundlegend sind. Es kann aber auch schwierig sein, zu entscheiden, ob gewisse Bestimmtheiten des zugrunde gelegten Falles, die für die induzierte Beziehung wesentlich sind, zu den Besonderheiten dieses konkreten Falles gehören oder darüber hinaus generelle Bestimmungen darstellen. Wo sich die Generalisierung nicht aus schon Bekanntem ergibt, muß sie darum ausdrücklich nachgewiesen werden. Dies geschieht dadurch, daß gewisse von den Bestimmungen des besonderen Falles als bloß individuelle und für die gefundene Beziehung gleichgültige dargetan werden, indem sie sich beliebig abändern lassen, ohne diese Beziehung aufzuheben; und daß nach der anderen Seite hin gezeigt wird, daß die gefundene Beziehung diesem Fall mit teilweise andersartigen Fällen gemeinsam und daher eine gattungsmäßige ist.

Was Pasteur zunächst an Hefewasser festgestellt hat, die Bedingungen der Sterilisierung (Keimtötung und -abschluß), — gilt das nur für die Hefegärung? oder für Gärung überhaupt, für alle Stoffe, bei deren Gärung oder Zersetzung Lebewesen auftreten? Pasteur hat diese Beziehung zwischen Keimausschluß und Sterilität auch für mehrere andere Gärungsarten erwiesen: dadurch ist nun schon der negative Nachweis erbracht, daß für diese Beziehung die spezielle Gärungsart nicht von Bedeutung, weil variabel, ist — was nach den Versuchen seiner Vorgänger noch unklar war (s. S. 246).

Seine Kenntnis der Gärungserscheinungen gab ihm ferner die Gewißheit, daß die geprüften Gärungsarten nichts gemeinsam haben als den Charakter der Gärung überhaupt (s. S. 244). Damit war der positive Nachweis gegeben, daß die Beziehung zwischen Keimausschluß und Sterilität mit dem Gattungsmoment der Gärung verknüpft ist, also für alle Gährung gilt. — Das einfache ganzzahlige Verhältnis der Volumina war zunächst für die Verbindung von Wasserstoff und Sauerstoff festgestellt. Gay Lussac hat gezeigt, daß es nicht für diese beiden Gase spezifisch ist, sondern für Gase überhaupt zutrifft, durch den — teils experimentellen, teils rechnerischen — Nachweis, daß auch mehrere Verbindungen von Ammoniak, von Sauerstoff und Stickstoff u. a. ein solches Verhältnis aufweisen, wodurch sich die spezielle Art des Gases als etwas Variables und darum nicht als Bedingung der Beziehung ergibt. — Was Richthofen als die Entstehungsbedingung des Löß in China klargestellt hat, das hat er als mehr als eine individuelle Geschichte dieses einen Gebietes: als die Entstehungsbedingung des Löß im allgemeinen erwiesen dadurch, daß er die gleichen Bedingungen (abflußlose Steppengebiete) auch bei den wichtigsten anderen großen Lößgebieten darlegte. — Ebenso hat Hann durch eine ausgedehnte Vergleichung gezeigt, daß die meteorologischen Verhältnisse des Maximums im November und des Minimums im Oktober 1889 nicht individuelle waren, sondern auch bei den meisten Maxima und Minima der Jahre 1885 bis 1889 aufzuweisen waren und, wo dies nicht der Fall war, es in der Kompliziertheit der betreffenden meteorologischen Verhältnisse seinen Grund hatte, und hat sie deshalb als allgemeine Charakteristika der (europäischen) Maxima und Minima betrachten dürfen.

Um den generellen Charakter einer festgestellten Beziehung, d. i. ihrer Beziehungsglieder, zu erweisen, wird somit gezeigt, daß die Beziehung nicht bloß für die Erscheinungen (Maximum vom November 1889) oder die Art von Erscheinung (Wasserstoff und Sauerstoff) besteht, wie sie im Entdeckungs- oder Feststellungsfall vorliegen, sondern auch für andersartige Erscheinungen (Ammoniakverbindungen etc., andere Maxima), die aber doch wieder eine gattungsmäßige



Eigenart (Gas, Maximum überhaupt) untereinander gemeinsam haben. Und das ist es, worauf es vor allem ankommt, denn nur dadurch erhält die negative Feststellung, daß die festgestellte Beziehung nicht an den speziellen Charakter des Feststellungsfalles gebunden ist, ihre positive Ergänzung, indem bestimmte Gattungen von Erscheinungen als ihr Geltungsbereich abgegrenzt werden. Dadurch, daß bei der Variation der speziellen Eigenart der Beziehungsglieder zugleich mit der Beziehung in jedem Fall auch eine bestimmte generelle Eigenart derselben als einzig Gemeinsames der Fälle sich ergibt, dadurch wird die Beziehung für diese generellen Eigenarten von Erscheinungen festgestellt und dadurch erhält sie eine generelle Geltung. Die Allgemeinheit einer induzierten Beziehung beruht also auf ihrer Feststellung für bestimmte Erscheinungsgattungen (über die individuellen Erscheinungen hinaus, in denen sie vorliegt) — weil sie damit eben schon von vornherein für alle Fälle dieser gattungsmäßigen Art gilt.

Daß eine festgestellte Beziehung nicht eine singuläre, sondern eine generelle ist, und daß sie zwischen bestimmten Erscheinungsgattungen besteht, wird demnach erwiesen durch eine erneuerte Untersuchung derselben daraufhin, was an den Beziehungsgliedern des besonderen Falles noch variabel und was daran invariabel ist. Die spezifische Beschaffenheit des Wasserstoffs und Sauerstoffs ist für das einfache Volumverhältnis bei der Verbindung nicht erforderlich, denn es kann auch die anderer Gase sein. Die Eigenart, welche in den verschiedenartigen Fällen, in denen das Volumverhältnis experimentell geprüft worden ist, allein unabänderlich und unausschaltbar übrig bleibt, ist bloß der gasförmige Aggregatzustand: daher besteht das einfache Volumverhältnis überall, wo diese generelle Eigenart gegeben ist, es gilt für alle Gase allgemein. Durch die Methode der Vergleichung bei Variation werden die Gattungen von Erscheinungen endgültig festgestellt, zwischen denen eine aufgefundene Beziehung besteht. Durch die Aufstellung als Beziehung zwischen diesen Gattungen erhält sie ihre Allgemeinheit. In der Ermittlung von Gattungen als Beziehungsgliedern durch die Methode der Feststellung des Invariablen auf Grund ein-

deutiger Fälle liegt die Begründung für die induktive Verallgemeinerung.

Diese Ermittlung von Gattungen durch Vergleichung verschiedenartiger Fälle einer und derselben Beziehung setzt aber wieder eines voraus: daß die verglichenen Fälle Repräsentanten der typischen Verschiedenheiten in den Fällen der betreffenden Beziehung sind, daß sie den Umkreis der Verschiedenheit, welche deren Fälle aufweisen, beispielsmäßig erschöpfen, denn sonst können ja die verglichenen Fälle, wenn sie zu nahe beieinander liegen, eine falsche, mindestens aber eine zu enge Gattung vortäuschen. Sollte der Gattungscharakter für alle Glieder einer induktiven Beziehung erst ad hoc erwiesen werden, so wäre die Induktion überhaupt nicht zu leisten; denn es fehlte dann die logische Basis für die Verallgemeinerung. Diese ist logisch nur zu erreichen, wenn es zum allergrößten Teil oder gänzlich dabei sich um schon bekannte Gattungen handelt, die für die betreffende Beziehung in Betracht kommen. Denn dann allein übersieht man bereits die mögliche Verschiedenheit der konkreten Fälle. Man kennt damit die Punkte, die zu prüfen sind, wenn die vermutete Gattung vorliegen soll, und man erhält damit einen Leitfaden für die Auswahl der verschiedenen Fälle, auf die sich eine stichhaltige Vergleichung zu gründen hat. Wenn die Beziehung zwischen Keimtötung durch Erhitzen und Sterilität für die ganze Gattung der Gärungserscheinungen (nicht bloß für Hefewasser) erwiesen werden soll, so sind die Arten dieser Gattung: alkoholische, Milchsäure-, Harnstoff- . . . Gärung, wohlbekannt und damit auch die verschiedenartigen Einzelfälle bestimmt, für welche diese Beziehung zu prüfen ist, wenn sie für diese ganze Gattung gelten soll. Und wenn die Beziehung zwischen Lößbildung und abflußloser Steppe für die ganze Gattung „Löß“ (und nicht bloß für den chinesischen Löß) zu erweisen ist, so sind uns zahlreiche andere Fälle von Lößvorkommen schon bekannt und damit die Punkte gegeben, an denen man diese Beziehung ebenfalls nachzuweisen hat, um über den bloß individuellen Charakter des Entdeckungsfalles hinauszukommen. Daraus, daß die Gattung als solche schon bekannt ist, ergibt sich für die Induktion Hanns hinwieder eine bemerkenswerte Ein-

schränkung. Aus dem Umfang der Gattungen: Luftdruck-Maxima und -Minima ersieht man einen großen Bereich von Fällen, in denen Hanns Feststellungen an europäischen Maxima und Minima nicht zutreffen, und man muß infolge dessen eine neue Gattung statuieren: man unterscheidet innerhalb der allgemeinen Gattungen der Maxima und Minima zwischen solchen thermischen und dynamischen Charakters. (S. z. Allg. auch spät. S. 249 f.) Man sieht nur damit auch schon, wie sich die Induktion ganz auf das bereits vorhandene Wissen, also auf ein ganzes System von Voraussetzungen, stützen muß.

### 5. Der Schlußfolgerungscharakter.

Die Nachweisung aller der Geltungserfordernisse einer Induktion: sowohl der Eindeutigkeit der zugrunde gelegten Fälle, als auch des generellen Charakters der Beziehungsglieder, geht auf dem gewöhnlichen Weg der Schlußfolgerung vor sich. Es gibt dafür keine andersartige Geltungsbegründung, keine spezifische logische Legitimation zur Verallgemeinerung von Einzeltatsachen aus. Das Induktionsverfahren ist nichts anderes als eine Kombination von Schlußfolgerungen — wie jede mittelbare Begründung — und nur als solche etwas Eigenartiges.

Der experimentelle und ebenso der statistische Tat-sachenbefund ist, wenn daraus ein Gesetz induziert wird, in einen Folgerungszusammenhang eingebettet. Das Experiment gewinnt seine Eindeutigkeit nur daraus, daß dabei bestimmte theoretisch geforderte Bedingungen erfüllt sind: es setzt also Deduktion voraus. Und aus dem experimentellen Tatbestand muß das generelle Gesetz erst erschlossen werden. Ebenso muß die Konstanz der Bedingungen des statistischen Befundes über ihn hinaus erst noch erschlossen werden; es schließt sich also Deduktion an.

Ein kurzer Überblick über den Gedankengang von Pasteurs Untersuchungen wird diese Art des Geltungsaufbaues nochmals klar erkennen lassen. Sie sind deshalb so bemerkenswert, weil es gerade die eigentliche Leistung Pasteurs war, unzweifelhafte Beweise in der Frage der Urzeugung beizubringen. Denn bis dahin lagen schon eine Menge

von Versuchen vor, welche die Bedingungen der Entstehung von Mikroorganismen aufzuheben versuchten. Schwann hatte, im Anschluß an die Versuche von Spallanzani und Appert, bereits für die Fäulnis (von Fleischbrühe) zwingend nachgewiesen, daß sie an ‚ein in der gewöhnlichen Luft enthaltenes und durch Wärme zerstörbares Prinzip‘ gebunden ist. Schultze hatte experimentell gezeigt, daß dieses ‚Prinzip‘ in der Luft auch durch chemische Einwirkung (von konzentrierter Kali- und konzentrierter Schwefelsäure) vernichtet wird, und Schroeder und Dusch, daß es auch bei Filtrieren der Luft durch Baumwolle unwirksam wird. Damit war es wohl sehr wahrscheinlich gemacht, daß die Ursache der Fäulnis organische Keime sind, aber noch keineswegs bewiesen. Und zweitens war die Abhängigkeit von einem ‚Prinzip‘ in der Luft nur für die Fäulnis erwiesen, für die alkoholische Gärung hingegen hatten die Experimente Schwanns zu widersprechenden Ergebnissen geführt: nach Erhitzen von Flüssigkeit und Luft war die Gärung manchmal eingetreten, manchmal ausgeblieben. Auch nach Filtrieren der Luft über den gekochten Substanzen waren wohl Bierwürze und Fleischbrühe mit Wasser unverändert geblieben, Fleisch ohne Wasser und Milch hingegen geronnen und verfault. Außerdem hatten aber auch die Versuche fast immer, und zwar für alle Substanzen, keine Sterilität ergeben, wenn man sie in der Quecksilberwanne angestellt hatte. Die Tatsachengrundlagen waren also sehr verworren und mehrdeutig. Es kam daher in erster Linie darauf an, unzweideutige Versuche anzustellen — wie es auch die französische Akademie in ihrem Preisausschreiben von 1860 verlangt hatte. Unzweideutig sind solche, welche in allen ihren Beziehungen, hinsichtlich der mitwirkenden und der ausgeschlossenen Umstände, der Fehlerquellen und der Voraussetzungen, klar sind und deshalb eindeutige Folgerungen aus ihnen ermöglichen. Ob dies der Fall ist, hängt somit von dem Zusammenhang der experimentellen Tatsachen mit anderen Sachverhalten ab. Man sieht schon daraus, wie die Beweiskraft von Versuchen davon abhängt, daß diese als Glieder in einen allgemeinen Gedankengang eingefügt sind. An und für sich sind die experimentellen Feststellungen nichtssagende historische Einzeltatsachen: erst

durch die Folgerungen, die man, unter Zugrundelegung bestimmter Voraussetzungen, aus ihnen ziehen kann, erhalten sie ihre Bedeutung und Beweiskraft.

Was Pasteur den Ergebnissen seiner Vorgänger nun hinzugefügt hat, war 1. der positive Nachweis dafür, daß das ‚Prinzip‘ in der Luft, das durch Erhitzen usw. unwirksam wird, organische Keime sind, und 2. die Aufklärung der widersprechenden Versuchsergebnisse in Bezug auf die alkoholische Gärung und das Gerinnen der Milch und die Fäulnis von Fleisch. Den ersten Nachweis hat Pasteur teils durch direkte experimentelle Feststellungen, teils durch Schlüsse aus solchen geliefert, welche ergaben, daß in der Luft ‚organisierte Körperchen‘ in hinreichender Zahl vorhanden sind, um überall, wo Gärung eintritt, die Entstehung von Organismen zu erklären, und daß diese Entstehung gerade mit dem nachweisbaren Vorhandensein von solchen Körperchen kovariert: wo sie vorhanden sind (mit dem Staub der Luft), dort entstehen, auch in sterilisierten Flüssigkeiten, Organismen (und Gärung); wo sie fehlen (durch das Experiment oder von Natur aus), dort entstehen keine Organismen (und wo sie sehr wenige sind, dort entstehen auch nur selten Organismen). Mit einer bewundernswerten Klarheit und Genauigkeit legt Pasteur selbst das Gefüge seines Gedankenganges dar<sup>107</sup> (S. 41): ‚Im Angesichte solcher Ergebnisse . . . betrachte ich es als mathematisch strenge bewiesen, daß alle organisierten Gebilde, welche bei gewöhnlicher Luft in zucker- und eiweißhaltigem Wasser entstehen, nachdem es vorher gekocht worden war, ihren Ursprung von den in der Luft suspendierten festen Teilchen ableiten.‘ Von den festen Teilchen, wohlge-merkt, nicht von Keimen! Pasteur will nicht mehr aussagen, als tatsächlich feststeht. Daß Keime die Organismenbildung verursacht haben, ist nicht mehr die reine Tatsache, sondern erst ein Schluß daraus. Dieser beruht auf den beiden folgenden experimentell festgestellten Tatsachen: 1. Im Staub der Luft sind organisierte Körperchen vorhanden, welche den Keimen der ‚Organismen aus den Aufgüssen‘ völlig gleichen. 2. Aus dem Staub der Luft entstehen in sterilisierten Flüssigkeiten unter Ausschluß jeder anderen Ursache genau dieselben Organismen wie sonst an der freien Luft (S. 61). Daraus läßt

sich schließen, daß die Organismen entweder aus den amorphen Teilchen im Staub der Luft (von Kalk, Kiesel, Ruß, Stärkemehl, Wollfäserchen usw.) oder aus den organisierten Teilchen darin oder aber aus beiden zusammen entstanden sind; da nach unserer allgemeinen Kenntnis von biologischen Vorgängen aber aus solchen amorphen Teilchen sonst nie Organismen entstehen, läßt sich weiter schließen, daß die organisierten Körperchen wirkliche Keime sind. Diesen Charakter der Schlußfolgerung bringt auch Pasteur selbst zum Ausdruck, indem er das Ergebnis: die Entscheidung über die Lehre von der Urzeugung auf Grund seiner Experimente, ausdrücklich in ein ‚Raisonnement‘ verlegt, das sich an diese knüpft (S. 61).

Es sind also experimentelle Tatsachen (wie die, daß nach Erhitzen unter Abschluß nie Organismen entstanden sind), Schlüsse aus solchen (wie der, daß die organisierten Körperchen im Luftstaub Keime sind) und Voraussetzungen dafür (wie die, daß durch Erhitzen Keime getötet werden), durch deren Ineinandergreifen, d. h. dadurch, daß sie untereinander logisch in Beziehung gesetzt werden, der induktive Beweis eines allgemeinen Satzes (wie der, daß die Gärungsorganismen nur aus Keimen, nicht durch Urzeugung entstehen) sich aufbaut. Die Geltung eines Induktionsergebnisses beruht also auf Schlußfolgerungen, in welche Tatsachenfeststellungen als wesentliche Glieder eingefügt sind.

Aber auch das einzelne Experiment selbst weist schon einen solchen Geltungsaufbau aus Tatsachen, Schlüssen und Voraussetzungen auf. Die experimentelle Feststellung der Tatsache, daß in der Luft Staub vorhanden ist, der aus organisierten Teilchen besteht, geht ja nicht in einer Anschauung, einem unmittelbaren Gegebenwerden, sondern ebenfalls in einem zusammengesetzten, diskursiven Prozeß vor sich. In einem Apparat von Röhren und Schläuchen steckt an einer Stelle ein Baumwollpfropfen, an einer anderen fließt Wasser durch; mit der Zeit wird der Baumwollpfropfen schmutzig; wenn man ihn in ein Gemisch von Äther und Alkohol gibt, löst er sich auf und am Boden setzt sich ein Niederschlag ab; wenn man diesen trocknet und unter ein Mikroskop bringt, so sieht man verschieden geformte Körperchen. Das unschreibt

ungefähr den Tatbestand an Wahrnehmungen, der dabei zugrunde liegt. Daß in dem Apparat Luft durchgesogen wird und daß dabei deren Staub durch die Baumwolle zurückgehalten wird, daß der Bodensatz im Äther-Alkohol eben dieser Staub der Luft ist und daß die Bilder im Mikroskop die Mikrostruktur eben dieses Staubes darstellen — also die Identifizierung des Staubes immer wieder, das erschließen wir auf Grund unserer Kenntnis physikalischer und chemischer Vorgänge und der absichtlichen Anordnung der Apparate. (Vgl. dazu auch <sup>58</sup> 8. Kap.) Auch die experimentelle Feststellung der Tatsachen beruht also schon auf einem logischen Ineinandergreifen von Wahrnehmungen, Schlüssen und Voraussetzungen. Aber auch die Wahrnehmung ließe sich noch weiter auf ihre Voraussetzungen analysieren.

Mit all dem wird es zur Genüge klar geworden sein, daß die Induktion nicht auf einer spezifischen Weise der Verallgemeinerung aus einzelnen Fällen, auf einer eigenen Art der Geltungsbegründung beruht, sondern auf gewöhnlicher Schlußfolgerung aus einzelnen Tatsachen und allgemeinen Voraussetzungen. Wegen der Eindeutigkeit der Schlußgrundlagen für diese Folgerungen wird die Eindeutigkeit der Tatsachen gefordert.

## 6. Die Geltungsart der Induktion.

Wenn man die Induktion als Schlußprozesse aufbaut, so mag es wohl zutreffen, daß dann der größere, ja vielleicht der größte Teil unserer Induktion unvollständig und darum unzulänglich begründet ist, weil oft nicht alle Glieder für eine syllogistisch geschlossene Ableitung zur Verfügung stehen oder gesichert sind. Wollte man nun deshalb behaupten, daß diese Induktionen trotzdem doch ebenso feststehen, und dies auf eine spezifische induktive oder intuitive Verallgemeinerungsweise zurückführen — wozu die irrationalistische Strömung unserer Zeit wohl geneigt wäre —, so würde man durch die Wissenschaftsgeschichte bald eines Besseren belehrt. Eine Verallgemeinerung, die sich nicht vollständig erweisen läßt, kann nie die volle Sicherheit der Geltung beanspruchen; sie trägt immer die Möglichkeit des Irrtums in sich. Und die zahlreichen Fälle späterer Berichtigung oder Widerlegung beweisen es.

Eine bloß intuitive Verallgemeinerung — das ist der psychologische Vorgang bei der Induktion, so wird wohl immer tatsächlich die induktive Einsicht gewonnen; aber ihre Geltung kann nie so begründet werden. Eine Verallgemeinerung mag noch so einleuchtend erscheinen — wenn sie nicht durch einen lückenlosen Beweis gestützt wird, kann man sie erkenntnistheoretisch nie als gewiß erachten.

In allen den Fällen, wo sich ein Gesetz nicht in strenger Schlußfolgerung aus Tatsachen und schon bekannten Gesetzen ableiten läßt, wo es also nicht nur über das tatsächlich Feststellbare, sondern auch über das logisch Erweisbare hinausgeht, kann es nur als eine Annahme aufgestellt werden, deren Geltung sich darauf gründen muß, daß Folgerungen aus ihrer Zugrundelegung durch neue Erfahrungstatsachen bestätigt werden. Eine solche Gesetzmäßigkeit kann dann nur als eine wahrscheinliche Hypothese gelten, nicht als induktiv bewiesen und darum gewiß. Es ist dieselbe Geltungsart wie bei einer angewandten Theorie, die sich aber durch den Charakter eines deduktiven Systems und den ideellen (abstraktiven) Charakter ihrer Elemente davon unterscheidet. Allerdings kann auch dem induzierten Gesetz mitunter sogar ein idealer Charakter zukommen (wie z. B. dem Volungesetz, das für absolut reine Gase gilt), wenn in ihm einfache Abhängigkeitskomponenten konstruktiv isoliert sind. Ostwald<sup>144</sup> (S. 55) erklärt sogar: „Ein sehr großer Teil der Naturgesetze, insbesondere alle quantitativen Gesetze, d. h. solche, welche eine Beziehung zwischen meßbaren Werten ausdrücken, haben nur für den Idealfall genaue Geltung.“ Besonders hat aber Duhem<sup>56</sup> (8. Kap.) die idealen Momente auch im experimentellen Verfahren hervorgehoben (vgl. dazu auch<sup>24</sup>, 4. Kap., IV, besonders S. 190, 191). Es zeigt sich damit ein bemerkenswerter Übergang zwischen Induktion und Theorie. Man kann solche hypothetische Gesetze als die Vorstufen einer Theorie betrachten. Es ist lediglich diese Art der Verallgemeinerung, welche in der Induktionstheorie gewöhnlich (von Jevons, Sigwart u. a.) in Betracht gezogen wird.

Es hat aber auch mit der Gewißheit der streng logisch erweisbaren Induktion (wie z. B. der Pasteurs) ihre eigene



Bewandtnis. Sie besteht nur innerhalb eines bestimmten Systems von Erkenntnissen: sie ist also selbst nur eine hypothetische, denn alle Induktion setzt schon allgemeine Sätze voraus. Ohne solche kann sie keine Verallgemeinerungen auf Grund von einzelnen Tatsachen logisch rechtfertigen, denn Schlüsse erfordern allgemeine Obersätze. Es sind allgemeine Sätze über Gattungen und Gesetze und Prinzipien. Die in den Induktionen unmittelbar vorausgesetzten Gesetze und Gattungen fußen wieder ihrerseits auf einfacheren Gesetzen und Gattungen. Zuletzt führen sie auf die alltäglichen Begriffe (z. B. Staub, gelb, mürb) zurück. Infolgedessen muß die induktive Wissenschaft — ganz anders wie die Theorie — unvermeidlich, ob sie will oder nicht, zu einem Teil immer noch mit den Begriffen und Erfahrungen des Alltagslebens arbeiten: dessen ursprüngliche Gattungen und primitiven Gesetze bilden für sie letzte Fundamente.

Als gesetzmäßige Verknüpfungen von Beschaffenheiten, d. i. Erscheinungen, sind die vorausgesetzten Gattungen und Gesetze aber selbst schon Induktionen und in ihrer Allgemeinheit oder Gesetzmäßigkeit nicht anders zu erweisen. Die Allgemeinheit der einfachsten Verknüpfungen (Zuordnungen von Gesichts- und Tasterseheinungen) ruht auf gewissen allgemeinsten Grundsätzen: der Wiederkehr gleichartiger Erscheinungen und der Konstanz der Erscheinungsverhältnisse, d. i. der Gleichförmigkeit des Geschehens u. a. Das hat Mill dazu geführt, diese letzten allgemeinen Grundlagen als durch breiteste Erfahrung begründet anzusehen. Und es ist auch zweifellos, daß die ursprünglichsten, primitivsten Induktionen auf dem statistischen Verfahren beruhen müssen, weil es die wenigsten Voraussetzungen verlangt. Aber die Zahl der Erfahrungen kann für sich allein doch nie ein hinreichendes Fundament der Allgemeinheit ergeben. Eine noch so oft beobachtete Wiederkehr von Erscheinungen und Erscheinungsbeziehungen bleibt doch immer nur eine vielfache Anzahl von Tatsachen, sie verbürgt uns noch keine Gesetzmäßigkeit. Das kann sie erst dann, wenn wir von vornherein eine allgemeine Gesetzmäßigkeit annehmen und eine gleichmäßige Verteilung des Zufälligen in einer großen Zahl von Fällen, sonst könnten uns nicht die bisher beobachteten Verhält-

nisse zur Schlußgrundlage für alle anderen, noch unbekannten dienen. Die letzten Grundlagen der induktiven Allgemeinheit können also nicht Erfahrungen, sondern nur Annahmen sein.

Das kann ja nach der ganzen Sachlage prinzipiell gar nicht anders sein. Denn die Gesetzmäßigkeit, welche eine Induktion aufstellt, wird als Beziehung an speziellen Fällen gefunden; sie wird dann über diese hinaus verallgemeinert, indem man erkennt, daß sie nicht mit den speziellen Bedingungen der gegebenen Fälle zusammenhängt, sondern etwas Allgemeineres darin darstellt. Damit ist sie aber immer etwas Neues, das man in den gegebenen Fällen entdeckt. Dieses Neue läßt sich nur dann in seiner Geltung logisch erweisen, d. h. deduzieren, wenn es in weitergehenden Sätzen, als seine Tatsachengrundlagen sind, enthalten ist und sich dann eben daraus ableiten läßt. Solche Sätze lassen sich aber nur als Annahme gewinnen, denn als Tatsachen, erfahrungsmäßig gegeben sind der Induktion nur Beziehungen in speziellen Fällen. Gerade die Verallgemeinerung über diese hinaus kann aus gegebenen Tatsachen allein (aus reiner Erfahrung) nicht logisch abgeleitet, erschlossen werden. Der logische Grund für eine Ableitung derselben kann daher, wenn nicht in absolut gültigen synthetischen Sätzen a priori, sei es im Sinne Kants oder des Intuitionismus, nur in Annahmen liegen, die erst hinterher durch eine immer breitere Verifikation eine immer nur bedingte, widerrufliche, nie absolute Geltung erhalten. Dieser Geltungscharakter kann nun der Induktion teils offen und unmittelbar zukommen, teils aber in die Deduktionsgrundlagen zurückgeschoben sein.

Infolgedessen ruht die Allgemeinheit aller Induktions-ergebnisse zuletzt auf prinzipiellen Annahmen, die wir dem Erfahrungsaufbau zugrunde legen, Annahmen, die auf Grund der bisherigen Tatsachen-Feststellungen (Erfahrungen) so gewählt sind, daß sie eine rationale Konstruktion (Anordnung) derselben ermöglichen, und die auch durch die neuen, d. i. bei ihrer Aufstellung noch nicht berücksichtigten Tatsachen bisher immer bestätigt worden sind, d. h. denen auch diese bisher immer logisch gemäß waren — sofern sie nicht als irrtümlich aufgegeben werden mußten. Unser ganzes induk-

tives Wissen ist im Grunde eigentlich ein Annahmensystem. Nur die einzelnen Tatsachen stehen absolut fest. Alles allgemeine Erfahrungswissen besteht, genau genommen, nur in Annahmen, die sich gegenseitig stützen und tragen und mit den Tatsachen in logischer Übereinstimmung stehen (durch die sie „bestätigt“ werden). Weil die Grundlagen, von denen sich seine Allgemeinheit ableitet, nur Annahmen sind, darum kann es selbst auch keine andere Geltung haben.

Was bedeutet aber eigentlich die Geltung als „Annahme“? Zunächst eine bedingte Geltung, nämlich eine, die abhängig ist von der immer erneuten Bestätigung durch jede neue Tatsache, die logisch zu ihr in Beziehung steht. Sie bedeutet also eine vorläufige, keine endgültige Behauptung. Sie steht nicht unabänderlich fest, sondern die Möglichkeit einer Korrektur läßt sich prinzipiell nicht ausschließen. Daß heißt: eine Annahme ist tatsächlich eigentlich einerseits eine logische Zurechtlegung für die Vergangenheit, richtiger für die bekannten Tatsachen, andererseits eine Erwartung für die Zukunft, für die unbekannten Fälle: aber nicht bloß eine psychologisch aufgenötigte, sondern eine begründete Erwartung, eine logisch berechnete, eine logisch konsequente, geforderte.

Unsere empirische Wirklichkeitserkenntnis ist logische Konstruktion der Tatsachen. Allgemeinheit darin heißt, daß die logische Konstruktion der bisher bekannten, vorliegenden Tatsachen auch für die neuen, eben noch nicht vorliegenden Tatsachen gelten soll. Ob dies tatsächlich der Fall ist, dafür hat man von vornherein natürlich keine Gewißheit — solange man eben die neuen Tatsachen nicht kennt. Man kann es nur erwarten, in logischer Konsequenz aus der Konstruktion der bisherigen Fälle. Das ist der Sinn wissenschaftlicher Vorhersage — und induktiver Allgemeinheit überhaupt.

Man wird dieses Ergebnis vielleicht dem Humes (und der sich ihm anschließenden Resignation Machs und Stöhrs) bedenklich nahe finden. Induktive Gesetze sind, auf das Tatsächliche daran betrachtet, so wie Hume es sah, nichts als relative Gleichförmigkeiten in den Beziehungen der tatsächlich festgestellten Erscheinungen. Nur insoweit als sie in Tatsachen bestehen, können sie sicheres Wissen sein.

Gerade in ihrer Allgemeinheit können sie aber Tatsachenkonstatierungen nicht sein. In ihrer Allgemeinheit müssen sie daher eine andere Art der Geltung haben — nicht aber gar keine, wie Hume gefolgert hat. Induktive Gesetze sind nach der vorhin entwickelten Auffassung nicht unberechtigte Verallgemeinerungen des Tatsächlichen, bloß subjektive, nur psychologisch motivierte Phantasiegebilde, sondern sie haben ihre volle Geltung als notwendige Folgerungsergebnisse unter bestimmten Voraussetzungen. Diese Voraussetzungen sind, soweit sie allgemein und nicht Tatsachen sind, freilich nur Annahmen. Aber es sind begründete Annahmen, die durch die Tatsachen bestätigt sind, mit den Tatsachen in Übereinstimmung, d. h. in einem logischen Verhältnis stehen. Diesen Charakter einer begründeten Annahme, den dann auch die Folgerungen daraus tragen, bedeutet doch eine eigene Art von Geltung.

In dem, was unter Geltung zu verstehen ist, liegt die eigentliche Differenz gegenüber Hume — und andererseits auch gegenüber den Vertretern einer absoluten Geltung, wie es die Neukantianer sind. Geltung, soweit sie nicht auf Tatsachenkonstatierung beruht, kann sich nur auf die Notwendigkeit gemäß der logischen Beziehungsgesetzmäßigkeit gründen. Als Tatsache gilt: In  $n$ -Fällen besteht eindeutig ein Zusammenhang zwischen  $a$  und  $b$  (z. B. Löß und Steppengebiet) — er besteht tatsächlich in allen Fällen, läßt sich nicht behaupten, weil sich das nicht feststellen läßt; sondern was sich behaupten läßt, kann nichts sein als: er muß in allen Fällen bestehen — sofern überhaupt eine Gesetzmäßigkeit besteht: das läßt sich erschließen aus einem Prinzip der Gesetzmäßigkeit und daraus, daß der Zusammenhang zwischen  $a$  und  $b$  in  $n$  tatsächlichen Fällen eindeutig festgestellt ist. Für die logische Konstruktion der Tatsachen logisch gefordert sein — das ist der einzige Geltungsgrund für etwas, das nicht als Tatsache konstatierbar ist, somit für das Allgemeine. In diesem Sinn allein gelten auch die Erkenntnisprinzipien: als unentbehrlich für eine logische Konstruktion der Tatsachen — und gilt auch das Meiste von dem, was wir 'Tatsachen' zu nennen gewohnt sind. Denn Tatsache im eigentlichen erkenntnistheoretischen Sinn ist nur das,

was unmittelbar gewiß ist, nicht auch all das, was an Einzelnem erst aus solchem erschlossen wird.

Alles allgemeine Wissen (von Wirklichem) hat nur die Geltung von Annahmen. Dieser mißlichen Feststellung wäre man nur dann überhoben, wenn es eine intuitive Erkenntnis dessen gäbe, inwieweit eine an einzelne Tatsachen festgestellte Beziehung eine generelle ist; wenn man es nicht erst umständlich erweisen müßte, sondern es aus den Fällen selbst unmittelbar erschauen könnte, mit voller Sicherheit und Geltung, nicht bloß vermutungsweise. Es wäre das eine andere Art von Intuition als das intuitive Erfassen des Allgemeinen, die ‚Ideation‘ bei Husserl. Denn diese bedeutet keine Feststellung in Bezug auf die Wirklichkeit, sondern vollzieht sich rein im idealen Bereich. Eine ‚Induktions-Intuition‘ sozusagen würde hingegen ein Erschauen von Allgemeinheit in der Wirklichkeit sein müssen. Es wäre das Verfahren, das wir fortwährend üben, wenn wir auf Grund einiger Daten einen Zusammenhang, eine Gesetzmäßigkeit intuitiv erfassen — aber dieses tatsächliche Verfahren zu logischer Geltung erheben, nicht bloß als ein vorläufiges und heuristisches, sondern als ein logisch voll berechtigtes, sicher und vollgültig begründendes. Die irrationalistisch-intuitivistische Strömung unserer Zeit wäre vielleicht dazu bereit. Aber man kann bei diesem Verfahren die Möglichkeit, daß es sich auch so und so oftmal als falsch erweist, von vornherein nicht ausschließen. Intuitionen trügen ja tatsächlich oft genug. Deshalb wäre das eine Gewißheit, die — keine ist! Intuition, so sehr sie auch praktisch geübt wird und heuristisch hilfreich wird, kann logisch-erkenntnistheoretisch immer nur Vermutung sei, die erst verifiziert werden muß, um gültig zu sein. Sie kann keine hinreichende selbständige Geltungsgrundlage bilden. Damit hat diese erkenntnistheoretische Analyse der Induktion zugleich geprüft, inwieweit die empirische Erkenntnis sich wirklich völlig rational aufbauen und erweisen läßt oder inwiefern sie etwa intuitive, aber rational unbegründbare Einsicht ist.

Der Charakter bloßer Annahme wäre unserem allgemeinen Wissen aber auch dann genommen, wenn es apriorische Erkenntnisprinzipien gäbe, in dem Sinn, daß wenigstens die

obersten Grundsätze der Erkenntnis unabhängig von der Erfahrung gesichert wären, durch sie nicht zu erschüttern und nicht erst zu bestätigen, und damit von vornherein unwandelbar für alle Zeit feststünden, wenn ihnen eine unmittelbare Gewißheit, eine Evidenz zukäme nach Art der Axiome im alten Sinn. Denn dann hätte man allgemeine Obersätze von absoluter Geltung, auf die man die ersten Verallgemeinerungen von Einzelerfahrungen und damit alle weiteren gründen könnte. Damit würden also alle Induktionen prinzipiell — soweit ein geschlossener Beweis für sie möglich ist — einer absoluten Geltung teilhaft.

Aber ich habe schon früher (S. 181 f.) ausgeführt, daß die Erkenntnisprinzipien keine absolute Geltung für sich in Anspruch nehmen können. Sie sind tatsächlich — das zeigt die Geschichte der Wissenschaften hinsichtlich ihrer Grundbegriffe und Grundsätze unzweifelhaft — nicht unwandelbar, weil nicht von der Erfahrung unabhängig. Sie werden vielmehr gerade im Hinblick auf die Erfahrung gewählt, so gewählt, daß diese durch sie in rationaler Weise konstruierbar wird. Unveränderlich stehen nur die logischen Gesetze fest, denen sie in der Erfahrung zur Durchsetzung verhelfen sollen. Die Erkenntnisprinzipien stellen nur die allgemeinsten Annahmen dar, unter denen dies möglich wird.

Jeder Kantianer wird darum das vorausgehende Ergebnis bezüglich der Induktion nur natürlich finden. Denn es ist ja für Kant ein grundsätzlicher Gedanke: „Erfahrung gibt niemals ihren Urteilen wahre oder strenge, sondern nur annahmeweise oder komparative Allgemeinheit.“ (Kr. d. r. V., Einl. II.) Strenge Allgemeinheit ist nur auf Grund von Erkenntnis möglich, die nicht von der Erfahrung abgeleitet, sondern schlechterdings a priori gültig ist (ib.). Wenn aber nun die apriorischen Grundsätze der Erfahrung selbst wieder nur vermöge ihrer Ordnungs-, Rationalisierungs-Funktion für die Erfahrung, also vermöge ihrer indirekten Bestätigung durch die Erfahrung gelten, und wenn es eine solche Erkenntnis, die für sich allein, unabhängig von der Erfahrung gültig wäre, überhaupt nicht gibt, dann fehlt eben damit gerade im Kantschen Sinn die Basis für die kategorische Behauptung einer real-gültigen Allgemeinheit und es bleibt nur

die Möglichkeit einer hypothetischen, annahmeweisen Behauptung übrig.

Die Induktion stellt, ebenso wie die Theorie, lediglich ein System von Schlußfolgerungen dar. Hier wie dort beruht die Fruchtbarkeit derselben auf der schöpferischen, synthetischen Art der Ansätze für die Deduktion, auf der Kombination in den Ausgangspunkten, wodurch das Neue (neue Beziehungen) eingeführt wird. Induktion und Theorie unterscheiden sich dabei durch die Stellung, welche die *Tatsachen* zur Deduktion einnehmen: als Grundlagen bei der Induktion, als Bestätigung bei der Theorie, und durch den *idealen* Charakter der Grundannahmen einer Theorie gegenüber dem von *Wirklichkeits*aussagen, welchen die Ausgangssätze, auch die allgemeinen, einer Induktion haben. Die Induktion ebenso wie die Theorie sind nichts anderes als Wege und Weisen der rationalen Konstruktion des tatsächlich Gegebenen. Die *Tatsachen* bilden die festen Punkte dafür; sie sind dasjenige, was allein unverrückbar feststeht. Alle *allgemeinen* Erkenntnisse der Wirklichkeit, induktive Gesetze wie Theorien, sind Konstruktionen auf dieser Basis, Konstruktionen von allgemeinen Voraussetzungen, aus denen die *Tatsachen* sich logisch ableiten lassen. Darum können sie nicht absolut gelten, sondern nur hypothetisch. Darauf, daß die allgemeinen Sätze mit den *Tatsachen* nach logischer Gesetzmäßigkeit verknüpft sind, beruht ihre reale Gültigkeit, von den Sätzen niederster bis zu denen höchster Allgemeinheit, den Erkenntnisprinzipien. Aber die Konstruktion des Allgemeinen wird durch die *Tatsachen* nicht eindeutig bestimmt; sie ist prinzipiell, wenn auch faktisch keineswegs immer, in verschiedener Weise, vermittelt verschiedener Voraussetzungen, also in mehrfachen Systemen möglich. Das ist der Grund dafür, daß allgemeine Erfahrungserkenntnis prinzipiell nicht endgültig, sondern wandelbar ist.

Aber trotzdem ist die Konstruktion des Allgemeinen doch nicht völlig willkürlich und rein konventionell, wie Dingler <sup>88 89</sup> es darstellt, denn sie läßt sich nicht in beliebiger Weise, mit beliebigen Grundannahmen innerhalb der *Tatsachen* durchführen. Die Grundannahmen müssen geeignet gewählt werden, sonst leisten sie die Rationalisierung der *Tatsachen*

nicht; diese erweisen sich dann als ihnen nicht gemäß. Und wenn man dies durch die Einführung neuer Annahmen herbeiführen will, so wird das sofort durch die Forderung der Einfachheit der Konstruktion beschränkt. Dieses Prinzip ist keineswegs bloß ein formales, technisches, sondern ebenfalls eine Grundannahme: daß allgemeine Annahmen, welche sich nicht direkt auf Tatsachen beziehen und so verifizierbar sind, sondern nur für eine bestimmte Konstruktion als Hilfsannahmen eingeführt werden, solange sie nicht durch mehrfache, verschiedenartige Tatsachegebiete gefordert werden, nicht als allgemeine Tatsachen-Beziehungen, nicht als Hypothesen, sondern nur als gedankliche Fiktionen gelten können.

#### **IV. Die Methoden der Individualwissenschaften.**

Mit der Theorie und der Induktion sind die Methoden der generalisierenden Wissenschaften analysiert, jener Wissenschaften, deren Erkenntnisziel das Allgemeine bildet. Es fragt sich nun, wie sich dazu die Methoden der individualisierenden Wissenschaften verhalten, jener, deren Erkenntnisziel im Individuellen liegt, und ob auch für sie die Auflösung der Methoden ausschließlich in Operationen der formalen Logik gilt, wie sie sich früher ergeben hat.

Es handelt sich dabei um räumlich oder zeitlich individualisierte Objekte, Zustände oder Vorgänge, und die entsprechenden Wissenschaften sind die geographische Länderkunde und die beschreibende Astronomie einerseits und andererseits alle die Arten von Geschichtswissenschaft (politische, Wirtschafts-, Rechts-, Literatur-, Kunst- . . . Geschichte und Erd-Geschichte als historische Geologie und Paläo-Geographie<sup>118</sup>). Als individualisierende Wissenschaften haben sie prinzipiell die beiden Aufgaben vor sich: 1. direkte Feststellung von Einzeltatsachen (z. B. Erdoberflächengestaltungen, Gesteinsproben, Handschriften etc.) — zu dem Zweck werden die Forschungsreisen unternommen, Ausgrabungen veranstaltet, Handschriften gesammelt usw.; 2. die Ermittlung von nicht direkt feststellbaren Einzeltatsachen auf Grund der unmittelbar vorliegenden, z. B. der chemischen Be-



schaffenheit von Himmelskörpern auf Grund von Spektren, des Gesteins des Hinterlandes aus einem Flußgeschiebe, früherer Wasser- und Landverteilung auf Grund von Fossilien, historischer Vorgänge auf Grund von Handschriften, Inschriften und Denkmälern.

### 1. Die induktive Generalisierung.

Die direkte Feststellung der Tatsachen geht immer durch Wahrnehmung vor sich (durch Wahrnehmung von Landschaften, beschriebenem Pergament, Gemälden, Knochen und Geräten, Tonscherben zwischen Muschelresten usw.), denn Wahrnehmung gibt allein die unmittelbare Gewißheit der Tatsächlichkeit. Aber was gewöhnlich noch unmittelbare Tatsachenfeststellung genannt wird, das geht nicht durch Wahrnehmung allein vor sich, sondern das bedeutet schon eine Einordnung des Wahrgenommenen in einen bereits vorhandenen Erkenntniszusammenhang; erst dadurch wird es eine wissenschaftliche Beobachtung. Das gilt schon für alle (Temperatur- etc.) Messungen; ferner für die 'Beobachtung' von Pflanzen, Tieren, Gestein, Versteinerungen bestimmter Art in einer Gegend usw. Alle Bestimmung beruht ja auf Einordnung von unmittelbaren Daten in einen begrifflichen Zusammenhang. Ein solcher setzt immer gewisse Grundbegriffe und Grundsätze, Grundgesichtspunkte der Ordnung und Beziehung (als Grundannahmen) voraus. Aber darauf soll jetzt nicht weiter eingegangen werden: das am konkreten Material der Wissenschaft darzulegen, wäre eine eigene Aufgabe — die einer methodischen Ermittlung der Grundbegriffe ('Kategorien') und Grundsätze, welche für den Erfahrungsaufbau — derzeit — konstitutiv sind.

Weil die wissenschaftliche Bestimmung einer wahrgenommenen Tatsache Einordnung in den Erkenntniszusammenhang bedeutet, darum taucht hier schon die Frage der Richtigkeit oder Falschheit auf und es setzt hierbei schon die methodische Arbeit der Individualwissenschaften ein. Da dieser Abschnitt besonders in den Geschichtswissenschaften einen breiten Raum einnimmt, soll sich die methodologische Analyse vor allem auf diese richten.

Die erste Aufgabe ist hier, wahrnehmungsmäßig vorliegende Objekte als Überreste einer früheren Zeit, d. i. als rezente Wirkungen vergangener Ursachen, insbesondere menschlicher Tätigkeit, zu bestimmen; z. B. Feuersteinsplitter als paläolithische Artefakte, Papyrusfetzen als Rechnungen in demotischer Schrift und ägyptischer Sprache aus den ersten Jahrhunderten n. Chr. In dem besonders wichtigen Fall einer Handschrift oder Inschrift oder eines Druckwerkes besteht die erste Bestimmung darin, das wahrnehmungsgegebene Bild unter ein bestimmtes Korrelationssystem von Zeichen und Bezeichnetem, das der Schrift (z. B. Keilschrift), zu subsumieren und dieses Korrelationssystem auf ein zweites, das der Sprache (z. B. assyrisch oder aber hethitisch), zu beziehen. Darauf beruht die über den direkt wahrnehmbaren Tatbestand (von Figuren auf einer Fläche) so ungeheurer weit hinausgehende Bedeutung eines solchen Objektes: sein Mitteilungsgehalt: dadurch wird es zur historischen 'Quelle'.

Diese beiden Korrelationssysteme müssen gegeben sein und die Sinnbedeutung ergibt sich dann durch Subsumption unter deren bekannte Schemata und Regeln. Sind die Korrelationssysteme nicht schon bekannt, muß die Schrift oder die Sprache erst entziffert werden (wie z. B. vor 100 Jahren bei den ägyptischen, jetzt bei den hethitischen Denkmälern), so ist das keine eigentliche Aufgabe der Geschichtswissenschaft mehr, sondern eine der Sprachwissenschaften und auch keine Aufgabe einer individualisierenden Wissenschaft. Linguistik hat es mit Regeln, mit Generellem, nicht mit Individuellem zu tun.

So wird der Sinn von Schriftzeichen (z. B. auch Kürzungen) auf Grund der Paläographie oder der Epigraphik erkannt, eigener, fast selbständiger Hilfswissenschaften der Geschichte und der Philologie. Sie enthalten die Lehre von dem einen Korrelationssystem, dem zwischen Schriftzeichen und Wort (d. i. Lautzeichen) in seiner jeweiligen Gestaltung zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten. Das andere Korrelationssystem, das zwischen Lautzeichen (Wort) und dem damit Gemeinten, gibt der jeweilige Sprachgebrauch. Daraus, wie er einer Zeit, einem örtlichen oder sozialen Kreis, einem Autor eigen ist, muß der Sinn der sprachlichen Ausdrücke er-

kannt werden. Das mittelalterliche Latein hat teilweise eine andere Bedeutung wie das antike: *beneficium* heißt nicht Wohltat, sondern Lehen, seu im 8. Jahrhundert nicht nur ‚oder‘, sondern auch ‚und‘.<sup>120</sup> Der Sprachgebrauch besteht in der Verknüpfung von Wort und Bedeutung, die in einem zeitlichen und örtlichen Bereich allgemein üblich ist. Ebenso enthält die Paläographie die Schriftformen, die in einem Bereich üblich gewesen sind. Es kommt also bei beiden auf *generelle Sachverhalte* an.

Dieser methodologische Charakter der Sinndeutung als einer Subsumption von Einzelfällen unter allgemeinen Regeln zeigt sich auch im einzelnen bei all den Aufgaben, wo es sich um die Herstellung eines Sinnes handelt, um die philologische und zum Teil auch die historische ‚*Interpretation*‘ einer Quelle.

Genau so steht es mit der philologisch-historischen Quellenkritik. Ihre erste Aufgabe ist die Bestimmung von Entstehungszeit und -ort, von Autor und Filiation eines historischen, archäologischen, kunstgeschichtlichen . . . Denkmals oder einer schriftlichen Quelle, womit sich zugleich die Frage ihrer Echtheit oder Fälschung entscheidet. Wie die Geschichtswissenschaft vorgeht, um diese Aufgaben zu lösen, hat Bernheim in seinem bekannten ‚Lehrbuch der historischen Methode‘ systematisch und eingehend und — was besonders wertvoll ist — an der Hand zahlreicher Beispiele dargestellt, denen auch das folgende entnommen ist (3. u. 4. Aufl., S. 315. 316).

Die pseudo-isidorischen Dekretalen, eine Sammlung päpstlicher Dekretalbriefe von besonderem kirchenrechtlichen Inhalt, die um die Mitte des 9. Jahrhunderts zuerst auftauchte und von Papst Nikolaus I. (858—867) für vollgültig erklärt wurde, seit der Reformation aber in ihrer Echtheit bestritten wurde, sind nunmehr durch methodische Kritik in dem Umfang ihrer Fälschung genau umschrieben und nachgewiesen. Die Gründe dafür liegen teils in der Form, teils im Inhalt von ungefähr 100 dieser Dekretalbriefe. Diese, obwohl angeblich von Päpsten aus dem 1. bis 8. Jahrhundert geschrieben, zeigen doch alle denselben Stil, während doch im Laufe jener Jahrhunderte die Schreibart der Kurie sehr verschieden-

artig gewesen ist<sup>1</sup>, wie sich das an anderweitig erhaltenen, unzweifelhaft echten Schreiben der betreffenden Päpste zeigt. Es ist ein Stil, der von starken grammatischen Barbarismen nicht frei ist<sup>2</sup>, während die echten Briefe ein gutes, mitunter sogar ein elegantes Latein aufweisen. Ferner sind sämtliche Dekretalbriefe fast Satz um Satz aus über 80 verschiedenen Werken der Kirchenväter, des Kirchenrechtes und anderer Literatur zusammengestoppelt. Werken, die zum Teil erst im 9. Jahrhundert entstanden sind<sup>3</sup>, während die echten Papstbriefe überhaupt keine derartige Mosaikarbeit zeigen. Auch in den formelhaften Wendungen (z. B. in der Titulierung der Päpste, in der Datierung) weichen diese Dekretalen von den echten ab. Diese formalen Momente beweisen am durchschlagendsten die Fälschung; aber sie erfordern . . . auch sehr eindringende Kenntnis und sind daher erst in neuester Zeit nachgewiesen.<sup>4</sup> Wie in der Form, so widersprechen diese Dekretalen aber auch im Inhalt den sicher beglaubigten Tatsachen. Sie enthalten eine Kirchenverfassung von einer Organisation, wie sie in den betreffenden Jahrhunderten und besonders im Abendlande noch keineswegs bestanden hat. Alle diese Briefe zeigen endlich, obwohl vorgeblich aus den verschiedensten Anlässen entstanden, doch eine einheitliche, scharf ausgeprägte Tendenz: die Unabhängigkeit der Bischöfe von der weltlichen Macht und die Oberhoheit des Papstes. Aus allen diesen Momenten ergibt sich die Fälschung und aus ihrer Übereinstimmung mit den Verhältnissen zur Zeit und im Gebiet ihres ersten Auftauchens deren Entstehung im westfränkischen Klerus um die Mitte des 9. Jahrhunderts.

Entstehungszeit und -ort, Verfasser und Filiation einer schriftlichen Quelle lassen sich somit einerseits aus dem Inhalt, andererseits aus formalen Eigenschaften dieser Quelle ermitteln. Solche formale Eigenschaften liegen in der Schrift ihres Originales (in der Form der Schriftzeichen, Kürzungen usw.), in ihrer Sprache und ihrem Stil (in Wortformen, dialektischen Eigentümlichkeiten, in einer Prosa-Rhythmik wie in den päpstlichen Urkunden seit Urban II., in individuellen Wendungen usw.), in der Form ihres inhaltlichen Ausdruckes, wie sie vor allem bei Urkunden in stehenden Formeln und einem traditionellen Aufbau vorliegt. Denn in jeder

solchen Hinsicht trägt eine jede Epoche, jeder Kreis, jede Persönlichkeit ihr eigentümliches Gepräge. Wenn man dieses kennt und seine Merkmale an einer historischen Quelle wiederfindet, wird diese dadurch ihrer Herkunft nach bestimmt. Und aus diesem allgemeineren (Zeit-, Lokal-, Persönlichkeits-) Charakter heraus muß eine Quelle auch interpretiert werden.

Auch die Herkunftsbestimmung auf Grund des Inhaltes ergibt sich zu einem großen Teil aus der Übereinstimmung oder dem Widerspruch ('Anachronismus') mit allgemeineren Verhältnissen: mit den Einrichtungen (z. B. der Kirchenverfassung), den (politischen, kulturellen) Zuständen einer Zeit, eines Gebietes, dem ganzen geistigen Horizont eines Autors. Weil eine Quelle von dem sonst bekannten Charakter der supponierten Zeit . . . abweicht, dagegen mit dem einer anderen Zeit . . . übereinstimmt, wird sie jener abgesprochen und (eventuell als Fälschung) dieser zugewiesen.

Die Bestimmung der Herkunft einer Quelle beruht also in solchen Fällen auf der Subsumption eines Einzelfalles unter eine allgemeine Art; sie geht im Prinzip so vor sich wie bei der Bestimmung eines botanischen oder geologischen Objektes. Sie erfordert daher dann die Kenntnis genereller Verhältnisse, über die einzelnen historischen Tatsachen hinaus die Kenntnis dessen, was für einen bestimmten zeitlichen und lokalen Bereich, für eine bestimmte soziale Gruppe, eine bestimmte Individualität allgemein charakteristisch ist.

Es ist in dieser Hinsicht bezeichnend und lehrreich, daß in der Geschichtswissenschaft nicht selten auch das Individuelle erst auf Grund der allgemeinen Art einer Zeit, einer Schichte, einer Litteraturgattung . . . durch seinen Gegensatz dazu erkennbar wird. Um z. B. aus einer Übereinstimmung verschiedener zum Teil anonymen Werke auf die Identität des Verfassers schließen zu dürfen, muß man, wie es schon Boeckh in seiner Enzyklopädie und Methodologie der philologischen Wissenschaften<sup>2</sup>, 1886 (§ 24), u. a. (auch Bernheim, a. a. O. S. 171, 172) betont haben, auf Grund einer genauen Kenntnis der betreffenden Zeit und ihrer Literatur sich erst darüber klar sein, was an der Übereinstimmung auf die generelle Eigenheit der ganzen Zeitanschauung und

ihrer betreffenden Literaturkreise zurückgeht, und erst das Nicht-so-Zurückführbare kann als individuell gelten. Das ist ein — nicht immer beobachtetes — Gebot notwendiger Vorsicht. Denn man hält namentlich in der Literatur solcher Zeiten, in denen die Ausdrucksweise wenig individualisiert ist, wie im Mittelalter, da sich die Literatur in einer fremden, schulmäßig angelernten Sprache bewegt, leicht für Merkmale individueller Übereinstimmung, was nur Merkmale genereller Übereinstimmung sind<sup>110</sup> (S. 369).

Es setzen somit die Geschichtswissenschaften sowohl für die Interpretation als für die Quellenkritik allgemeine Erkenntnisse voraus. Das geht auch deutlich aus den Kriterien hervor, welche Bernheim<sup>119</sup> (S. 339, 340 u. 360) für die Erkennbarkeit einer Fälschung und der Herkunft einer Quelle aufstellt. Ebenso, wenn Sickel<sup>121</sup> (S. 179) sagt: „Sowohl für das Verständnis als für die kritische Beurteilung [der Königsurkunden] ist die Vergleichung des einzelnen Urkundentextes mit dem der Formeln und der Diplome gleichen Inhalts von großer Bedeutung. Nur durch sie läßt sich feststellen, was in dem Wortlaute wesentliche Bestimmungen und was nur stilistische Umschreibungen sind: nur durch sie läßt sich erkennen, was in den durch königliche Präzepte geregelten Verhältnissen zu bestimmter Zeit die allgemeine Norm gewesen und was über diese hinaus verfügt worden ist, endlich wie sich die allgemeine Norm im Laufe der Zeit und infolge der steten Fortbildung der Rechtsverhältnisse und der ihnen Ausdruck gebenden Rechtsformeln fortentwickelt hat“. Diese allgemeinen Erkenntnisse können sie aber vielfach nicht fertig und hinreichend von anderswoher übernehmen, sondern müssen sie im Laufe der interpretierenden und quellenkritischen Untersuchungen selbst ad hoc gewinnen. Die Geschichtswissenschaften sind somit nicht ausschließlich auf das Einzelne, Individuelle gerichtet, sondern zum Teil auch auf generelle Eigenart.

Das ist nicht eine Aufgabe, die etwa bloß ihren Hilfswissenschaften, Paläographie, Urkundenlehre, Philologie, zukommt; sie wird vielmehr überall den Geschichtswissenschaften selbst gestellt, wo sie es mit großen, allgemeinen Zügen innerhalb der historischen Mannigfaltigkeit, mit etwas vielem

Einzelnen Gemeinsamen zu tun hat. Das tritt mit besonderer Deutlichkeit hervor, wo es gilt, den Stil einer Epoche zu entwickeln, in der bildenden Kunst, in der Literatur, in der Musik. Und etwas ganz Analoges wie der Stil in der Kunst kommt auch auf anderen Gebieten in Frage. Auch in der Wirtschafts-, in der Sozialgeschichte, überhaupt in der Kulturgeschichte handelt es sich größtenteils um den generellen Charakter der tatsächlichen historischen Zustände. Man kann die individuelle Geschichte einzelner Städte (Venedig, Pisa...) in wirtschaftlicher und sozialer Hinsicht schreiben; man versucht aber darüber hinaus auch die Geschichte der italienischen, der deutschen Stadt überhaupt darzustellen (z. B. <sup>122</sup> <sup>123</sup>). Es ist die einseitige Einstellung auf die herkömmliche politische Geschichte mit ihren politischen Führern und Herrschern und deren individuellen Macht- und Besitzverhältnissen, welche die große und wesentliche Generalisierungsaufgabe der Geschichtswissenschaften neben der Erforschung der individuellen Tatsachen und Kausalzusammenhänge übersehen lassen kann.

Es bleibt dabei immer noch zutreffend, daß auch die Entwicklung der mittelalterlichen Stadt oder die des Lebenswesens oder die Entstehung des Fabriksbetriebes und die Bildung einer Arbeiterklasse ein einmaliger individueller Prozeß gewesen ist, daß man damit doch immer nur den Ereignisablauf einer bestimmten Epoche und eines bestimmten Gebietes in seiner eigentümlichen individuellen Gestaltung beschrieben hat. Der letzte, oberste Gesichtspunkt der Geschichtswissenschaften ist gewiß individualisierend. Aber das kann den generalisierten Charakter, den die Geschichtswissenschaften vielfach zeigen, nicht aufheben. Es ist an und für sich noch nicht entscheidend. Auch die Arten der Organismen, Säugetiere und Saurier und Trilobiten . . . können unter einem höheren, einem geologisch-genetischen Gesichtspunkt als einmalige, individuelle Gestaltungen des Organischen in verschiedenen Perioden betrachtet werden. Ob eine Wissenschaft es mit Generellem oder Individuellem zu tun hat, entscheidet der methodologische Gesichtspunkt: Wenn sie generalisiert, wenn sie vom Einzelnen ausgeht und daran Gemeinsames, Überindividuelles zu erkennen sucht, dann richtet sie

sich auf Generelles. Wenn sie das Einzelne und seine individuelle kausale Bedingtheit aufsucht, beschäftigt sie sich mit Individuellem. Darnach kann es nicht zweifelhaft sein, daß auch die Geschichtswissenschaften das Generelle zu einem sekundären Erkenntnisziel haben, unbeschadet ihrer letzten Einstellung auf Individuelles. Das hat schließlich auch Rickert anerkannt <sup>124</sup> (S. 51, 42, 43) und schon früher Hettner <sup>118</sup> (S. 259) kurz ausgesprochen.

Was aber die Generalisierung in den Geschichtswissenschaften von der sonstigen, in den Naturwissenschaften z. B., unterscheidet, ist, daß es sich hier nur um eine relative, begrenzte, nicht um eine schrankenlose Allgemeinheit handelt. Die Gattungsbegriffsbildungen der Geschichtswissenschaften beziehen sich immer nur auf eine bestimmte Zeitspanne und ein bestimmtes räumliches Gebiet oder eine bestimmte Gruppe (die päpstliche, kaiserliche Kanzlei!), nicht auf beliebige Fälle. Sie gelten nur für einen begrenzten Bereich, nicht unbedingt allgemein. (Deshalb will sie auch Rickert <sup>124</sup> (S. 51, 52) als individualisierende Kollektivbegriffe von den Kollektiv- und Allgemeinbegriffen der generalisierenden Wissenschaften unterscheiden.) Dieser eigenartige Charakter führt dann auch auf die Methode historischer Generalisierung seinen Einfluß (s. später S. 270).

Die Methode dieser generalisierenden Erkenntnis wollen wir nun auf solchen Gebieten untersuchen, wo sie sich deutlicher ausprägt, zunächst auf dem der Urkundenlehre. In seinem für die Lehre von den Königsurkunden grundlegenden Werk <sup>121</sup> hat Sickel für die Periode der ersten Karolinger den Nachweis zu liefern gesucht, daß in den Diplomen sowohl ganze Diktate als auch zahlreiche einzelne Sätze, Wendungen und Ausdrücke auf ein bestimmtes Formelwesen und einen feststehenden Sprachgebrauch der Reichskanzlei zurückzuführen sind, und [hat] die einzelnen Phasen dieses sich einheitlich entwickelnden Formelwesens zu unterscheiden und endlich darzustellen gesucht, in welcher Weise die Urkunden in den verschiedenen Zeiten den jeweiligen Diktaten nachgebildet worden sind' (S. 204). Als den Weg dazu gibt er selbst (S. 179) die 'Methode der Vergleichung' an. Fast alle erhaltenen Königsurkunden der Merowinger und Karo-



linger sind von ihm einzeln untersucht und miteinander verglichen <sup>120</sup> und dadurch in Bezug auf ihre formelhafte Übereinstimmung eingehend klargelegt worden. „Stellen wir die vorliegenden Diplome einer Periode nach Inhalt und Fassung zusammen, so erhalten wir zahlreiche Gruppen von mehr oder minder gleichlautenden Stücken“ <sup>121</sup> (S. 125). Diese Übereinstimmung ergibt einen gleichartigen formalen Aufbau im allgemeinen zu allen Zeiten (Invokation, Devotionsformel, Titel, Arenga usw.) und die Benützung traditioneller Formeln dabei — wie sie auch in eigenen Formelsammlungen überliefert sind —, die nur innerhalb eines gewissen kleineren Zeitraumes dieselben sind, aber im Lauf der Zeit sich wandeln. Daß hier die generalisierende Aufgabe und die Methode der Vergleichung ganz in der gleichen Weise wie in der Linguistik, die es offenkundig mit allgemeinen Regeln zu tun hat, vorliegt, zeigt sich deutlich auch darin, daß bei Sickel der Nachweis der Urkundenformeln gleichartig neben dem der sprachlichen Wandlung des Vulgärlateins steht, der des Beurkundungsgebrauches neben dem des Sprachgebrauches. Die Methode der Generalisierung in der Urkundenlehre besteht also in einer Analyse einer Anzahl einzelner historischer Objekte und in einer Vergleichung dieser Befunde mit den anderen historischen Einzeltatsachen eines bestimmten zeitlichen (und persönlichen) Bereiches und in der Heraushebung des Gemeinsamen, Übereinstimmenden an ihnen in der Bildung von Gattungsbegriffen. Diese zeigt sich schon äußerlich in der Bildung besonderer Termini (Invokation, Arenga, Corroboratio usw.). Ein streng methodisches Verfahren müßte daher immer zu Definitionen führen, was auch nicht selten tatsächlich der Fall ist. (Vgl. z. B. <sup>120</sup> S. 6, 25 f., 63.) Die Verallgemeinerung solcher Ergebnisse auch auf die restlichen, nicht direkt untersuchten Urkunden ergibt sich infolge der Erfahrung von der inneren Gleichartigkeit des zugrunde liegenden Materiales. (Vgl. später S. 270.)

Untersuchen wir nun das methodische Verfahren in der Wirtschaftsgeschichte, wo es sich um allgemeine Verhältnisse, nicht um ein individuelles Schicksal handelt, z. B. an W. Wittichs wichtigem Werk über die Grundherrschaft in Nordwestdeutschland, 1896, das Knapps Arbeiten über die bäuerlichen

Verhältnisse in Norddeutschland ausbaut. Wie schon der Titel ‚Die Grundherrschaft‘ eine Gattung als Objekt der Untersuchung bezeichnet, so kommt es durchwegs auf den generellen Charakter der ländlichen Verfassung an, wie sie in ganz Nordwestdeutschland einheitlich herrschte (gegenüber ihrem andersartigen generellen Charakter in Ost-Elbien und wieder im südlichen, südwestlichen und rheinischen Deutschland (S. 461) und auf deren Entstehung im Zusammenhang mit der allgemeinen Institution der Grundherrschaft. Ebenso führt es im einzelnen zur Klarstellung von ‚Bauernklassen‘ (2. Abschn.): ‚Meier‘, ‚Köter‘, ‚Brinksitzer‘ . . . also Gattungsbegriffsbildung. Diese allgemeinen Ergebnisse gründen sich nun, abgesehen von der Heranziehung früherer Untersuchungen anderer, auf die Analyse und die Vergleichung der Rechts- und Besitzverhältnisse der Bauern- und Rittergüter in einzelnen Kreisen von Niedersachsen im 18. Jahrhundert, wie sie aus Dokumenten (über die Verteilung der Grundherrschaft in einzelnen Ämtern, über Meier- und Kothöfe im Fürstentum Grubenhagen, über Gerichtsherrschaft und Dienstverfassung in einzelnen Ämtern, über Beschaffenheit und Bestandteile einzelner Rittergüter) hervorgehen (Anlagen, S. 1\*—103\*). Die Übereinstimmung der ländlichen Verfassung in diesen speziellen Gebieten ergibt die bestimmte Art derselben, welche für ganz Nordwestdeutschland zutreffend behauptet werden kann, sobald man die Gewähr hat, daß die zugrunde gelegten speziellen Gebiete einem einheitlichen größeren Gebiet bestimmten Umfanges angehören und daher als Stichproben für dieses betrachtet werden dürfen. Diese Methode generalisierender Erkenntnis ist daher, wenn der Nachweis logisch stichhältig sein soll, im Prinzip keine andere als die der Induktion. Damit sieht man aber auch zugleich, wie wenig im allgemeinen historische Generalisierungen den Anforderungen logischer Stringenz entsprechen: Vielfach bleiben Lücken im Beweisgang, es liegen stillschweigend unerwiesene Voraussetzungen zugrunde, es ist gewöhnlich nicht einmal das Bewußtsein der methodischen Erfordernisse da. Eine solche Argumentation bildet dann eben keinen zwingenden Beweis, wenn sie auch einleuchten mag. Eine solche Aufstellung

kann — aber muß nicht — wahr sein; sie ist aber nicht erwiesen.

Deutlich läßt sich die Methode generalisierender Erkenntnis in den Geschichtswissenschaften auch bei kunstgeschichtlichen Stiluntersuchungen überblicken, wie sie z. B. Wölfflin in seiner *Klassischen Kunst* (1898. <sup>3</sup> 1904) gegeben hat. Die Stilwandlung der Hochrenaissance gegenüber der Frührenaissance legt er in seiner Analyse einzelner Hauptwerke der großen Cinquecentisten (Lionardos usw.) dar. Diese zeigt immer wieder ihren gleichartigen Charakter in Bezug auf die Auffassung und Gesinnung, auf das Schönheitsideal, auf die Bildform gegenüber der quattrocentistischen Art. Daß dieses Ergebnis aber mehr bedeutet als eine Charakterisierung bloß dieser einzelnen Kunstwerke, daß es generell für den Stil der Epoche gültig erklärt werden darf, das beruht darauf, daß diese Kunstwerke nicht beliebig ad hoc ausgewählt, sondern repräsentativ für ihre Zeit sind. Und dies ist wieder dadurch gewiß, daß diese Meister und diese Werke eine führende Bedeutung in ihrer Zeit gehabt haben, daß sie (wie die Kartons Lionardos und Michelangelos) vielfach nachgeahmte Vorbilder gewesen sind und auch schon in der zeitgenössischen Wertung, nicht bloß in unserer, als die Höhepunkte des Kunstschaffens dieser Zeit betrachtet worden sind. Es wird also erstens eine Gattungsbegriffsbildung vollzogen durch Vergleichung einzelner Tatsachen (cinquecentistischer Kunstwerke mit quattrocentistischen und untereinander) und dadurch wird das zu Generalisierende: die Merkmalskomplexe der Stileigenarten, gewonnen. Ihre generelle Bedeutung, als Stileigenarten ganzer Epochen, nicht bloß der verglichenen Kunstwerke, erhalten diese Merkmalskomplexe aber dadurch, daß bei ihrer Heraushebung, bei der Gattungsbegriffsbildung, in Bezug auf die Auswahl der zugrunde gelegten Einzelfälle die Bedingungen, welche den gattungsmäßigen Charakter eines ‚Stiles‘ gewährleisten, erfüllt sind: der repräsentative Charakter derselben in Bezug auf Qualität und Verbreitung — oder wie man sonst, was ‚Stil‘ ist, definieren mag. Das sind deutlich die Hauptmomente der Induktion: die Feststellung des zu Generalisierenden an Einzelfällen und die Berechtigung der Generalisierung durch die Gewähr, daß das an den Einzel-

fällen Herausgehobene nicht lediglich individuell ist, sondern den Bedingungen gattungsmäßiger Qualifikation entspricht. Freilich wird dieser letztere Nachweis in dem herangezogenen Beispiel Wölfflins nicht ausdrücklich und methodisch erbracht, ebensowenig wie in dem früheren Beispiel Wittichs; sondern die Gewähr für die Generalisierung gibt ihm seine — unausgesprochene — Kenntnis der Kunst dieser Zeit, also eine ausgebreitete Vergleichung, die sich fast schon einer vollständigen Induktion annähert.

Und damit stellt sich das Verfahren historischer Generalisierung als ein etwas andersartiges dar: eine Gattungsbegriffsbildung auf Grund einer Vergleichung der überwiegenden Mehrzahl der Fälle eines beschränkten Gebietes. Wenn es sich nicht um eine unübersehbare, noch immer wachsende Zahl von Fällen handelt, sondern um eine schon abgeschlossene, begrenzte Anzahl, wie das bei der Geschichte zum großen Unterschied von der Naturwissenschaft der Fall ist, z. B. um die Urkunden der Karolinger, um die Papsturkunden, um die Kunstwerke des Quattro- und Cinquecento, dann wird zwar noch keine vollständige Induktion, aber doch eine Basierung auf das Material nahezu in seiner Gesamtheit durchführbar. Es läßt sich die überwiegende Mehrzahl der Fälle dieses begrenzten Gebietes vergleichen <sup>127</sup> und der nicht herangezogene Rest kann dann infolge seiner verschwindenden Minderheit keine Gegeninstanz mehr bilden — allerdings unter der sehr wesentlichen Voraussetzung (wie bei der statistischen Generalisierung überhaupt) auf Grund sonstiger Erfahrung, daß der betreffende Bereich im Ganzen gleichartig ist und daher die restlichen Fälle nicht einen ganz andersartigen Charakter zeigen werden, was sonst ja prinzipiell ohneweiters möglich wäre. Erst dann kann etwas als generell gelten, das in der großen Mehrheit der überhaupt in Betracht kommenden Fälle, also statistisch festgestellt worden ist — und dadurch unterscheidet es sich dann eben von bloßen statistischen Häufungen —, während sonst bei der Induktion die Generalisierung des an einigen Fällen ermittelten Sachverhaltes für eine unbekannte, unbegrenzte Anzahl von Fällen erst durch einen besonderen Nachweis seines generellen Charakters aus dem Zusammenhang der zugrunde gelegten

Fälle mit schon bekannten Sachverhalten genereller Art fundiert werden muß.

Damit tritt zugleich ein wichtiger Unterschied in den Induktionsergebnissen der Geschichtswissenschaften gegenüber denen der Naturwissenschaften hervor: sie geben nicht Naturgesetze des Geschehens, sondern Gattungen von Beschaffenheit, generelle Eigenarten, die Gruppen historischer Objekte gemeinsam sind. Und diese Gattungen stehen zur historischen Wirklichkeit oft im Verhältnis von Typen, d. h. die Eigentümlichkeit, welche ein solcher Gattungsbegriff rein ausprägt (z. B. einer karolingischen Königsurkunde), findet sich an den historischen Objekten, welche sonst, infolge anderer (zeitlicher und Provenienz-) Momente, doch einem Gattungsbereich angehören, nicht ausnahmslos vor (ausdrückliche Hinweise auf Ausnahmen z. B. <sup>126</sup> S. 90, 99, 167, 204): das heißt eigentlich: eine Gattung auf Grund bestimmter qualitativer Merkmale deckt sich nicht mit der Gattung auf Grund bestimmter zeitlicher, lokaler, Provenienz- . . . Merkmale. Daß sich hingegen ein Typus (die Eigenart eines Stiles, einer Epoche) nicht überall in derselben Weise vorfindet, sondern auch modifiziert erscheint, das ist ja auch bei der vollständig gesetzmäßigen Bestimmtheit der Naturvorgänge nicht anders, wenn die Auswirkung einer Gesetzmäßigkeit durch das Hinzutreten anderer kompliziert wird. Es sind auch bei den historischen Erscheinungen für ihre Abweichungen vom Typus besondere Ursachen vorhanden.

Ich habe schon darauf hingewiesen, daß das tatsächliche Verfahren der Generalisierung in den historischen Wissenschaften den Anforderungen einer strengen Methode des Geltungsnachweises gewöhnlich nicht entspricht. (Vielleicht sind sie überhaupt nie vollständig erfüllt, sondern nur in den günstigsten Fällen wenigstens erfüllbar.) Man muß das tatsächlich geübte Verfahren erst ergänzen und auf eine ideale Form bringen, wenn es überhaupt eine logisch schlüssige Beweismethode darstellen soll. An dieser methodischen Mangelhaftigkeit liegt es, daß historische Ergebnisse vielfach unsicher und kontrovers sind; und dem läßt sich nur dadurch abhelfen, daß sie logisch zwingend werden.

## 2. Der Indizienbeweis.

Die Untersuchung der methodischen Voraussetzungen der Quellenkritik und Interpretation hat auf die Generalisierung in den historischen Wissenschaften geführt. Übereinstimmung oder Widerspruch mit einem generellen Zeit-... Charakter bildet aber natürlich nicht das ausschließliche Mittel der Quellenkritik und -Interpretation. Die Bestimmung einer Entstehungszeit durch einen terminus post und ante quem, eines Autors durch eine sukzessive Identifizierung usw. geht anders vor sich: durch Schlüsse an der Hand von Einzeltatsachen. Das soll ein Beispiel zeigen, wie die Bestimmung des Verfassers der ursprünglichen Rezension (erhalten in einer Jenenser Handschrift) einer Weltchronik um 1100, der in ihrer Art vollendetsten Weltchronik des Mittelalters<sup>128</sup> (S. 220), die bis dahin fälschlich dem Ekkehard von Aura zugeschrieben worden war.

Zuerst wird der kritische Nachweis geführt, daß zwischen dieser ersten Rezension der Weltchronik und denjenigen, für welche Ekkehard als Autor teils sicher, teils sehr wahrscheinlich ist, eine tiefgreifende Verschiedenheit besteht in inhaltlicher und formaler Hinsicht (Gesinnungswechsel, andere Chronologie, verschiedene Form derselben deutschen Eigennamen, verschiedene Handschrift). Das ist aber nur der schon besprochene Nachweis genereller Eigentümlichkeiten — in diesem Fall für einzelne, individuelle Werke — durch statistische Vergleichung. Denn es kommt darauf an, daß die differierenden Merkmale (Kaisertreue — päpstliche Gesinnung, chronologische Rechnung nach Inkarnationsjahren und nach Regierungsjahren der Herrscher — bloß nach ersteren, eine viersilbige [Magadeburg] — eine dreisilbige Namensform für Magdeburg u. a., die verschiedene Form eines Kürzungszeichens oder eines Buchstabens) für ein jedes Werk ganz allgemein gelten; z. B. die Rezension B verwendet als allgemeines Abkürzungszeichen „zumeist eine . . . Linie, die ganz genau in dieser Gestalt in A nicht, ähnlich nur selten vorkommt“ (S. 206). Die bloße Konstatierung, daß in beiden Rezensionen auch manchmal Buchstabenformen, Namensformen, Gesinnung von einander abweichen, würde für einen

methodischen Nachweis ihrer Verschiedenheit noch nicht genügen. Gerade dadurch könnte sich ja leicht ein methodischer Fehler ergeben, daß man statt einer durchgehenden Verschiedenheit bloß einzelne herausgegriffene Differenzen feststellt.

Mit dem Nachweis der generellen Verschiedenheit zwischen der ältesten und den anderen Rezensionen der Weltchronik steht zugleich fest, daß der Verfasser und Schreiber der einen nicht derselbe sein kann wie der der anderen: Ekkehard. Die Art des positiven Nachweises für den Verfasser und Schreiber der ältesten Rezension ist es nun, was uns hier in erster Linie interessiert. Dieser knüpft sich an die folgenden Tatsachen. 'Wie die autographe Handschrift bis ins 15. Jahrhundert der Bibliothek von Kloster Michelsberg angehört hat, so muß auch aus inneren Gründen, wegen der von ihm benutzten Quellen, ihr Verfasser ein Mönch dieses Klosters gewesen sein' (S. 214). Es gibt nun eine Reihe unanfechtbarer Zeugnisse dafür, daß gerade um die Zeit, in der die Weltchronik entstanden sein muß, der Prior Frontolf von Michelsberg eine Chronik verfaßt hat. 1. Der sogenannte Anonymus Mellicensis, ein Chronist des 12. Jahrhunderts, der zu Michelsberg in Beziehung stand, berichtet, daß ein 'Frontolfus abbas' eine Chronik schrieb, außer anderen, namentlich musiktheoretischen Werken. 2. In einem Verzeichnis der Handschriften der Klosterbibliothek von Michelsberg aus der ersten Hälfte des 12. Jahrhunderts ist ein 'liber cronicorum' genannt als vom Prior Frutolf dem Kloster geschenkt und ebenso ein von diesem verfaßtes 'breviarium de musica'. 3. Der Stiftsherr Heimo in Bamberg, der zum Kloster Michelsberg in Beziehung stand, weil er sein 1135 geschriebenes Werk dem Bibliothekar dieses Klosters widmete und einen Frontolf seinen Lehrer nennt, berichtet darin auch von dessen Chronik, und zwar daß dieser darin den Zeitraum von der Welterschöpfung bis zur Geburt Christi um 10 Jahre länger als Beda (3962 statt 3952) angegeben habe. In der Weltchronik angeblich des Ekkehard von Aura ist nun tatsächlich die Geburt Christi im Jahre 3962 nach der Welterschöpfung angesetzt! Das sind die hauptsächlichsten Beweisgründe, die von Breslau noch durch einige andere Koinzidenzen vermehrt werden, da-

für, daß der Prior Frontolf von Michelsberg die älteste Rezension der Weltchronik verfaßt und geschrieben hat.

Wenn wir nun den *nervus probandi* kurz überblicken, so ist es folgender: Ein Frontolf, von dem zwei unabhängige Quellen, die gerade zu Michelsberg in Beziehung standen und daher besonders glaubwürdig sind, übereinstimmend die Abfassung einer Chronik berichten und eine von den beiden Quellen auch noch die Abfassung musiktheoretischer Schriften, wird mit dem Prior von Michelsberg identifiziert, weil dieser in derselben Zeit in einer dritten selbständigen Quelle als Spender einer Chronik und einer musiktheoretischen Schrift bezeugt ist, also auf Grund der Übereinstimmung in den verfaßten und den geschenkten Werken. Und diese Chronik des Priors Frontolf wird mit der handschriftlich vorhandenen Weltchronik identifiziert, weil diese dieselbe chronologische Eigentümlichkeit aufweist, die von jener berichtet wird. Diese Identifizierungen gründen sich auf die Übereinstimmung in individuellen Kennzeichen (chronologische Eigentümlichkeit, Chronik und musiktheoretische Schriften zugleich) und außerdem darauf, daß es äußerst unwahrscheinlich ist, daß zur selben Zeit (um 1100) in derselben Gegend (Michelsberg) zwei Personen desselben Namens und (geistlichen) Standes gelebt hätten und Werke derselben Art mit genau derselben Besonderheit verfaßt hätten, von denen das eine im 12. Jahrhundert mindestens dreimal erwähnt wird, dann aber spurlos verschwunden sein müßte, das andere bis heute erhaltene hingegen nie erwähnt wäre. (Vgl. auch <sup>127</sup> S. 215, 216.) Diese Identifizierungen beruhen somit auf der allgemeinen Erfahrung, daß ein solcher bis ins einzelne gehender Parallelismus in zeitlicher, räumlicher und individueller Hinsicht sonst nicht vorkommt.

Das ist die Art des Nachweises von nicht unmittelbar feststellbaren Einzeltatsachen auf Grund gegebener Einzeltatsachen — die hauptsächlichste Art historischer Erkenntnisbeweise. Es ist das Verfahren, das als 'Indizienbeweis' auch in der gerichtlichen Tatbestandserkenntnis grundlegend ist, wo es auf dieselbe Aufgabe wie in den historischen Wissenschaften ankommt: Feststellung von Tatsachen (Täterschaft, Vorsatz etc.), welche nicht durch direkte Wahrnehmung glaub-



würdiger Zeugen feststehen. Der Indizienbeweis steht hier dem Zeugenbeweis gegenüber, in dem die für den Strafanspruch unmittelbar erheblichen Tatsachen (Tatbestand, Täterschaft, Schuld usw.) durch Zeugenaussagen direkt erwiesen werden, während der Indizienbeweis als indirekter Beweis solche Tatsachen erweist, welche einen Schluß auf die unmittelbar erheblichen Tatsachen ermöglichen (s. <sup>129</sup> S. 185). Die Bedeutung und Art des gerichtlichen Indizienbeweises ist lehrreich auch für die Geschichtswissenschaften. Der Indizienbeweis hat seine selbständige beweisende Rolle im Gerichtsverfahren erhalten, als nach der Abschaffung der Folter im 18. Jahrhundert der Grundstein des Beweissystems des Inquisitionsprozesses: das erzwungene Geständnis, gefallen war. Als Ersatz dafür mußte nun der Indizienbeweis ausgebildet werden. Man getraute sich aber nicht sogleich, die Beweisfrage den Richter in freier Beweiswürdigung entscheiden zu lassen, sondern hat eingehende und oft verwickelte Vorschriften darüber, unter welchen Voraussetzungen eine zweifelhafte Sache als erwiesen zu gelten hat (gesetzliche Beweistheorie): aufgestellt <sup>129</sup> (S. 8, 9). (Daraus abschließend noch eine ausführliche Theorie des Indizienbeweises bei U. Mittermaier, <sup>130</sup>.)

Der Indizienbeweis in der Geschichte wie im Gerichtsverfahren besteht darin, daß von gegebenen Einzeltatsachen (Indizien) aus ein nicht-gegebener (unbekannter oder bloß vermuteter) Sachverhalt festgestellt wird. Diese Feststellung geschieht durch Schlüsse. (Auch <sup>130</sup> S. 412: „Der künstliche Beweis beruht auf Schlußfolgerungen aus Tatsachen.“) Schlüsse erfordern aber allgemeine Obersätze. Um von gegebenen Tatsachen aus einen nichtgegebenen Sachverhalt logisch erschließen zu können, muß man allgemeine Regeln des Zusammenhanges zwischen den Tatsachen kennen, vermöge deren mit den einen, die gewiß sind, auch andere, neue Tatsachen oder eine bestimmte Beziehung zwischen ihnen mitgesetzt, mitgesichert sind. Diese allgemeinen Obersätze werden durch die Naturgesetze und die Erfahrungen über regelmäßige Tatsachenzusammenhänge gegeben. (Vgl. auch <sup>130</sup> S. 414.) So stellt z. B. Bernheim (a. a. O. S. 382) ausdrücklich fest: „Die Methode der Quellenanalyse (der Zurückführung einer Quelle auf andere) beruht . . . wesentlich

auf zwei psychologischen Erfahrungssätzen: 1. wenn zwei oder mehrere Menschen dasselbe noch so einfache Ereignis, geschweige denn einen ganzen Komplex von Ereignissen erleben und auffassen, so fassen sie nie alle Momente desselben in ganz gleicher Weise auf, geben also, wenn sie dasselbe berichten, nie alle Momente in ganz gleicher Weise wieder; 2. wenn zwei oder mehrere Menschen selbständig denselben Vorstellungsinhalt zu sprachlichem Ausdruck bringen, so geschieht das nie in ganz gleicher Form (abgesehen von formelhaften Wendungen . . .). Man sieht, diese Axiome . . . sind nicht gerade von der Art mathematischer Axiome.<sup>4</sup> Es sind einfach die Regeln des normalen, gewöhnlichen, durchschnittlichen Zusammenhanges der Tatsachen, keine unbedingten Notwendigkeiten. Infolge dessen muß man dann immer auch die Möglichkeit einer außergewöhnlichen Verkettung der Tatsachen in Betracht ziehen und diese (womöglich) ausschließen. Zu diesem Zweck dienen mehrere konvergente Indizien, wenn verschiedene Tatsachen dieselbe Folgerung ergeben. Dabei können natürlich als mehrere verschiedene Tatsachen nur solche gelten, welche vollständig unabhängig voneinander feststehen. Das muß man auch für die gegenseitige Stützung der historischen Resultate im Geschichtszusammenhang beachten. Durch eine solche Übereinstimmung der Indizien wird jede andere Verknüpfung der Tatsachen zu einer so ungewöhnlichen und ausnahmsweisen, daß sie dadurch äußerst unwahrscheinlich wird.

Die Geltungsart des Ergebnisses eines Indizienbeweises hängt allgemein davon ab, ob sich aus den gegebenen Tatsachen der gefolgerte Sachverhalt mit Eindeutigkeit ergibt oder nicht; ob die Folgerung lautet: da diese und diese Tatsachen feststehen (z. B. bestimmte äußere und innere Merkmale der pseudoisidorischen Dekretalen), muß ein bestimmter Sachverhalt bestanden haben (die Fälschung derselben) — oder: kann ein bestimmter Sachverhalt bestanden haben (die Fälschung in Nordfrankreich um die Mitte des 9. Jahrhunderts). In diesem letzteren Fall sind neben dem gefolgerten Sachverhalt prinzipiell auch noch andere möglich, aber er ist allein der wahrscheinliche nach den Regeln der Erfahrung. Im ersten Fall ist das Gegenteil des

gefolgerten Sachverhaltes überhaupt unmöglich, im zweiten wohl prinzipiell möglich, aber unwahrscheinlich. Die Ergebnisse von Indizienbeweisen können also mit Gewißheit gelten — sobald sie notwendig sind.

Der historische Schluß ist nicht, wie E. Meyer <sup>112</sup> (S. 198) meint, „seinem Wesen nach notwendig problematisch“, weil er von der Wirkung auf die Ursache geht, sondern so wie Bernheim <sup>113</sup> (S. 381): „Man kommt bei genügender Vorsicht und unter geeigneten Umständen zu Schlüssen, die an Sicherheit den mathematischen nicht nachstehen“. Und Gleispach <sup>120</sup> (S. 187): „Nur äußerst selten wird eine Anzeige [Indizium] zu einem sicheren Schluß hinreichen. Hingegen vermag eine wirkliche Mehrheit von Anzeigen gewiß zumindest ebensogut begründete Überzeugung zu schaffen, jeden vernünftigen Zweifel auszuschließen als der direkte Beweis [der straf erheblichen Tatsachen]. Wenn sich alle einzelnen Anzeigen zu einem Kreise derart zusammenschließen, daß nur die Annahme der Tatsache als wahr eine Erklärung dafür abgibt, so hat der Anzeigenbeweis geradezu eine zwingende Kraft.“

Gewöhnlich gelten die Ergebnisse von Indizienbeweisen aber wohl nur mit Wahrscheinlichkeit, sofern alle anderen Möglichkeiten daneben bloß unwahrscheinlich sind. Dieser Unterschied in der Geltungsart hängt nicht nur davon ab, ob die gegebenen Tatsachen eine eindeutige Folgerung bestimmen oder mehrere Möglichkeiten offen lassen, sondern auch davon, ob die Tatsachen, von denen aus, oder die Zwischenglieder, mit Hilfe deren auf andere geschlossen wird, gesichert feststehen oder ob sie selbst schon zum Teil bloß wahrscheinlich oder nur angenommen, hypothetisch sind, denn in den letzteren Fällen geht dieser Charakter notwendig auch auf die Geltungsweise des Endergebnisses über. Es gehört deshalb zu den unerläßlichen Forderungen wissenschaftlicher Zuverlässigkeit — die freilich oft genug außer Acht gelassen wird —, sich über den Geltungscharakter seiner Prämissen durchaus im klaren zu sein. Die Zuverlässigkeit eines Indizienbeweises hängt prinzipiell davon ab, inwiefern die erforderlichen Indizien auch tatsächlich durch die historische Überlieferung oder durch Denkmäler gegeben sind. Wenn welche davon fehlen, kann man nicht umhin, die Lücken

gegebenen Falles auch durch unsichere, hypothetische Glieder auszufüllen — weil man sonst überhaupt nicht weiter käme. Nur muß man sich dann des hypothetischen Charakters der ganzen Schlußkette auch voll bewußt sein.

Es ist klar, daß auch der Indizienbeweis nichts anderes ist als Deduktion, als eine besondere Art von Deduktion — ebenso wie ja auch die Theorie und die Induktion nur verschiedenartig angebaute Systeme von Schlußfolgerungen sind, aber keine spezifischen Erkenntnisweisen. Es ist eine Deduktion, welche sich nicht rein innerhalb des Allgemeinen bewegt und nicht mit allgemeinen Schlußsätzen endet, sondern welche sich wesentlich auch auf Aussagen über Einzeltatsachen aufbaut und immer zu Aussagen über Einzeltatsachen führt. Dadurch stellt der Indizienbeweis eine eigene Art, d. h. Anwendungsform des deduktiven Verfahrens neben jenen anderen dar.

### 3. Kritik der Intuition.

Mit den dargelegten Methoden, dem Indizienbeweis und der induktiven Generalisierung, lösen die historischen Wissenschaften alle ihre Aufgaben:<sup>145</sup> Die erste große Aufgabe der äußeren und inneren Quellenkritik — hier sind es Schlußfolgerungen auf die Entstehungsbedingungen einer Quelle — und die zweite große Aufgabe der Feststellung der historischen Tatsachen auf Grund der Quellen — hier handelt es sich um die Abspaltung und Überwindung der Subjektivität, die als unzureichende Wahrnehmung, getrübbte Erinnerung, subjektive Auffassung, einseitig auswählende Tendenz, bewußte Entstellung immer in den Berichten liegt, und um die Heraus-schälung eines Objektiven, des historisch Tatsächlichen darin: und das geschieht durch gegenseitige Kontrolle und Korrektur der Quellen. Von einander unabhängige Berichte über dieselbe Sache, die auf Grund der Quellenkritik glaubwürdig sind, werden unter einander und mit zugehörigen Denkmälern und Überresten auf Übereinstimmung oder Widerspruch hin verglichen und zu gegenseitiger Ergänzung verwendet. Auch das ist nichts anderes als die Übereinstimmung mehrerer Indizien, also das Verfahren des Indizienbeweises oder die

Übereinstimmung mit einem Ergebnis induktiver Generalisierung.

Vielfach redet man freilich auch vom „Analogieschluß“ als Erkenntnisweg der Geschichtswissenschaft <sup>119</sup> (S. 166, 573, 579, 568, 569), <sup>121</sup> (S. 93 f.), <sup>132</sup>, <sup>131</sup> (§ 132), so z. B. Ed. Meyer <sup>142</sup> (S. 201): „Das Mittel, welches der historische Schluß verwendet, ist die Analogie. Sie beherrscht alle Schlüsse über die äußeren Kräfte, welche die Gestalt des Ereignisses beeinflussen, bis zu den rein mechanischen Vorgängen hinab, vor allem aber alle Urteile auf dem reizvollsten Gebiet der Geschichte, dem der inneren Momente oder der psychischen Faktoren.“

Dabei verwechselt man aber, wie auch sonst oft, den psychologischen Weg des Findens mit einem Geltungsgrund. Ein Schließen nach Analogie kann als logisch stichhaltiges Verfahren nur ein Subsumtionsschluß auf Grund einer Gattungsbegriffsbildung sein, die aber noch nicht vorliegt, sondern erst ad hoc vollzogen werden muß. Eine bloße Analogie, eine teilweise Ähnlichkeit kann bloß ein heuristisches Prinzip abgeben, aber keine ernstliche Geltungsgrundlage, denn eine Übereinstimmung zwischen Objekten in mehreren, auch wesentlichen Merkmalen gibt noch durchaus keine Gewähr, daß sie auch in den anderen Merkmalen übereinstimmen. Sie kann nur zur Annahme führen, daß sie in dieser Hinsicht einer gemeinsamen Gattung angehören: aber das zu erweisen ist erst eine Sache induktiver Generalisierung. Klar zeigt sich das an dem von Barth <sup>131</sup> (S. 96) herangezogenen Beispiel aus der Physik: „Als Huygens von der bekannten Ausbreitung des Schalles durch Wellenbewegung der Luft schloß, auch die Ausbreitung des Lichtes werde eine Wellenbewegung sein“, so war das natürlich noch lange kein gültiger logischer Schluß, sondern eine bloße Annahme (so auch Barth selbst, S. 98), die erst verifiziert werden mußte.

Auch die dritte große Aufgabe der historischen Wissenschaften muß sich der beiden dargelegten Methoden bedienen: die der *Synthese* der einzelnen historischen Tatsachen zu immer weiteren Einheitszusammenhängen. Die Geschichtswissenschaften haben die festgestellten historischen Tatsachen nicht bloß in die zeitliche Ordnung zu bringen, sondern auch

in einen inneren sachlichen Zusammenhang mit einander. Sie suchen Kausalzusammenhänge zwischen ihnen auf: Es werden die Wirkungen eines historischen Geschehens (z. B. der Schlacht bei Cannae) untersucht und ebenso die ursächlichen Bedingungen (z. B. des Niederganges von Venedig im 16. Jahrhundert); die historischen Tatsachen werden genetisch miteinander verknüpft. — Die Geschichtswissenschaften suchen aber auch noch andersartige Zusammenhänge auf: zu den Bedingungen historischen Seins und Geschehens gehören auch Absichten und planmäßige Handlungen, gehören Vorstellungen und Gefühle und deren Ausdruck, welche ein historisches Ergebnis (z. B. ein Kunstwerk) herbeiführen. Ihnen nachgehen, heißt historische Tatsachen in einen Motivationszusammenhang bringen und das heißt, einen teleologischen Zusammenhang von Zwecken und Mitteln herstellen. — Zu den Aufgaben der Geschichtswissenschaften gehört es aber auch, aus historischen Einzel-tatsachen das Gesamtbild einer Persönlichkeit (eines Cäsar, eines Goethe) aufzubauen. Das ist ein Komplex von Erlebnissen und von Charaktereigenschaften, ein — innerhalb eines Lebens — gattungsmäßiges Verhältnis von psychischen Elementen und Funktionen, von denen die einen präpon-derieren, die anderen mehr oder weniger untergeordnet sind, die einen die wesentlichen, die anderen bloß konsekutive sind, ein hierarchisch angeordneter Zusammenhang also. Um einen solchen Zusammenhang handelt es sich nicht bloß beim Gesamtbild einer historischen Persönlichkeit, sondern auch beim Gesamtbild einer Epoche oder eines Gebietes, überall, wo es auf die Synthese von Einzelzügen zur Einheit einer Individualität ankommt.

Für alle diese Aufgaben einer Synthese haben die historischen Wissenschaften keine anderen wissenschaftlichen Methoden zur Verfügung als die dargelegten. Das steht freilich in vollem Widerspruch zur führenden oder wenigstens modernen Anschauung unserer Zeit. Zuerst hat sich Dilthey in seiner Einleitung in die Geisteswissenschaften (1883) gegen die Einheitlichkeit der wissenschaftlichen Methoden gewendet, dagegen, daß die an den Naturwissenschaften festgestellten Methoden auch für die Geisteswissenschaften gefordert werden

— gegen ‚das einförmige und ermüdende Geklapper der Worte Induktion und Deduktion‘, das seit Mill immer wieder zu vernehmen sei. ‚Die ganze Geschichte der Geisteswissenschaften ist ein Gegenbeweis gegen den Gedanken einer solchen ‚Anpassung‘. Diese Wissenschaften haben eine ganz andere Grundlage und Struktur als die Natur‘ (1. Buch, XVII, S. 136). Sie brauchen darum ihre eigenen Methoden. Als solche hat er selbst <sup>134</sup> schon das psychologische Verstehen bezeichnet und dieses kann nur intuitiv vor sich gehen. In dieser Richtung folgte ihm eine immer zunehmende Strömung in der erkenntnistheoretischen Auffassung der Geschichtswissenschaft <sup>135–136</sup>. In den intuitiven Prozessen der Einfühlung, des Verstehens und der Synthese sieht man heute die spezifischen ‚Methoden‘ der Geschichtswissenschaften — und darüber hinaus der Geisteswissenschaften überhaupt und namentlich auch der Philosophie. Bergson vertritt diesen Standpunkt in allgemeinsten und prinzipieller Wendung, indem er alles begriffliche Denken als unzulänglich für eine Erkenntnis des Lebens erklärt und dafür nur Intuition gelten läßt.

Die Eigenart der Geschichtswissenschaften gegenüber den Naturwissenschaften wurzelt in der Eigenart ihrer Gegenstände: den kulturellen ‚Simgebilden‘ (wie man sie heute formuliert <sup>124</sup> [S. 18 f.]) und deren psychophysischen Trägern, womit immer fremdes Seelenleben inbegriffen ist. Diese Gegenstände erfordern eine eigene Erkenntnisweise: verstehen, d. h. nacherleben, Einfühlung. Wo es sich um Motivationszusammenhänge, um Charaktere, überhaupt um historisches Seelenleben handelt, vollzieht sich ein Verstehen nur durch ein eigenes Nachbilden desselben, das durch das historische Material veranlaßt und ‚durch irgendeine Art von Gleichheit psychologisch ermöglicht‘ wird <sup>139</sup> (S. 59). Denn es liegt so: ‚Was die Züge eines historischen Charakters, die Vorstellungskomplexe hinter einem historischen Tun zu einer verständlichen Einheit zusammenbindet, ist erkenntnistheoretisch weder Ursache noch Grund, weder das reale Gesetz des Geschehens noch das ideale des Inhalts, sondern ein ganz eigenes Drittes, des Sinnes: daß die rein tatsächlichen Elemente durch ihre individuelle Färbung und Lage-

nung eine nicht gesetzlich festzulegende, sondern nur nachzufühlende Beziehung und Einheit erhalten' <sup>130</sup> (S. 39, 40). Ein solches nacherlebendes Verstehen geht aber intuitiv vor sich: und es ist nicht bloßes Erleben, sondern intuitive Erkenntnis, weil in ihm als Nacherleben auch schon die (Nachbildungs-)Beziehung auf das Vergangene liegt (gegenüber <sup>132</sup>). Bei ihren Kausalzusammenhängen (z. B. den Ursachen des Niederganges von Venedig) lassen sich nicht alle einzelnen Glieder in einer geschlossenen Kausalkette aufweisen, sondern es kommt auf eine Auswahl der wesentlichen an. Weit auseinanderliegende Tatsachen (z. B. die Verlegung der Handelswege mit der Entdeckung des direkten Handelsweges nach Indien durch die Portugiesen) müssen als in einer Kausalverbindung stehend erkannt werden. Das erfordert Phantasie der Kombination, das kann nur intuitiv geschehen. Und wenn das Gesamtbild einer Individualität gegeben werden soll, sei es der Individualität einer Persönlichkeit oder einer Epoche oder eines Stiles, so verlangt das, eine Vielheit von Einzelzügen gleichzeitig zu überblicken und im Verhältnis ihrer Bedeutung zusammenzufassen: und das ist ebenfalls nur intuitiv möglich. 'Das Herstellen des Zusammenhanges führt auf das umfassende A priori des 'Verstehens' zurück, das als Urphänomen bei jeder Betrachtung menschlichen Geschehens anzusehen ist.' 'Es ist ein intuitives Erfassen des Ganzen . . . : 'einfühlende Interpretation' <sup>137</sup> (S. 77, 78; ebenso <sup>135</sup> S. 83).

Das ist alles gewiß richtig — im psychologischen Sinn. Intuitiv wird der Kausalzusammenhang erfaßt, das Ganze einer Zeit erschaut, durch Einfühlung eine Individualität verstanden — das ist keine Frage. 'Die Gabe, sich in fremde Zeit und Volksnatur zu versetzen' <sup>140</sup>, also Einfühlung und Phantasie, wird allgemein als das erste Erfordernis eines Historikers genannt. Durch sensitives Erfühlen und Ertasten des Zusammengehörigen, durch eine Art Stilgefühl, durch Aufblitzen von Gemeinsamkeit und Identischem innerhalb der Mannigfaltigkeit —, so kommt tatsächlich historische Synthese zustande. Aber das bezeichnet auch nur den tatsächlichen, den psychologischen Weg des Findens und des Auftauchens einer solchen Erkenntnis. Das Finden ist aber



immer eine rein psychologische Angelegenheit, gar keine erkenntnistheoretische. Es gibt wissenschaftlich überhaupt keinen *methodus inveniendi* — keine Lullische Kunst! —, sondern nur einen *methodus demonstrandi*. Damit begründet sich erst der erkenntnistheoretische Wert, die Geltung, einer intuitiv gefundenen Synthese. Als solche gegeben, steht sie noch keineswegs als Erkenntnis fest; da ist sie erst Einfall. Eine solche Intuition muß immer erst noch in ihrer Gültigkeit erwiesen werden — das ist die grundsätzliche Forderung der Wissenschaftlichkeit.

Mit jenen Feststellungen (wie z. B. <sup>130</sup> S. 82 f.) bewegt man sich daher im Gebiet der Erkenntnispsychologie. Unter erkenntnistheoretischem Gesichtspunkt, unter dem der Geltung, ergeben sie noch keine hinreichende Grundlage. Der tatsächliche psychologische Aufbau der Erkenntnis ist ein anderer als der erkenntnistheoretische. Eine Intuition steht gewöhnlich schon am Anfang einer Untersuchung als leitender Gedanke, denn schon der erste Abschnitt, die Themawahl und Fragestellung, wird oft bestimmt durch eine intuitive Kombination, weil man, indem man aus dem Vielerlei des Geschehenen ein bestimmtes Thema herausgreift, schon eine Reihe oder einen Komplex von Tatsachen in einem bestimmten Zusammenhang vor Augen hat und dieselben in diesem Zusammenhang vorläufig erkennend verbindet<sup>131</sup> (S. 523 auch S. 228 f.). Das ist in allen Wissenschaften, auch in den exakten Naturwissenschaften, so. Überall spielt der Einfall, d. i. die intuitive Konzeption, eine führende, richtunggebende Rolle für die Verknüpfung der Einzeldaten, für die Synthese. Diese Intuition kann aber wissenschaftlich nie mehr als heuristische Idee sein, als eine Fragestellung. Über deren Geltung hat erst der methodische Nachweis zu entscheiden.

Darum muß dieser auch in den historischen Wissenschaften für ihre intuitiven Synthesen geführt werden. Der Zusammenhang, der intuitiv erschaut worden ist, muß aus den gesicherten Einzeldaten erwiesen werden. Selbst Simmel <sup>132</sup> (S. 22) erkennt gelegentlich an: Zu begründbarer Erkenntnis wird uns ein Charakter nur als induktives Resultat seiner einzelnen Äußerungen oder richtiger: als der zusammenfassende Name für die Wesentlichkeiten oder Gemeinsam-

keiten dieser: Eine Geltungsbegründung läßt sich in der Weise geben, daß gezeigt wird nicht nur, daß die historischen Tatsachen mit einer solchen Verknüpfung übereinstimmen, daß ihr keine Tatsache widerspricht — das würde eine solche Verknüpfung erst als möglich erweisen und sie wäre damit erst eine problematische Hypothese —, sondern es müssen sich auch eindeutige positive Anzeichen für eine solche Verknüpfung aufweisen lassen. Es müssen Tatsachen aufzufinden sein, welche sich nur beim Bestehen eines solchen Zusammenhangs erklären lassen und sonst nicht. Das ist aber der Indizienbeweis. — Lassen sich aber solche positive Anzeichen, welche beweisen, daß dieser Zusammenhang der einzig mögliche ist, nicht finden, so ist die Gewißheit seiner Geltung nicht gesichert. Aber es läßt sich dann doch oft zeigen, daß von mehreren möglichen Verknüpfungen jede andere außer einer unwahrscheinlich ist. Dann ist diese Synthese wenigstens als (mehr oder weniger) wahrscheinliche Hypothese erwiesen. Und das ist wohl der häufigste Fall.

Es ist lehrreich zu sehen, wie eine naturwissenschaftliche Disziplin, und zwar eben auf historischem Gebiet, die Aufgabe einer Synthese zu lösen sucht. O. Abel hat in seinen *Lebensbildern aus der Tierwelt der Vorzeit* (1922) die Aufgabe aufgenommen, *das Tierleben der Vorzeit nicht nur in seinen Einzelgestalten, sondern in seiner Gesamtheit, als Lebensbild im Rahmen seiner einstigen Umwelt* darzustellen (Vorwort, S. III) — offenbar eine Aufgabe, die ebenso Phantasie und schöpferische Kombination erfordert wie eine geistesgeschichtliche. Als *die wissenschaftlichen Methoden, die uns eine Rekonstruktion vorzeitlicher Lebensbilder gestatten*, bezeichnet er (Vorwort, S. IV, V) einerseits *Analogieschlüsse* — vgl. dazu die Bemerkungen über Analogieschlüsse, S. 279 — von der lebenden Tierwelt und ihrer Umwelt unter bestimmten analogen Verhältnissen auf das Tierleben entsprechender geologischer Epochen (z. B. von dem heutigen Tierleben des indomalaischen Archipels auf das der österreichischen Braunkohlensümpfe der Miozänzeit); andererseits führt er, für entferntere geologische Epochen, die *paläobiologische Untersuchung* an, welche über die Körperform und Körperhaltung einer heute fremdartigen Tierart hinaus

auch ihre Bewegungsart und Nahrungsweise, ihre ganze Lebensweise zu erschließen sucht. Das ist die Methodik der *Schlußfolgerungen* . . . die zur Rekonstruktion eines vorzeitlichen Lebensbildes führen<sup>1</sup>, und sie soll im einzelnen zur Nachprüfung offen und ehrlich dargelegt werden. Die Durchführung zeigt, daß auch bei der unsichersten Rekonstruktion (der aus der Permzeit) das Gesamtbild aus der schlußfolgernden Diskussion fester Tatsachen begründet wird, aber auch, daß unausfüllbare Lücken in einem solchen Gesamtbild nicht durch unbelegbare Intuitionen ausgefüllt werden dürfen, sondern eben offen bleiben. Hier gibt also die Intuition nur die Leitidee für die Aufsuchung der begründenden Instanzen an.

Das Begründungsverfahren bleibt aber in den Geschichtswissenschaften oft erzwungenermaßen mangelhaft, lückenhaft, weil infolge der Unvollständigkeit der Quellen nicht alle logisch erforderlichen Daten vorhanden sind. Daraus erfließt dann aber die Verschiedenheit der Ansichten und der Auffassung (z. B. über den Charakter Cäsars oder über die Entstehung der mittelalterlichen Stadt). Die fehlenden Glieder werden dann bloß angenommen, ohne erwiesen werden zu können, und für solche Annahmen stehen natürlich mehrfache Möglichkeiten offen. Aber auch diese Annahmen dürfen nicht völlig willkürlich bleiben, sondern müssen sich in letzter Linie irgendwie, durch Konsequenzen oder durch Übereinstimmung oder Widerspruch im Zusammenhang des geschichtlichen Ganzen, bestätigen oder widerlegen lassen. Sonst sind es bloße Fiktionen — eine Geschichtschreibung aus Wahrheit und Dichtung! Es ist darum gerade ein Gebot wissenschaftlicher Solidität, solche Lücken des Wissens nicht zu verschleiern, sondern offen einzubekennen. Auf dem Übersehen oder willkürlichen Ausfüllen der Beweislücken beruht es auch, daß in den historischen Wissenschaften viel häufiger als in den Naturwissenschaften durch neuerliche Nachprüfung der Beweisgrundlagen und Aufdeckung ihrer Unstichhältigkeit eine sensationelle Kritik möglich wird, die alles Bisherige umstürzt.

Erst eine methodische Begründung erhebt eine intuitive Konzeption überhaupt zu einer wissenschaftlichen Erkenntnis.

Die modernen Theoretiker der Geschichtswissenschaften wollen hingegen gerade den methodischen Geltungsnachweis durch den Weg des Findens ersetzen, die Intuition selbst als einen hinreichenden Geltungsgrund betrachten. Jede andere Geltungsbegründung scheint ihnen gerade durch die Eigenart des Geschichtserkenntnisweges ausgeschlossen, denn das Verstehen des Historischen (von Sinngebilden und fremden Seelenleben) trägt zugleich das Kriterium seiner Richtigkeit in sich. Wenn der Historiker einen seelischen Zusammenhang, eine Individualität im Nacherleben rekonstruiert, so wird die Gewähr der Objektivität dessen in dem nachbildenden Akt selbst mitgegeben, indem sich zugleich ein unmittelbares Gefühl der Bündigkeit<sup>139</sup> oder ein ‚Gefühl der psychologischen Wahrscheinlichkeit‘<sup>139</sup> (S. 35) einstellt. Was uns der objektiven Gültigkeit versichert, ist ‚eine psychologische Qualität der Vorstellungsweise selbst‘. ‚Diese Art der psychologischen Notwendigkeit begleitet die Vorstellungen, mit denen wir geschichtliche Persönlichkeiten rekonstruieren oder vielmehr, sie sind eben dann rekonstruiert, wenn das Bild ihrer seelischen Zustände und Bewegungen diese Begleitung erworben hat‘ (S. 34). Dieses immanente Kriterium der Richtigkeit wird ausdrücklich einer theoretischen Begründung entgegengestellt. Das ‚unmittelbar überzeugende Gefühl der Lebenswahrheit . . ., wie wir es auch gegenüber dem Gedicht oder dem Porträt haben‘, verdankt so wenig wie bei diesen seine Überzeugungskraft theoretischen Erkenntnissen. ‚Diese mögen vorhanden sein, sie mögen die Basis auch jenes Gefühls bilden; ersetzen können sie es nicht, es bleibt immer ein innerzwingbares, qualitativ eigenartiges Gebilde‘ (S. 35). Es ist etwas ganz anderes als ein rationales Erkennen, eben ein intuitives. ‚Wir schließen innerhalb der historischen Bilder von Art und Grad des einen seelischen Elementes auf Art und Grad des anderen — aber nicht im Syllogismus, der auf Allgemeingültiges ausgeht, sondern in einer Synthesis der Phantasie, die dem schlechtbin Individuellen gegenüber den Geltungswert des Rationalen auf die Zufälligkeit des bloß Geschehenden zu übertragen Macht und Recht hat‘<sup>139</sup> (S. 40). ‚Die Wahrheit einer geschichtlichen Erkenntnis läßt sich niemandem auf rein logischem Weg an-

demonstrieren. 'Wenn ihr's nicht fühlt, ihr werdet's nicht erjagen' . . . Irrationale Momente sind in sie unaufhörlich verwoben' <sup>137</sup> (S. 80, 81) <sup>138</sup> (S. 83).

Darauf beruht es, daß die Geschichtsschreibung so oft ganz nahe an die Kunst herangerückt wird; z. B. von E. Meyer <sup>142</sup> (S. 201): 'Die innere Einheit der psychischen Vorgänge in einem Menschen oder einer Menschengruppe läßt sich vollends nur durch Intuition künstlerisch erfassen, aber niemals wissenschaftlich erkennen' (auch S. 207, 208). Ebenso bei Lamprecht (S. 5) u. a., besonders auch in der modernen Kunstgeschichte <sup>137</sup>.

Aber damit wird der Boden der Wissenschaft unzweifelhaft verlassen. Solche rein intuitive Einsichten mögen wohl Erkenntnisse sein, aber es sind keine wissenschaftlichen Erkenntnisse mehr, denn zum Wesen der Wissenschaft gehört die Nachrechenbarkeit ihrer Ergebnisse. Das macht ja gerade den eigentümlichen Wert des Kulturphänomens 'Wissenschaft' aus, daß sie ihre Behauptungen begründet und nicht einfach hinstellt, und daß sie sie in einem System entwickelt. Das grenzt die Wissenschaft in dem Bereich der Erkenntnis überhaupt ab, denn nicht alle Erkenntnis ist Wissenschaft. Ein nicht geringes Gebiet von Erkenntnis steht neben, außerhalb der Wissenschaft: es sind die Einsichten, die wohl wahr sind, aber die (wie z. B. die gerichtlichen Tatbestandsfeststellungen) keinen systematischen Zusammenhang unter einander bilden oder (wie die Einsichten des praktischen Lebens, auf die z. B. Müller-Freienfels <sup>141</sup> so vielfach hinweist) ohne weitere Geltungsbegründung dastehen. In diesen Bereich von Erkenntnis, die ihrer ganzen Art nach doch nicht wissenschaftlich ist — ohne deshalb nicht Erkenntnis sein zu können —, gehören alle die kulturhistorisch so wirksamen und oft wertvollen Einsichten, die sich bedeutenderen Persönlichkeiten in der Welt und im Leben erschlossen haben und die dann einfach hingestellt und ausgesprochen werden wie z. B. bei Spengler oder Keyserling oder Rathenau. Es ist ein eigenes, charakteristisches Gebiet von Erkenntnis. Sollte es Wissenschaft sein, so wäre es ganz unzulänglich und mangelhaft. Aber es will gar nicht von dieser Art sein, ohne den Anspruch auf den Erkenntnis-

charakter aufzugeben. So erklärt Rathenau in der Widmung seiner „Kritik der Zeit“ an G. Hauptmann ausdrücklich: „... die Überredungskunst des dialektischen Beweises, die ich nicht achte. Ich glaube, daß jeder klare Gedanke den Stempel der Wahrheit oder des Irrtums auf der Stirn trägt. Dahin müßten nun auch die Geschichtswissenschaften gezählt werden, wenn sie sich wirklich auf bloße Intuition aufbauen wollten. Wenn sie aber Wissenschaft sein sollen, so ist eine methodische Begründung für sie unerläßlich.“

Wozu aber noch eine Begründung, wenn man tatsächlich das Ergebnis schon vor sich hat, wenn psychologisch die Intuition ohnedies immer das Primäre und Führende ist? Ist das nicht bloße formalistische Pedanterie? Der tiefere Grund liegt darin, daß die geschichtliche Erkenntnis nur dadurch Eines gewinnen kann, was jenem Bereich außerwissenschaftlicher Erkenntnis immer abgeht und nur die Wissenschaft auszeichnet: die objektive Sicherheit ihrer Geltung, denn es gibt mancherlei Intuition, wahre und falsche — und halb wahre, und die letzteren sind viel häufiger als die ersten. Der eine schaut die vorliegenden Einzelzüge zu diesem, der andere zu jenem Bild einer historischen Persönlichkeit zusammen; wie soll da entschieden werden, welches intuitive Bild das richtige ist? Nur in der Wissenschaft gibt es ein unzweideutiges Kriterium der Wahrheit: gesetzmäßiger Zusammenhang einer Behauptung mit anderen feststehenden. In der Begründung wird dieser Zusammenhang klar aufgewiesen. Dadurch werden wir der Wahrheit dieser Behauptung gewiß. Ohne Geltungsableitung, als rein intuitive Einsicht, steht sie für sich allein und trägt alle Gewähr ihrer Gültigkeit in sich selbst. Es ist ein subjektives, persönliches Fundament, nicht ein unpersönliches, objektives wie der formale logische Geltungszusammenhang. Und darum ist die Wahrheit solcher Intuitionen immer problematisch. Sie können wahr sein, aber auch falsch sein; das ist ihnen nicht anzusehen und einen anderen Weg, uns dessen zu versichern, haben wir nicht mangels jeder Begründung. Darin liegt ja der Mangel aller solchen Werke wie der von Spengler u. a. Man hat mit ihren großzügigen Synthesen nie ein sicheres Ergebnis vor sich, sondern immer etwas Problematisches, das erst eine wissen-

schaftliche Nachprüfung auf seinen Wahrheitswert erfordert. Es sind Einfälle, wie sie auch in der wissenschaftlichen Arbeit am Anfang stehen: aber erst eine methodische Begründung, wie sie die Wissenschaft gibt, vermag uns ihren Charakter als Erkenntnis zu verbürgen. Wie oft betrachtet man die erste Intuition als die einzig mögliche Synthese und übersieht, daß es dabei auch noch andere Möglichkeiten gibt, weil die erste, Richtung gebende Intuition, die uns auf eine gewisse Kombination hingelenkt hat, unseren Gesichtskreis leicht beschränkt hält, so daß wir nur die Momente sehen, die nach der einen Richtung hin liegen<sup>119</sup> (S. 576).

Diese Konsequenz des Intuitionismus, daß sich auf dem intuitiven Weg subjektiv verschiedene Synthesen ergeben können, haben aber auch die modernen Theoretiker der Geschichtswissenschaften nicht übersehen können und sie haben sie in der Weise in ihre Theorie aufgenommen, daß darin eine objektive Mehrdeutigkeit erkenntnismäßig zur Geltung kommt, daß in den verschiedenen subjektiven Auffassungen des historischen Geschehens erst dessen komplexer Charakter erfaßt wird. „Es wäre ein falscher Rationalismus, anzunehmen, daß diese persönlichbedingten Ungleichheiten zu beseitigen wären. . . . Die Fülle der Geschichtsbilder ist gerade das, was sein soll. — in ihrer Gesamtheit erst nähern wir uns dem in strengem Sinn unerfaßbaren Reichtum des Geschehens an sich“<sup>127</sup> (S. 80). Das setzt aber entweder voraus, daß die verschiedenen intuitiven Geschichtsbilder mit einander verträglich sind und sich nicht widersprechen — und dann sind es eben doch nur Teile eines Ganzen, Elemente für eine neue, höhere Synthese; oder die Sätze schließen logisch einander aus — und sollen doch jeder wahr sein, dann läuft es auf die Lehre von einer mehrfachen Wahrheit hinaus; dann stellt sich die Geschichtswissenschaft damit außerhalb der Logik ins Irrationale.

Diese Auseinandersetzung mit dem Intuitionismus durch den Nachweis, daß die formale Begründung für die wissenschaftliche Erkenntnis unerläßlich ist, hat eine weitere Bedeutung als bloß für die historischen Wissenschaften. Denn die intuitionistische Strömung ist eine allgemeine: auch in den anderen Wissenschaften macht sie sich geltend. Für die

Erkenntnistheorie hat sich das ja schon im 1. Teil gezeigt. Auch in der geographischen Länderkunde will E. Banse die Synthese der einzelnen geographischen Charakterzüge einer Landschaft zum Ganzen eines ‚Landschaftsbildes‘ gänzlich der ‚künstlerischen Intuition des Dichters‘ überweisen. ‚Zergliederung und Begriffsbildung allein führen nicht zum Ziele, sie bereiten nur gesichtetes Material auf und es bedarf einer anderen Hand, ein wohnliches Gebäude daraus zu errichten. Hier springt die Kunst ein‘ <sup>146</sup> (S. 18), denn es handelt sich bei der länderkundlichen Synthese in letzter Linie um das ‚Einfühlen in die Seele eines Landes‘ (S. 16 f.). Selbst in der Mathematik stellt Brouwer <sup>147</sup> dem bisherigen Formalismus, d. i. der formal-logischen Entwicklung von ‚Relationsserien‘ zwischen den mathematischen Grundelementen ‚unabhängig von der Bedeutung, die man den Relationen oder den Entitäten zuerkennen will‘, einen Intuitionismus gegenüber: Die Mathematik beruht in letzter Linie auf ‚Ur-Intuitionen‘, die sich aus der individuellen Zeitanschauung in dem Sinne der Veränderungsreihe durch Abstraktionen ergeben. Dadurch kommt man zu den zwei Grundschröpfungen der Mathematik: der endlichen und der unendlichen Ordinalzahl und den Relationen. Der logische Formalismus ist nur eine nachträgliche abstrakte Formulierung von Regeln auf Grund dieser konkreten Ur-Intuitionen.

Es ist klar, daß die Frage, ob eine exakte wissenschaftliche Geltungsbegründung an den logischen Formalismus gebunden ist oder ob ihm gegenüber die Intuition eine selbständige, hinreichende Geltungsgrundlage bildet, von der größten Wichtigkeit und Tragweite ist. Wäre das letztere der Fall, so stünden der Wissenschaft ganz neue Wege offen und diese Wege würden sogar über das Gebiet eines prinzipiellen Rationalismus, in das der logische Formalismus das wissenschaftliche Erkennen einschließt, hinausführen und auch ein Gebiet von irrationaler Struktur erkennbar machen — weil eben Intuition. Einfühlung nicht an logische Struktur gebunden ist.

Aber der Intuitionismus muß immer an der unüberwindlichen Schwierigkeit scheitern, für seine unmittelbaren Einsichten Eindeutigkeit zu sichern. Bei einer kom-



plexen Sachlage gehen die Intuitionen leicht auseinander. Nur die einfachen, immer gleichen, ‚formalen‘ Relationen logischer Art werden mit eindeutiger Sicherheit intuitiv erfaßt. Darum kann eine Intuition erkenntnistheoretisch nur heuristische Idee sein, die immer erst noch einen formal-logischen Nachweis ihrer Geltung erfordert. Diese unbedingte Beweisforderung ist darum kein bloßer pedantischer Formalismus, der das schon vorhandene Ergebnis noch mit einem Gerank von Schlüssen umzieht, sondern die einzige Möglichkeit einer Kontrolle und Entscheidung für widerstreitende Intuitionen.

Gerade in Bezug auf das Gebiet der höheren und höchsten Aufgaben der Geschichtswissenschaften zeigt es sich damit deutlich, daß die Methoden, welche die Wissenschaftslehre dafür namhaft macht, keineswegs aus einer einfachen Beschreibung des tatsächlichen Verfahrens gewonnen sind, denn mehr wie sonst ist auf diesem Gebiet die Arbeit darauf eingestellt, daß das Resultat und die Argumentation dafür im Großen und Ganzen einleuchten; immer bewegt sie sich in Gedankensprüngen und nicht in Schlußketten und läßt sich dabei bloß vom Gefühl für das Richtige führen. Wenn die Wissenschaftslehre hierfür nun streng logische Beweismethoden entwickelt, aus den allgemeinen Bedingungen der Wissenschaft und Geltungsbegründung heraus, so bezeichnet sie damit nur das methodische Ideal, dessen Erfüllung allein eben den Bedingungen wissenschaftlicher Qualifikation gerecht zu werden ermöglicht — und dessen Erfüllbarkeit darum über das Schicksal als Wissenschaft entscheidet.

Aber die Möglichkeit einer logisch geschlossenen Beweisführung begegnet für die Geschichtswissenschaften einer prinzipiellen Anzweiflung und daraus erwächst konsequenterweise eine vollständige Negation objektiver historischer Erkenntnis überhaupt. Schon Carlyle <sup>148</sup> (p. 257, 258) hat als grundsätzliche Schwierigkeit aller historischen Wissenschaft geltend gemacht, daß die historische Überlieferung nicht nur mangelhaft ist, sondern geradezu verfälschend wirkt (und daß auch die Art unserer Beobachtung und Auffassung der historischen Vorgänge nicht angemessen ist: als eine sukzessive gegenüber einer simultanen). Und in jüngster Zeit haben Th. Lessing <sup>149</sup> und W. Hans <sup>150</sup> an allen Hauptaufgaben der

Geschichtswissenschaft darzutun gesucht, daß sie sich auf wissenschaftliche Weise nicht vollständig bewältigen lassen, daß eine objektive Geschichtserkenntnis unmöglich ist. Aus solcher Skepsis vermag natürlich auch eine Berufung auf Intuition statt methodischer Begründung nicht herauszuführen, denn durch sie läßt sich Subjektivität und Mehrdeutigkeit erst recht nicht überwinden. Würde es die Mangelhaftigkeit der historischen Überlieferung prinzipiell ausschließen, einen logisch stichhaltigen Nachweis wenigstens wahrscheinlicher Hypothesen überhaupt herzustellen, weil dazu die Quellen nie in hinreichender Vollständigkeit zur Verfügung stehen, dann wäre Geschichte eben als Wissenschaft gar nicht möglich. Sie wäre dann nur eine immer problematische Erkenntnis, ebenso gut aber auch eine dichterische Ergänzung der Überlieferungsfragmente. Und die radikalen Kritiker unserer Tage haben sie ja auch bereits für Wissenschaft, Dichtung und Philosophie in Einem erklärt <sup>149</sup> (S. 43) oder sogar für bloße ‚Traumdichtung der Menschheit‘ <sup>150</sup> (S. 10).

Eigentlich kann aber die Wissenschaftlichkeit der Geschichtschreibung nur für das Aufgabengebiet der *Synthese* (im angegebenen Umfang) in Frage gestellt werden, denn daß die Quellenkritik und die Ermittlung der historischen Einzel Tatsachen aus den Quellen auf wissenschaftliche, methodische Weise zu leisten ist, wird nicht (vgl. <sup>149</sup> S. 18) und kann auch wohl kaum in Zweifel gezogen werden. Nur für das seelische Verstehen und die Verknüpfung der historischen Einzel Tatsachen wird ja erst die Intuition in Anspruch genommen. Geschichtschreibung würde dann ein sehr unhomogenes Gebilde darstellen; sie würde sich aus zwei ganz verschiedenen Bestandteilen zusammensetzen: als Quellenkritik und Tatsachenfeststellung ist sie Wissenschaft; sofern sie Zusammenhangssynthese und verstehende Deutung ist, wäre sie hingegen — Dichtung oder doch eine ewig problematische Konstruktion.

Aber die Möglichkeit oder Unmöglichkeit logisch stringenten Erschließens historischer Tatsachen und Zusammenhänge aus der gegebenen Überlieferung wird nicht durch prinzipielle Erwägungen entschieden, sondern nur an den konkre-

ten Fällen historischer Forschung. Solche kritisch zu analysieren und dadurch einen positiven Nachweis dafür zu erbringen, ist bereits früher, zwar nicht ausführlich, aber wenigstens skizzierend versucht worden. Auch die Frage, ob die historische Überlieferung, die Quellen, ganz allgemein so unzureichend und falsch ist und eine so inadäquate Auswahl, daß sie prinzipiell unbrauchbar wird, läßt sich nur empirisch entscheiden, durch Untersuchungen, wie Überlieferung unter verschiedenen Bedingungen zustande kommt und wovon sie abhängt und welche Wahrscheinlichkeiten in den besonderen Fällen für die Qualität der vorliegenden Überlieferung anzunehmen ist. Solche Untersuchungen würden wohl ergeben, daß in einem gewissen Umfang, wenn auch natürlich nicht unbeschränkt, die Bedingungen gegeben sind, welche die Forderungen geschichtswissenschaftlicher Methodik erfüllbar machen; daß gegenüber jener geschichtswissenschaftlichen Skepsis doch nur die Verteilung von Gewißheit und Wahrscheinlichkeit und völliger Ungewißheit in Bezug auf die historischen Ergebnisse in Frage kommen kann, aber nicht eine vollständige Negation aller Gewißheit und begründeten Wahrscheinlichkeit. Grundzüge des historischen Geschehens werden wohl mit Sicherheit oder Wahrscheinlichkeit festzustellen sein, nur die feineren Linien und Details, besonders hinsichtlich des psychologischen Verstehens, auch der Kausalzusammenhänge, verschwimmen in hoffnungsloser Unbestimmbarkeit. Natürlich wird sich diese Verteilung je nach dem Reichtum der Quellen für verschiedene Zeiten und Gebiete sehr verschieden gestalten.

Was im Vorausgehenden in Bezug auf die individualwissenschaftlichen Methoden speziell an den Geschichtswissenschaften ausgeführt worden ist, das gilt ebenso auch für die anderen individualisierenden Wissenschaften: für die geographische Länderkunde und die beschreibende Astronomie. Auch in der Länderkunde spielt die Generalisierung als sekundäres Erkenntnisziel eine nicht geringe Rolle. Es bildet eine häufige und wesentliche Aufgabe, lokale Regelmäßigkeiten zu induzieren, vor allem in der Klimatologie, z. B. das Windsystem Mitteleuropas, mittlere Jahres- oder Monats-Temperaturen und -Niederschlagsmengen usw., aber auch in morpho-

logischer Hinsicht, z. B. die Trogtäler, die Kare und Grate der Alpen. Natürlich sind es auch hier räumlich und eigentlich auch zeitlich begrenzte Regelmäßigkeiten.

Der Indizienbeweis spielt allerdings in der Geographie nur eine geringe Rolle, weil ja hier in den meisten Fällen direkte Beobachtung möglich wird. Aber in der Astronomie, vor allem in der Astrophysik, bildet er das grundlegende Verfahren. Wenn man aus dem Spektrum der Sonne auf die dort vorhandenen chemischen Elemente schließt, wenn aus den Belichtungsverhältnissen des Mondes das Fehlen einer Atmosphäre oder aber das Vorhandensein einer sehr dünnen Atmosphäre zu erweisen gesucht wird, wenn ein Stern infolge bestimmter Lichtwechselercheinungen als Doppelstern erkannt wird, so beruht das auf ganz derselben Methode des Indizienbeweises wie in der Geschichtswissenschaft.

Das auch für die Aufgabe der Synthese in der Länderkunde methodisch dasselbe gilt wie in der Geschichtswissenschaft, ist schon früher ausgeführt worden. Auch hier ist sie nur auf dem Weg der angegebenen Methoden zu lösen, nicht intuitiv.

Es ist somit gesichert, daß der methodische Charakter, der an den Geschichtswissenschaften ausführlich nachgewiesen worden ist, für den ganzen Bereich der individualisierenden Wissenschaften gilt. Und damit habe ich alle grundsätzlichen Arten wissenschaftlicher Erkenntnis in Bezug auf ihre Methoden der Erkenntnisbegründung analysiert. Der Indizienbeweis ist die spezifische Methode, welche mit den individualisierenden Wissenschaften zu den Methoden der Theorie und der Induktion hinzukommt. Aber auch er bleibt vollständig im Rahmen logischer Schlußoperationen.

## Literaturnachweis.

- <sup>1</sup> I. Volkelt. Gewißheit u. Wahrheit. 1918. S. 25.
- <sup>2</sup> H. Reichenbach. Relativitätstheorie u. Erkenntnis a priori. 1920. S. 71, 72.
- <sup>3</sup> W. Windelband. Vom System der Kategorien. (Philosoph. Abhandl., Chr. Sigwart gewidmet. 1900.)
- <sup>4</sup> E. Husserl. Logische Untersuchungen<sup>3</sup>. 1922.
- <sup>5</sup> E. Husserl. Philosophie als strenge Wissenschaft. 1910. (Logos, I. S. 314—316.)
- <sup>6</sup> E. Husserl. Ideen zu einer reinen Phänomenologie. 1913.
- <sup>7</sup> So von F. Kaufmann. Logik u. Rechtswissenschaft. 1922, u. Fr. Schreier: Grundbegriffe u. Grundformen des Rechts. 1924.
- <sup>8</sup> z. B. K. Koffka. Zur Grundlegung der Wahrnehmungspsychologie. 1915. (Beiträge z. Psychologie d. Gestalt- u. Bewegungserlebnisse. III. Zeitschr. f. Psychologie., 73), worin wegen der Frage der Provenienz der Gestalt-Vorstellung (gegenüber Benussi) allgemein die Kriterien des Unterschiedes zwischen reiner Sinnesempfindung und Wahrnehmung untersucht werden.
- <sup>9</sup> G. von der Gabelentz: Die Sprachwissenschaft, ihre Aufgaben, Methoden u. bisherigen Ergebnisse<sup>2</sup>. 1901. S. 89, 91, 92.
- <sup>10</sup> M. Pasch. Begriffsbildung u. Beweis in der Mathematik. 1924. (Annalen d. Philosophie, 4.)
- <sup>11</sup> M. Pasch. Mathematik u. Logik. 1919.
- <sup>12</sup> W. Windelband. Präludien. Kritische oder genetische Methode. 1883<sup>2</sup>, 1902. — H. Rickert. Zwei Wege d. Erkenntnistheorie. 1909. (Kantstudien, 14.) — Dazu auch N. Hartmann. Systematische Methode. 1912. (Logos, 3.)
- <sup>13</sup> Vgl., auch zum folg., Tropicke. Geschichte d. Elementar-Mathematik. I. 1903 u. M. Cantor. Geschichte d. Mathematik<sup>2</sup>. I. 1894. — Enzyklopädie d. Elementar-Mathematik v. Weber u. Wellstein. I<sup>3</sup>. 1909. — H. Hahn, Arithmetik, Mengenlehre, Grundbegriffe d. Funktionenlehre, §§ 1—4. (Pascals Repertor. d. höh. Mathematik. I., 2<sup>2</sup>. 1910.)
- <sup>14</sup> A. Voss. Über d. Wesen d. Mathematik<sup>2</sup>. 1913.
- <sup>15</sup> H. Weber. Enzyklopädie d. elementar. Algebra u. Analysis<sup>2</sup>. 1909.
- <sup>16</sup> L. Couturat. Die philosoph. Prinzipien d. Mathematik. Deutsch v. Siegel. 1908.
- <sup>17</sup> F. Enriques. Probleme d. Wissenschaft. Übersetzt v. Grelling. 1910.
- <sup>18</sup> Enzyklopädie d. elementar. Geometrie v. H. Weber, I. Wellstein u. W. Jacobsthal<sup>2</sup>. 1907.
- <sup>19</sup> H. Helmholtz. Über d. Ursprung u. d. Bedeutung d. geometr. Axiome. 1870. (Reden u. Vorträge. II.)
- <sup>20</sup> B. Russell. The Principles of Mathematics. I. 1903.
- <sup>21</sup> Vgl. dazu auch die gute Übersicht von Carnap. Der Raum. 1922. (Kantstudien. Ergänzungsheft 56.)

- <sup>22</sup> M. Pasch. Vorlesungen über neuere Geometrie. 1882.<sup>2</sup> 1912.
- <sup>23</sup> Vgl. P. Natorp. Die logischen Grundlagen d. exakten Wissenschaften. 1910. — R. Höningwald. Zum Streit über d. Grundlagen d. Mathematik. 1912. — E. Aster. Prinzipien d. Erkenntnislehre. 1913. 4. Kap. — I. v. Kries. Logik. 1916. 27. Kap., 4. Kap., 1. Kap. — H. Heymans. Elemente u. Gesetze d. wissenschaftlichen Denkens. 1894.<sup>2</sup> 1905. § 31—65, der aber den 'analytischen' Charakter der arithmetischen Lehrsätze, d. i. ihre logische Ableitbarkeit auf Grund der Axiome zugibt (§ 32, 37); dagegen zutreffend C. Stumpf. Zur Einteilung d. Wissenschaften (Abhandlgn. d. k. preuß. Akad. d. Wissensch., 1906), der aber nur die Geometrie behandelt, und ganz besonders M. Schlick. Allg. Erkenntnislehre<sup>2</sup>. 1925. § 7.
- <sup>24</sup> E. Cassirer. Substanzbegriff u. Funktionsbegriff. 1910.
- <sup>25</sup> E. Cassirer. Kant u. moderne Mathematik. 1907. (Kantstudien, 12.)
- <sup>26</sup> O. Hölder. Die Arithmetik in strenger Begründung. 1914.
- <sup>27</sup> O. Hölder. Die mathemat. Methode. 1924.
- <sup>28</sup> so Th. Ziehen. Erkenntnistheorie. 1913. S. 103: Die Gerade wird als kürzeste zwischen zwei Punkten 'durch vergleichende Anschauung, d. i. Erfahrung' erkannt!
- <sup>29</sup> vgl. F. Klein. Anwendung d. Differential- u. Integralrechnung auf Geometrie. 1902.
- <sup>30</sup> E. v. Aster. Prinzipien d. Erkenntnislehre. 1913.
- <sup>31</sup> Th. Ziehen. Logik. 1920.
- <sup>32</sup> O. Hölder. Anschauung u. Denken in der Geometrie. 1900.
- <sup>33</sup> Vgl. dazu L. Couturat. S. 293—296; D. Hilbert. Über die gerade Linie als kürzeste Verbindung zweier Punkte. 1895. (Mathemat. Annalen, 46.)
- <sup>34</sup> M. Pasch. Grundfragen d. Geometrie. 1916. (Journal f. reine u. angew. Mathemat. 147. S. 186.)
- <sup>35</sup> B. Russell. Introduction to mathemat. philosophy. 1919.<sup>2</sup> 1920.
- <sup>36</sup> R. Höningwald. Zum Streit über die Grundlagen d. Mathematik. 1912.
- <sup>37</sup> H. Poincaré. Wissenschaft u. Hypothese, übers. v. Lindemann. 1904.
- <sup>38</sup> D. Hilbert. Axiomatisches Denken. 1918. (Mathemat. Annalen, 78.)
- <sup>39</sup> A. Kneser. Mathematik u. Natur. Breslauer Rektoratsrede. 1911.
- <sup>40</sup> W. Nernst u. A. Schönflies. Einführung in die mathematische Behandlung d. Naturwissenschaften. 8. Kap., § 5.
- <sup>41</sup> G. Frege. Über die Grundlagen d. Geometrie. 1903. (Jahresbericht d. deutsch. Mathematiker-Vereinigung, 12.) S. 319.
- <sup>42</sup> so meint auch noch W. Müller. Das Verhältnis d. Definitionen zu den Axiomen in d. neueren Mathematik. 1917. (Archiv f. d. gesamte Psychologie, 36.) S. 157: 'Daß die Axiome als Urteile unbedingte Geltung für sich in Anspruch nehmen und daß wir ihnen diese Geltung ohne weiteres zugestehen, oder aber wir erkennen das Axiom nicht als solches an.'
- <sup>43</sup> D. Hilbert. Die Grundlagen d. Geometrie. 1899.
- <sup>44</sup> H. v. Helmholtz. Über die Tatsachen, die der Geometrie zugrunde liegen. 1868. (Wissenschaftliche Abhandlungen. II.)
- <sup>45</sup> E. Cassirer. Zur Einsteinschen Relativitätstheorie. 1921.
- <sup>46</sup> A. Riehl. Helmholtz in seinem Verhältnis zu Kant. 1904. (Kantstudien, 9.)

<sup>47</sup> H. Poincaré. *Wissenschaft u. Methode*, übers. v. Lindemann. 1914.

<sup>48</sup> Dazu auch die Kritik der reinen Anschauung Kants als Geltungsgrund der geometrischen Axiome durch Helmholtz, *Über d. Ursprung u. Sinn d. geometrischen Sätze*. Antwort gegen Hrn. Prof. Land. 1878. I. (Wissenschaftl. Abhandlgn. II. S. 640 f.)

<sup>49</sup> D. Hilbert. *Die Grundlagen d. Mathematik*. 1923. (Mathemat. Annalen, 88.)

<sup>50</sup> H. Rickert. *Das Eine, die Einheit u. die Eins<sup>2</sup>*. 1924.

<sup>51</sup> R. Dedekind. *Was sind u. was sollen die Zahlen<sup>2</sup>*. 1893. S. X, XI.  
— L. Kronecker. *Über d. Zahlbegriff*. 1887. (Philosoph. Aufsätze, E. Zeller gewidmet. S. 272.)

<sup>52</sup> Korselt. *Über d. Grundlagen d. Geometrie*. 1903. (Jahresberichte d. deutsch. Mathemat. Vereinig., 12.)

<sup>53</sup> C. Stumpf. *Zur Einteilung d. Wissenschaften*. S. 65. (Abhandlgn. d. k. preuß. Akad. d. Wissensch. 1906.)

<sup>54</sup> H. Hertz. *Die Prinzipien d. Mechanik*. 1894. (Gesammelte Werke. III.)

<sup>55</sup> H. Streintz. *Die physikalischen Grundlagen d. Mechanik*. 1883. S. 1: „Sollen die Entwicklungen der analytischen Mechanik zu Resultaten führen, welche mit der Erfahrung übereinstimmen, insoweit die notwendigen Vernachlässigungen eine Übereinstimmung erreichen lassen, so müssen denselben aus der Erfahrung abgeleitete Tatsachen zugrunde gelegt werden.“

<sup>56</sup> E. Mach. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*. 1883.<sup>6</sup> 1908.

<sup>57</sup> A. Voss. *Die Prinzipien d. rationalen Mechanik*. 1901—1908. (Enzyklopädie d. mathemat. Wissensch. IV, 1.)

<sup>58</sup> P. Duhem. *Ziel u. Struktur d. physikal. Theorien*, übers. v. Fr. Adler. 1908.

<sup>59</sup> Darboux. *Bulletin scientifique mathemat.* IX. 1875.

<sup>60</sup> so bei Love. *Theoretical Mechanics*. 1897.

<sup>61</sup> M. Schlick. *Raum u. Zeit in der gegenwärtigen Physik*. 1917.<sup>2</sup> 1919.

<sup>62</sup> vgl. dazu F. Enriques. *Probleme d. Wissensch.* II. S. 430: „Es ist demnach klar, daß das Prinzip der virtuellen Arbeit eine Gesamtheit von Tatsachen, die teilweise als evident vorgestellt werden, zu einer allgemeinen Annahme zusammenfaßt und aus ihrer Gesamtheit andere Tatsachen ableitet, die durch verschiedene Experimente kontrolliert werden können. Aber nichts steht einer induktiven Entwicklung des Prinzips entgegen, die zu seiner Anwendung auf Fälle führt, die nicht auf die geprüften Typen zurückführbar sind. Dadurch wird in Wahrheit die in dem Prinzip enthaltene Annahme auf einen größeren Kreis von Erscheinungen ausgedehnt und es wird den aus ihm abgeleiteten Folgerungen überlassen, diese erweiterte Anwendung zu rechtfertigen.“

<sup>63</sup> A. E. Haas. *Die Grundgleichungen d. Mechanik*. 1914.

<sup>64</sup> W. Thomson u. P. G. Tait. *Handbuch d. theoret. Physik*, deutsch v. Helmholtz u. Wertheim. 1874. I. 2. Teil.

<sup>65</sup> G. A. Maggi. *Principi della teoria matematica del movimento dei corpi*. 1896.

<sup>66</sup> H. Vaihinger. *Die Philosophie des Alsob<sup>4</sup>*. 1920

<sup>67</sup> I. L. Lagrange. *Mécanique analytique*. II. Part, I. Chap.

- <sup>69</sup> I. Boltzmann. Vorlesungen über d. Prinzipie d. Mechanik. 1897. I.
- <sup>69</sup> D. Hilbert. Begründung d. kinet. Gastheorie. 1912. (Mathemat. Annalen, 46) u. Begründung d. elementar. Strahlungstheorie. (Nachrichten d. k. Gesellsch. d. Wissensch. zu Göttingen, math.-phys. Kl. 1912, 1913, 1914.)
- <sup>70</sup> D. Hilbert. Die Grundlagen d. Physik. (Nachrichten d. k. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen, math.-phys. Kl., 1915, S. 407.)
- <sup>71</sup> I. Ingram. Geschichte d. Volkswirtschaftslehre, übers. v. Rosch-lau<sup>2</sup>. 1905.
- <sup>72</sup> Ch. Gide u. Ch. Rist. Geschichte d. volkswirtschaftl. Lehrmeinungen, deutsch v. Horn. 1913.
- <sup>73</sup> Vgl. L. Stephinger. Zur Methode d. Volkswirtschaftslehre. 1907. S. 48 f. — F. Lifschitz. Untersuchungen über d. Methodologie d. Wirtschaftswissenschaft. 1909. S. 63.
- <sup>74</sup> W. M. Davis. Physical Geography. 1898. Deutsche Bearbeitung v. Davis u. Braun. Grundzüge der Physiogeographie. 1911. — Dazu die Kritik bei A. Hettner. Die morpholog. Forschung. 1919. (Geograph. Zeitschr., 25. S. 345 f.) — A. Passarge. Die Grundlagen der Landschaftskunde. III. 1920. S. 96 f., 516 f. — A. Supan. Grundzüge d. physischen Erdkunde<sup>4</sup>. 1916. S. 548 f.
- <sup>75</sup> E. Durkheim. Die Methode d. Soziologie. 1908. 4. Kap., II, III.
- <sup>76</sup> Vgl. F. Enriques. Probleme d. Wissenschaft. I. S. 174. — A. Schön-dies. Die Stellung d. Definitionen in d. Axiomatik. 1901. § 4, a, b. (Schriften d. physikal.-ökonom. Gesellsch. in Königsberg, 51.) — M. Schlick. Allg. Erkenntnislehre<sup>2</sup>. 1925. 7.
- <sup>77</sup> Vgl. Fr. London. Über d. Bedingungen d. Möglichkeit einer deduktiven Theorie. 1923. § 5, 6. (Jahrb. f. Philosophie u. phänomenol. Forschung. VI. S. 335 f.)
- <sup>78</sup> D. Hilbert. Neue Begründung d. Mathematik. 1. Mitteilung. 1922. (Abhandlgn. a. d. math. Seminar d. Hamburg. Universität, I.)
- <sup>79</sup> Hjelmslev. Die Geometrie d. Wirklichkeit. 1916. (Acta mathematica, 40.)
- <sup>80</sup> M. Pasch. Der Begriff d. Differentials. 1924. (Annalen d. Philosophie, 4.)
- <sup>81</sup> H. Poincaré. Der Wert d. Wissenschaft. Übers. v. Weber. 1906.
- <sup>82</sup> Dieses Wesentliche am Werdegang einer Theorie hatte wohl schon Cotes, der Schüler und Herausgeber Newtons, im Auge, wenn er in der Vorrede zur letzten Ausgabe von Newtons Philosophiae naturalis principia mathematica, 1714, sagt: Die wahre Wissenschaft geht in einer doppelten Methode vor, analytisch und synthetisch. „Die Naturkräfte und die einfacheren Gesetze der Kräfte leitet sie aus gewissen ausgewählten Erscheinungen durch Analyse ab, aus diesen legt sie dann durch Synthese die Konstitution der übrigen dar.“
- <sup>83</sup> E. Mach. Die Prinzipien d. physikal. Optik. 1921.
- <sup>84</sup> O. Neurath. Zur Klassifikation von Hypothesensystemen. (Jahrb. d. Philosophie. Gesellsch. a. d. Universität zu Wien. 1914 u. 1915. S. 37 f.)
- <sup>85</sup> R. Carnap. Über d. Aufgabe d. Physik. 1923. (Kantstudien, 28. S. 97—99.)
- <sup>86</sup> Th. Haering. Philosophie d. Naturwissenschaft. 1923.
- <sup>87</sup> P. Duhem. Die Wandlungen d. Mechanik, übers. v. Frank. 1912.



- <sup>83</sup> H. Dingler. Physik u. Hypothese. 1921.
- <sup>86</sup> H. Dingler. Die Grundlagen d. Physik. 2. Aufl. 1924.
- <sup>90</sup> F. Klein. Anwendung d. Differential- u. Integralrechnung auf Geometrie. 1902.<sup>2</sup> 1907.
- <sup>91</sup> P. Natorp. Die logischen Grundlagen d. exakten Wissenschaften. 1910.
- <sup>92</sup> Wenn Pasch (Grundfragen d. Geometrie, Journal f. reine u. angewandte Mathematik, 147. 1916. S. 187) den idealen geometrischen Begriffen des Punktes, der Geraden, der Ebene, die Begriffe der ‚Stelle‘, des ‚Weges‘, der ‚Schale‘, der ‚Strecke‘ als geraden Weges, der ‚Platte‘ als ebener Schale, der ‚Bahn‘ und des ‚Feldes‘ als unbegrenzter Strecke und Platte in dem Sinn empirischer geometrischer Begriffe gegenüberstellt, so ist das umgekehrt immer wieder doch nur eine bloße Übertragung der geometrischen Begriffe auf die Wirklichkeit, keine Ableitung aus ihr.
- <sup>93</sup> M. Schlick. Kritische oder empiristische Deutung der Physik. 1920. (Kantstudien, 21. S. 98, 99.)
- <sup>94</sup> R. Hönigswald. Über d. Unterschied u. d. Beziehungen d. logischen u. d. erkenntnistheoret. Elemente in d. krit. Problem d. Geometrie. 1909. (Bericht über d. 3. internat. Kongreß f. Philosophie. S. 887 f.)
- <sup>95</sup> Fr. Bacon. Cogitata et visa. III, 618.
- <sup>96</sup> I. Herschel. Preliminary discourse on the study on natural philosophy. 1831. Über d. Studium d. Naturwissenschaft. Übers. v. Henrici. 1836.
- <sup>97</sup> I. St. Mill. System of Logic inductive and ratiocinative. 1840. — System d. deduktiven u. induktiven Logik. Übers. v. Th. Gomperz. (Ges. Werke, 2. u. 3. Bd.)
- <sup>98</sup> W. Whewell. Novum Organon renovatum. 1858. II. Part of the Philosophy of the inductive sciences.
- <sup>99</sup> Fr. Bacon. Novum Organon. ed. by Th. Fowler. 1889.
- <sup>100</sup> E. Fr. Apelt. Die Theorie der Induktion. 1854.
- <sup>101</sup> W. St. Jevons. The Principles of science<sup>2</sup>. 1877.
- <sup>102</sup> B. Erdmann. Zur Theorie des Syllogismus u. d. Induction. (Philosoph. Aufsätze, Ed. Zeller zu seinem 50 jähr. Doktor-Jubiläum gewidmet.) 1887.
- <sup>103</sup> D. Hume. Treatise on human nature. III, 6. Traktat über d. menschl. Natur. Übers. v. Küttgen, überarb. v. Lipps. 1895.
- <sup>104</sup> E. Mach. Erkenntnis u. Irrtum. 1905.
- <sup>105</sup> A. Stühr. Lehrbuch d. Logik in psychologisierender Darstellung. 1900. III. Erwartungslogik (Induktionslogik, Logik d. Schlusses aus der Erfahrung.)
- <sup>106</sup> Alexander v. Humboldt u. J. F. Gay-Lussac. Das Volumengesetz gasförmiger Verbindungen. (Ostwalds Klassiker d. exakten Wissenschaften. Nr. 42.)
- <sup>107</sup> L. Pasteur. Die in der Atmosphäre vorhandenen organisierten Körperchen, Prüfung der Lehre von der Urzeugung. 1862. (Ostwalds Klassiker, Nr. 39.)
- <sup>108</sup> F. v. Richthofen. China. 1877. I. 1. Abschn., 2.—5. Kap.
- <sup>109</sup> J. v. Hann. Das Luftdruckmaximum vom November 1889 in Mitteleuropa nebst Bemerkungen über d. Barometer-Maxima im allgemeinen. 1890. (Denkschr. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, 57.)
- <sup>210</sup> Zeitschr. f. Meteorologie. XI. 1876.

<sup>111</sup> N. v. Bubnoff. Das Wesen u. die Voraussetzungen der Induktion. 1908. (Kantstudien, 13.)

<sup>112</sup> So bei Sigwart, Logik, § 95, 8, weniger zutreffend bei Reichl, Darstellung u. Kritik d. indukt. Methode. 1903. (Zeitschr. f. Philosophie, 122, 123.)

<sup>113</sup> J. v. Hann. Untersuchungen über d. tägl. Oszillation d. Barometers. 1889. (Denkschr. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, Bd. 55.) Weitere Untersuchungen über d. tägl. Oszillation d. Barometers. 1892. (Ebd. Bd. 59.) Die jährl. Periode d. halbtägigen Luftdruckschwankungen. 1918. (S.-B. d. Akad. d. Wissensch. in Wien, Math.-nat. Kl., Bd. 127.)

<sup>114</sup> E. Zilsel. Das Anwendungsproblem. 1916.

<sup>115</sup> H. Reichenbach. Der Begriff d. Wahrscheinlichkeit zur mathematischen Darstellung d. Wirklichkeit. 1916. (Zeitschr. f. Philosophie, 161.)

<sup>116</sup> E. Kaila. Der Satz vom Ausgleich des Zufalls u. d. Kausalprinzip. 1924. (Annales Universitatis Fennicae Aboensis. Ser. B, tom. II, Nr. 2.)

<sup>117</sup> J. v. Hann. Die Temperaturverhältnisse der österr. Alpenländer. S.-A. 1885. S. 5.

<sup>118</sup> Vgl. dazu außer den geschichtstheoretischen Arbeiten von Rickert auch A. Hettner. Das System der Wissenschaften. 1905. (Preuß. Jahrbücher, 122.)

<sup>119</sup> E. Bernheim. Lehrbuch d. histor. Methode. 3. u. 4. Aufl. 1903.

<sup>120</sup> E. Loening. Die Entstehung d. Konstantin. Schenkungsurkunde. 1890. (Histor. Zeitschr. 65. S. 232, Anm.)

<sup>121</sup> Th. Sickel. Acta regnum et imperatorum Karolinorum digesta et enarrata. 1867. I. Urkundenlehre.

<sup>122</sup> G. v. Below. Die Entstehung d. deutschen Stadtgemeinde. 1889. — R. Sohn. Die Entstehung d. deutschen Städtewesens. 1890.

<sup>123</sup> Zum ‚Individuellen‘ in der Geschichte vgl. auch A. Dyroff. Zur Geschichtslöge. 1917. (Histor. Jahrb. d. Görres-Ges., 38.)

<sup>124</sup> H. Rickert. Die Probleme d. Geschichtsphilosophie<sup>3</sup>. 1924.

<sup>125</sup> Vor allem auch schon in den Beiträgen zur Diplomatie, 1861—1882; z. B. (II, S. 7, 8): ‚Die 10 Originaldiplome mit der Unterschrift . . ., die ich eingesehen habe, sind sich in allen graphischen Merkmalen durchaus gleich und sind alle ganz von der Hand des recognoscierenden Diaconus.‘ (Ebenso S. 8, 9, 10, 12.)

<sup>126</sup> Meisters Grundriß der Geschichtswissenschaft, I., Abt. 2, Urkundenlehre.

<sup>127</sup> So z. B. Diekamp am Eingang seiner für die Papsturkunden grundlegenden Arbeit: Zum päpstlichen Urkundenwesen des XI., XII u. der 1. Hälfte des XIII. Jahrh. 1882. (Mitteilungen d. Instituts f. österr. Geschichtsforschung, III., S. 565): ‚I. v. Pflugk-Hartung gibt in seiner neuesten Schrift (Archival. Zeitschr., VI.) wiederholt die Zahl der von ihm eingesehenen päpstlichen Originalurkunden auf etwa 2000 an; ich habe etwa den sechsten Teil einer eingehenden Untersuchung, und nur um eine solche kann es sich handeln, unterwerfen können.‘ Ebenso Sickel im Vorwort der Acta . . . S. IX, X: ‚Das Material, soweit es handschriftlicher Natur ist, zu sammeln und einzusehen, habe ich selbst die Archive und Bibliotheken folgender [27] Orte besucht: . . .‘

Durch Verzeichnisse, Abschriften, Übersendung etc. verschaffte er sich ‚alles nur nachweisbare Material‘ aus 29 anderen Orten.

<sup>128</sup> H. Bresslau. Bamberger Studien. 1896. (Neues Archiv d. Gesellschaft f. ältere deutsche Geschichtskunde, 21.)

<sup>129</sup> W. Gleispach. Das österr. Strafverfahren. 2. Aufl. 1924.

<sup>130</sup> C. Mittermaier. Die Lehre vom Beweis im deutschen Strafprozesse. 1834.

<sup>131</sup> F. Barth. Die Philosophie der Geschichte als Soziologie. 1897. 4. Kap. § 2, A.

<sup>132</sup> O. Külpe. Vorlesungen über Logik. 1923. S. 347—349. Auch B. Erdmann. Erkennen u. Verstehen. (Sitz.-Ber. d. preuß. Akad. d. Wissensch. 1912. II. S. 1258 f.)

<sup>133</sup> Zum Analogieschluß auch W. Wundt. Logik. I. 2. Abschn., 3. Kap., 5. A. II. c. 3. Aufl., S. 327 f. — H. Spencer. Die Prinzipien d. Psychologie. § 299. 2. Aufl., S. 107. — I. St. Mill. System d. dedukt. u. indukt. Logik. I. Buch, 3. Kap., 26.

<sup>134</sup> W. Dilthey. Ideen über eine beschreibende u. zergliedernde Psychologie. (Sitz.-Ber. d. k. preuß. Akad. d. Wissensch. 1894.)

<sup>135</sup> E. Spranger. Die Grundlagen d. Geschichtswissenschaft. 1905. — Zur Theorie des Verstehens u. z. geisteswissenschaftl. Psychologie. 1918. (Festschrift I. Volkelt z. 70. Geburtstag dargebracht.)

<sup>136</sup> Th. Litt. Geschichte u. Leben. 1917. 2. Aufl. 1925.

<sup>137</sup> O. Braun. Geschichtsphilosophie. 1921.

<sup>138</sup> E. Troeltsch. Der Historismus u. seine Probleme. 1922. (Ges. Schriften. III.)

<sup>139</sup> G. Simmel. Die Probleme d. Geschichtsphilosophie<sup>2</sup>. 1907.

<sup>140</sup> Gervinus in dem Nekrolog auf Schlosser, S. 54, zit. nach Bernheim a. a. O. S. 588.

<sup>141</sup> R. Müller-Freienfels. Irrationalismus. 1922.

<sup>142</sup> Ed. Meyer. Geschichte des Altertums. I, 1<sup>2</sup>. 1907. §§ 112—116. (Die historische Methode.)

<sup>143</sup> H. Driesch. Zur Lehre von der Induktion. (Sitz.-Ber. d. Heidelberger Akad. d. Wissensch., Phil.-hist. Kl., 1915.)

<sup>144</sup> W. Ostwald. Grundriß der Naturphilosophie. 1908. (Bücher d. Naturwissenschaft, 1.)

<sup>145</sup> Wenn O. Ehrlich ‚Wie ist Geschichte als Wissenschaft möglich?‘ (c. 1912) als die Methoden der Geschichtswissenschaft die ‚individualistisch-psychologische‘, die ‚teleologische‘ und die ‚kausale‘ u. a. anführt, so sind das nicht Erkenntnismethoden, sondern Zusammenhangsweisen der historischen Inhalte und demgemäß Betrachtungsgesichtspunkte, Erkenntnisziele.

<sup>146</sup> E. Banse. Expressionismus u. Geographie. 1920.

<sup>147</sup> L. E. Brower. Intuitionism and Formalism. 1913. (Bulletin of the Americ. Mathemat. Society, 20.)

<sup>148</sup> Th. Carlyle. On history. (Critical a. miscellaneous essays, II., Works, Shilling edition.)

<sup>149</sup> W. Haas. Das Buch mit sieben Siegeln. Eine Untersuchung über d. Problematik d. Geschichtswissenschaft. 1925.

- <sup>150</sup> Tb. Lessing. Geschichte als Sinngebung des Sinnlosen<sup>3</sup>. 1921.
- <sup>151</sup> W. James. Pragmatismus, übers. v. Jerusalem. 1908. (Philosoph.-soziolog. Bücherei. I.)
- <sup>152</sup> M. Schlick. Gibt es intuitive Erkenntnis? 1913. (Vierteljahrschrift f. wissensch. Philosophie, 37.)
- <sup>153</sup> H. Reichenbach. Erwiderung auf H. Dinglers Kritik an der Relativitätstheorie. 1921. (Physikal. Zeitschr., 22.)
- <sup>154</sup> E. Sellien. Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Relativitätstheorie. 1913. (Erg.-Heft Nr. 48 d. Kantstudien.)
- <sup>155</sup> J. Schneider. Das Raum-Zeitproblem bei Kant u. Einstein. 1921.
- <sup>156</sup> H. Reichenbach. Der gegenwärtige Stand der Relativitätsdiskussion. 1921. (Logos. X.)
- <sup>157</sup> z. B. H. M. Lützel. Formen der Kunsterkenntnis. Mit einem Vorwort von M. Scheler. 1924 u. dessen zustimmende Besprechung durch H. Tietze in der Zeitschrift 'Belvedere'. 1925. S. 118 f. Die Analogisierung von Geschichtschreibung und Kunst wegen der Phantasie als Bedingung der historischen Synthese schon bei W. v. Humboldt. Über d. Aufgaben des Geschichtschreibers. 1821.

## Inhalt.

	Seite
I. Die Methode der Wissenschaftslehre . . . . .	3
1. Der dogmatische Charakter der gegenwärtigen Erkenntnis- theorie und die Notwendigkeit einer methodischen Be- gründung . . . . .	3
2. Erkenntnistheorie und Wesensintuition . . . . .	10
3. Kritische Induktion . . . . .	28
II. Die Theorie . . . . .	31
I. Die wissenschaftstheoretische Eigenart der Mathematik . . .	31
1. Der ideelle Charakter des Gegenstandes der Mathematik	31
2. Die deduktive Methode der Mathematik und die bloße Folgerungsgeltung ihrer Sätze . . . . .	43
3. Der deduktive Charakter und der Erkenntnisfortschritt in der Mathematik . . . . .	59
4. Die Unabhängigkeit der Mathematik von der Erfahrung und ihre Erkenntnisquelle — die Geltung der Axiome . .	64
a) Erfahrung als Geltungsgrundlage . . . . .	66
b) Reine Anschauung als Geltungsgrundlage . . . . .	71
c) Die Axiome als Definitionen oder als ableitbare Sätze	76
II. Die wissenschaftstheoretische Eigenart der Mechanik . . .	86
1. Die Mechanik als induktive und als deduktive Wissenschaft	87
2. Die Fundamentalsätze der Mechanik — keine Erfahrungssätze	91
3. Der ideale Charakter des Gegenstandes der Mechanik . .	104
4. Die Mechanik als hypothetisch-deduktives System . . .	108
III. Das ideelle, hypothetisch-deduktive System in anderen Wissen- schaften . . . . .	115
1. in der Physik . . . . .	115
2. in der Volkswirtschaftslehre . . . . .	116
3. Ansätze in der Geomorphologie und Soziologie . . . .	123
IV. Die Wissenschaftsform der Theorie . . . . .	125
V. Theorie und Erfahrungswirklichkeit . . . . .	130
1. Die Anwendung der Mathematik . . . . .	130
a) Die Grundlagen der Anwendbarkeit der Arithmetik . .	134
b) der Geometrie . . . . .	135
2. Theorie als Wirklichkeitserkenntnis . . . . .	154
a) Die Verifizierbarkeit einer Theorie . . . . .	154
b) Theorie und Erfahrung . . . . .	158
c) Mehrfachheit und Einfachheit der Theorien . . . .	163
d) Realistische und idealistische Interpretation der Theorie	165
VI. Die Geltung der Erkenntnisprinzipien . . . . .	167
III. Die Induktion . . . . .	192
1. Die geschichtliche Entwicklung des Problems der Induktion	192
2. Der allgemeine Charakter und das Problem der Induktion	208

	Seite
3. Die Eindeutigkeit der Tatsachen-Grundlagen . . . . .	222
a) Das statistische Verfahren . . . . .	226
b) Das experimentelle Verfahren . . . . .	232
4. Die Generalisierung . . . . .	238
5. Der Schlußfolgerungscharakter . . . . .	245
6. Die Geltungsart der Induktion . . . . .	249
IV. Die Methoden der Individualwissenschaften . . . . .	258
1. Die induktive Generalisierung . . . . .	259
2. Der Indizienbeweis . . . . .	272
3. Kritik der Intuition . . . . .	278

### Druckfehler-Berichtigungen.

- S. 4, Z. 6 v. u.: zu ergänzen: Duhem, Z. 5 v. u.: Cassirer  
 S. 10, Z. 3 v. u.: zu streichen: unbedingt  
 S. 12, Z. 16 v. o.: Wesensanschauung statt Wissensanschauung  
 S. 45, Z. 28 v. o.: Worum statt Warum  
 S. 52, Z. 4 v. o.: reinen statt einen  
 S. 57, Z. 10 v. o.: zu ergänzen: mit  
 S. 61, Z. 9, 7 u. 1 v. u.: binomische statt binonische  
 S. 64, Z. 11 v. u.: den statt dem  
 S. 65, Z. 6 v. o.: zweierlei statt zweilerei  
 S. 104, Z. 13 v. o.: annahmeweise statt ausnahmsweise  
 S. 109, Z. 9 v. o.: definitio- statt definito-  
 S. 125, Z. 9 v. o.: ideale statt idale  
 S. 131, Z. 20 v. o.: biologischen statt biologischene  
 S. 135, Z. 19 v. o.: Vorhandenseins statt Vorhandensein  
 S. 138, Z. 12 v. o.: gleichgiltiges statt gleichartiges  
 S. 152, Z. 17 v. u.: spezifische statt sezifische  
 S. 154, Z. 1 v. u.: zu ergänzen: dei  
 S. 157, Z. 1 v. o.: Annahmen statt Annahme  
 S. 173, Z. 19 v. u.: dies statt es  
 S. 176, Z. 5 v. o.: dem statt den  
 S. 193, Z. 7 v. o.: syllogismum statt syllogisumum  
 S. 193, Z. 10 v. o.: quiddam statt quidam  
 S. 203, Z. 8 v. u.: zu streichen: also  
 S. 232, Z. 9 v. u.: als statt also  
 S. 254, Z. 17 v. u.: n Fällen statt n-Fällen.



